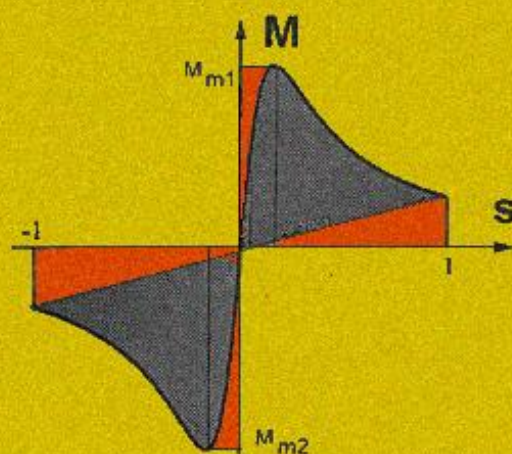


CONSTANTIN GHIȚĂ

# ELEMENTE FUNDAMENTALE DE MAȘINI ELECTRICE



Editura PRINTECH  
București 2002



Constantin Ghiță

# ELEMENTE FUNDAMENTALE DE MAȘINI ELECTRICE

Editura PRINTECH  
București 2002



## **CUPRINS**

### **INTRODUCERE - NOȚIUNI PRIVIND CONVERSIA ELECTROMECHANICĂ**

Cuplul electromagnetic	7
Tensiunea electromotoare indusă	8
Câteva teoreme ale conversiei electromecanice	8
Regimurile convertoarelor electromecanice	9

### **CAPITOLUL 1 - TRANSFORMATORUL ELECTRIC**

1.1. Elemente constructive ale transformatorului	11
1.2. Date nominale, domenii de utilizare	14
1.3. Principiul de funcționare al transformatorului	15
1.4. Teoria tehnică a transformatorului electric	17
1.5. Bilanțul de puteri active al transformatorului	22
1.6. Regimuri permanente ale transformatorului	23
1.7. Caracteristicile transformatorului	26
1.8. Particularități ale transformatoarelor trifazate	28
1.9. Scheme și grupe de conexiuni	30
1.10. Funcționarea transformatoarelor în paralel	35
1.11. Transformatoare speciale	37
1.12. Probleme cu transformatoare	39

### **CAPITOLUL 2 - MAȘINA ASINCRONĂ**

2.1. Generalități privind mașinile electrice de c.a.	48
2.2. Producerea câmpului magnetic pulsatoriu	49
2.3. Producerea câmpului magnetic învârtitor	51
2.4. Elemente constructive ale mașinii asincrone	53
2.5. Domenii de utilizare, date nominale, simbolizare	54
2.6. Principiul de funcționare al motorului asincron	56
2.7. Regimurile energetice ale mașinii asincrone	57
2.8. Schema echivalentă, ecuațiile de funcționare și diagrama de fazori ale mașinii asincrone	58
2.9. Bilanțul de puteri al motorului asincron	61
2.10. Cuplul electromagnetic al mașinii asincrone	63
2.11. Caracteristicile motorului asincron	66
2.12. Tipuri de colivii ale motorului asincron trifazat cu rotorul în scurtcircuit	69
2.13. Încercările motorului asincron	71
2.14. Motorul asincron monofazat	73
2.15. Acționări cu motoare asincrone	74
2.16. Probleme cu motoare asincrone	81

### CAPITOLUL 3 - MAȘINA SINCRONĂ

3.1. Generalități	90
3.2. Elemente constructive ale mașinii sincrone	90
3.3. Domenii de utilizare, date nominale, simbolizare	92
3.4. Principiul de funcționare al mașinii sincrone	94
3.5. Teoria generatorului sincron cu poli înecați	97
3.6. Teoria generatorului sincron cu poli aparenți	104
3.7. Funcționarea generatorului sincron pe rețea proprie	108
3.8. Funcționarea generatorului sincron în paralel cu o rețea de putere infinită	110
3.9. Scurtcircuit trifazat brusc la generatorul sincron	113
3.10. Stabilitatea dinamică a mașinii sincrone	117
3.11. Mașini sincrone speciale	121
3.12. Acționări cu motoare sincrone	122
3.13. Probleme cu mașini sincrone	126

### CAPITOLUL 4 - MAȘINA DE CURENT CONTINUU

4.1. Elemente constructive ale mașinii de c.c.	139
4.2. Utilizare, semne convenționale, date nominale	139
4.3. Principiul de funcționare al generatorului de c.c. și al motorului de c.c.	141
4.4. Elemente generale privind înfășurările de c.c.	144
4.5. Tensiunea electromotoare a mașinii de c.c.	146
4.6. Cuplul electromagnetic al mașinii de c.c.	147
4.7. Reacția indusului la mașina de curent continuu	148
4.8. Comutația la mașina de curent continuu	151
4.9. Regimul de generator al mașinii de curent continuu	152
4.10. Regimul de motor al mașinii de curent continuu	156
4.11. Mașini de curent continuu speciale	161
4.12. Acționări electrice cu motoare de c.c.	162
4.13. Probleme cu mașini de c.c.	167
<b>ANEXE</b>	<b>174</b>
<b>BIBLIOGRAFIE PRINCIPALĂ</b>	<b>195</b>

## INTRODUCERE

### NOȚIUNI PRIVIND CONVERSIA ELECTROMECHANICĂ

Conversia energiei de tip electromecanic se produce într-un convertor numit *electromecanic*. Orice mașină electrică rotativă este un convertor electromecanic, care transformă energia electrică în energie mecanică (motor electric) sau care transformă energia mecanică în energie electrică (generator electric). Conversia electromecanică (într-un sens sau în altul) se realizează prin intermediul câmpului magnetic.

În structura oricărui convertor electromecanic, sunt prezente trei sisteme principale: *sistemul electric* (înfășurările), prin care circulă curenți electrici continui sau alternativi; *sistemul magnetic* (miezurile magnetice statorice și rotorice), prin care circulă fluxurile magnetice; *sistemul mecanic* (de consolidare), cu multiple roluri: susținere, rigidizare mecanică, centrare, ventilație, ridicare, fixare pe platformă.

În procesul de conversie electromecanică are loc unul din următoarele fenomene: ori energia electrică, injectată pe la bornele convertorului, este transmisă sistemului magnetic, care o transmite arborelui prin intermediul cuplului electromagnetic (la motoare), ori energia mecanică, injectată pe la arborele convertorului, este transmisă prin intermediul energiei magnetice sistemului electric, care dezvoltă această energie sub formă de energie electrică la borne (la generatoare). Sistemul magnetic, prin intermediul energiei magnetice, joacă rolul de sistem de cuplaj între sistemul mecanic și sistemul electric.

Este mult mai avantajos să se facă conversia electromecanică a energiei în sistemele magnetice în raport cu sistemele electrice. Într-adevăr, dacă se face raportul dintre densitățile de volum ale energiei magnetice  $w_m$  și energiei electrice  $w_e$ , se găsește:

$$\frac{w_m}{w_e} = \frac{B^2 / (2\mu_0)}{\epsilon_0 E^2 / 2} = \frac{B^2}{\epsilon_0 \mu_0 E^2} = \frac{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 1^2}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot (3 \cdot 10^6)^2} = 10^4 \quad (1)$$

expresie în care s-au considerat valorile tehnice uzuale ale inducției magnetice ( $B = 1\text{T}$ ) și ale câmpului electric ( $E = 30 \text{ kV/cm} = 3 \cdot 10^6 \text{ V/m}$ ). Din relația (1), se deduce că volumul convertoarelor electromecanice care utilizează sistemul magnetic ca sistem de cuplaj este de  $10^4$  ori mai mic decât al acelor care utilizează sistemul electric. Din acest motiv, convertoarele electromecanice (mașinile electrice) folosesc conversia energiei în câmp magnetic.

### CUPLUL ELECTROMAGNETIC

Cuplul electromagnetic al unui convertor electromecanic se determină cu ajutorul teoremei forțelor generalizate în câmp magnetic, teoremă care se exprimă cu ajutorul energiei magnetice  $W_m$ , de interacțiune a statorului și rotorului, cu una dintre relațiile:

$$M = \left( \frac{\partial W_m}{\partial \alpha} \right) \Big|_{i_k = \text{const.}} ; M = - \left( \frac{\partial W_m}{\partial \alpha} \right) \Big|_{\psi_k = \text{const.}} \quad (2)$$

în care  $\alpha$ , reprezintă unghiul geometric dintre axa de referință statorică FS și axa de referință rotorică FR.

În convertoarele electrice care generează energie mecanică (motoare electrice), cuplul electromagnetic este activ, deoarece el produce mișcarea axului motorului. În cazul generatoarelor electrice, cuplul electromagnetic este antagonist, deoarece se opune cuplului activ care antrenează generatorul (regula lui Lenz).

## TENSIUNEA ELECTROMOTOARE INDUSĂ

Tensiunea electromotoare indusă într-un convertor electromecanic constituie elementul de interacțiune a sistemului magnetic al convertorului cu sistemul său electric.

Legea inducției electromagnetice determină expresia t.e.m. induse și caracterizează legătura dintre un câmp magnetic de inducție  $B$ , variabil în timp, și câmpul electric  $E$  care ia naștere ca urmare a acestei variații, exprimându-se matematic astfel:

$$e = \oint_c \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \iint_{S_c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A} + \oint_c (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot d\vec{r} = e_t + e_m \quad (3)$$

în care  $S_c$  reprezintă o suprafață deschisă care se sprijină pe conturul închis  $c$ , iar vectorul  $\vec{v}$  este viteza instantanee locală a mediului în care are loc fenomenul de inducție.

T.e.m. rezultantă  $e$  este formată din două componente:

- o componentă *de transformare*  $e_t$  (sau statică), obținută atunci când conturul  $c$  este fix, iar câmpul magnetic este variabil în timp (specifică transformatoarelor electrice);
- o componentă *de mișcare*  $e_m$  (sau de rotație în mașinile electrice), care apare atunci când conturul  $c$  se deplasează în câmpul magnetic, componentă specifică mașinilor electrice de c.c. și de c.a. fără colector (mașini sincrone și asincrone). Această componentă se obține practic pe cale dinamică prin rotirea *indusului* mașinii (partea unde se induc t.e.m.) în raport cu *inductorul* acesteia (partea care creează câmpul magnetic).

## CÂTEVA TEOREME ALE CONVERSIEI ELECTROMECHANICE

Conversia electromecanică a energiei se poate efectua prin intermediul cuplului electromagnetic. Cuplul reprezintă elementul de interacțiune dintre sistemul mecanic și sistemul magnetic. Pentru a apărea cuplul electromagnetic, trebuie îndeplinite câteva condiții generale. Aceste condiții sunt precizate de teoremele conversiei electromecanice.

### *Teorema fundamentală a conversiei electromecanice*

Teorema fundamentală formulează condiția care trebuie satisfăcută de orice convertor de energie de tip electromecanic, condiție referitoare la defazajul dintre fluxul magnetic și curentul asociat cu un circuit electric sau cu un sistem de circuite. Enunțul teoremei fundamentale este următorul: *În orice convertor, poate avea loc un transfer de energie activă între sistemul electric și magnetic (sau invers), dacă între fluxurile magnetice și curenții asociați circuitelor electrice ale acestuia, există un defazaj și dacă frecvențele acestora sunt egale.*

### *Teorema de inductanță*

Teorema de inductanță are o importanță deosebită în cazul convertoarelor electromecanice care transformă energia electrică în energie mecanică (sau invers) prin



intermediul energiei magnetice. Această teoremă are următorul enunț: *Într-un convertor, schimbul de energie între sistemele magnetic și mecanic ale convertorului considerat (sau invers) se produce numai dacă sistemul electromecanic considerat prezintă o inductanță variabilă în timp sau un sistem de inductanțe, variabil în timp.* Conform acestei teoreme, cuplul electromagnetic se determină, cu ajutorul relației (2), luând în seamă numai energia de interacțiune a statorului și rotorului și nu întreaga energie magnetică înmagazinată în mașină. Cu alte cuvinte, energia magnetică corespunzătoare unor inductanțe constante nu are contribuție la producerea cuplului electromagnetic, deci nu are nici un rol în procesul de conversie electromecanică.

#### *Teorema variației curentului*

Teorema variației curentului are următorul enunț: *O conversie energetică de tip electromecanic are loc numai atunci când cel puțin un sistem de curenți din convertor este variabil în timp.*

### REGIMURILE CONVERTOARELOR ELECTROMECHANICE

Convertoarele electromecanice sunt reversibile din punct de vedere energetic, adică pot transforma energia electrică în energie mecanică (motor) sau energia mecanică în energie electrică (generator). Reversibilitatea energetică a acestor convertoare decurge din legea inducției electromagnetice.

#### *Regimul de generator*

Se consideră un conductor care se află în repaus față de un câmp magnetic exterior de inducție magnetică constantă  $\vec{B}$ . Atâta timp cât conductorul și câmpul sunt în repaus unul față de altul, conductorul nu va sesiza prezența câmpului magnetic (Fig.1a). Dacă conductorul se deplasează perpendicular pe liniile inducției magnetice (Fig.1.b), cu viteza constantă  $\vec{v}$ , în conductor se induce o t.e.m. scalară  $e$ , dată de produsul mixt:  $e = \vec{l} \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$ , în care  $l$  este lungimea conductorului care se deplasează în câmpul magnetic.

Dacă conductorul se închide în afara spațiului în care este câmpul magnetic, astfel încât să se formeze un circuit închis, în acest circuit va circula un curent, al cărui sens va fi același cu cel al t.e.m. induse (Fig.1.c), deoarece această tensiune creează curentul. Interacțiunea curentului  $i$  (câmpul magnetic propriu) și a câmpului exterior dă naștere unei forțe electromagnetice  $\vec{F}$ , care se exercită asupra conductorului, forță care are expresia:  $\vec{F} = i \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$ .

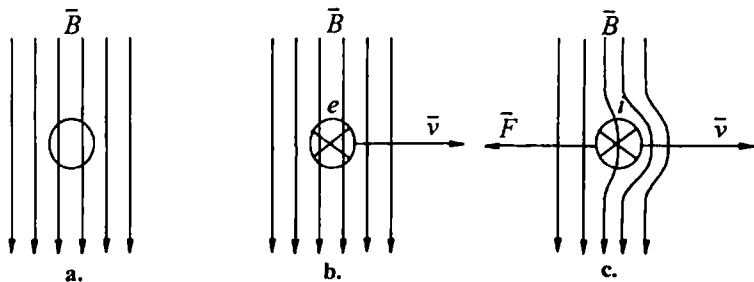


Fig. 1. Referitoare la principiul de funcționare al convertorului generator:

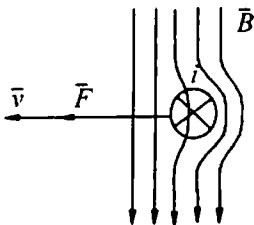
- a - conductor fix în câmp magnetic;
- b - conductor mobil în circuit deschis situat în câmp magnetic;
- c - conductor mobil în circuit închis situat în câmp magnetic.

Forța electromagnetică are un sens ce se determină cu ajutorul regulii produsului vectorial și, după cum se vede din Fig. 1.c, acest sens este opus sensului de deplasare al conductorului în câmp. Prin urmare, forța electromagnetică se opune forței mecanice aplicate din exterior.

*Sistemul electromecanic în care curentul are sensul t.e.m. induse, iar forța electromagnetică se opune vitezei  $v$  (este rezistentă), se numește sistem generator.* Faptul că cuplul electromagnetic al convertorului generator este rezistent (regula lui Lenz) face ca energia mecanică primită de acesta (la antrenarea cu viteza  $v$  a rotorului) să se transforme în energie electrică, cedată circuitului închis prin care circulă curentul  $i$ , deoarece t.e.m. indusă și curentul au același sens (dipol generator). Energia electrică a convertorului apare ca efect al antrenării rotorului acestuia în câmpul magnetic  $\vec{B}$ .

#### *Regimul de motor*

Să presupunem, în continuare, că la bornele aceluiași conductor, care se află în repaus față de câmpul magnetic, se aplică din exterior o tensiune egală cu t.e.m. care se inducea în conductorul respectiv când acesta se deplasa în câmp cu viteza  $\vec{v}$ . În conductor, sub acțiunea acestei tensiuni, va lua naștere tot curentul  $i$ , din cazul anterior, care va circula în același sens (Fig. 2).



**Fig. 2.** Referitoare la principiul de funcționare al convertorului motor.

Asupra conductorului, aflat în câmpul magnetic exterior și parcurs de curentul  $i$ , se va exercita, de asemenea, forța electromagnetică  $\vec{F}$  care va provoca deplasarea conductorului respectiv în câmp cu viteza  $\vec{v}$ , astfel încât în conductor se va induce o t.e.m. care se opune tensiunii aplicate din exterior (regula lui Lenz). De această dată, forța  $\vec{F}$  și viteza  $\vec{v}$  au același sens, deoarece forța creează această viteză.

*Sistemul electromecanic în care sensul forței electromagnetice coincide cu sensul vitezei de deplasare al elementului asupra căruia se exercită această forță, iar curentul circula în sens contrar față de sensul t.e.m. induse, se numește sistem motor.*

Fie că este generator, fie că este motor, convertorul electromecanic de energie realizează conversia energiei numai dacă conductorul mobil (rotorul) se găsește în câmpul magnetic  $\vec{B}$ . Acesta se numește *câmpul magnetic de excitație* al convertorului și pentru producerea lui convertorul este echipat cu o înfășurare specială, numită *înfășurare inductoare* sau de *excitație*, sau este echipat cu un magnet permanent.

## CAPITOLUL 1

### TRANSFORMATORUL ELECTRIC

Transformatorul electric este un aparat care funcționează pe baza legii inducției electromagnetice, fiind destinat să transfere puterea electromagnetică de la un circuit cu  $w_1$  spire la un alt circuit cu  $w_2$  spire, transfer caracterizat prin schimbarea valorilor tensiunii și ale curentului primar  $u_1$ ,  $i_1$ , la valorile tensiunii și ale curentului secundar  $u_2$ ,  $i_2$  frecvența procesului rămânând constantă.

Transformatoarele electrice sunt destinate transformării valorilor tensiunii și curentului, în cadrul proceselor electroenergetice din instalațiile de curent alternativ. Ele se folosesc în sistemele energetice, rețelele de distribuție a energiei electrice, în diferite instalații industriale, de comunicație, precum și în automatică, electronică, telemecanică, iluminat etc.

#### 1.1. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE TRANSFORMATORULUI

În construcția unui transformator distingem 5 sisteme: sistemul magnetic, sistemul electric, sistemul de răcire, sistemul de reglare a tensiunii și de protecție și sistemul mecanic.

##### 1.1.1. SISTEMUL MAGNETIC

Pentru un transformator, sistemul magnetic este alcătuit din circuitul feromagnetic (miezul magnetic) prin care circulă fluxul magnetic. Miezul magnetic este format din coloane (porțiunile de miez pe care sunt dispuse înfășurările) și juguri magnetice (porțiunile dintre coloane care servesc numai la închiderea fluxului magnetic). Miezul magnetic se confecționează, în cele mai multe cazuri, din *tole de oțel* electrotehnic aliat cu siliciu. Pentru transformatoarele de mică putere care funcționează în scheme alimentate cu tensiuni de frecvențe ridicate, miezurile magnetice se fac din *ferite*.

În cazul miezurilor magnetice din tole acestea au, în cele mai multe cazuri, grosimi între (0,28 ... 0,35) mm și pot fi laminate la cald sau la rece (pentru reducerea pierderilor în fier). Tolele sunt izolate cu lacuri sau cu oxizi ceramici (carlit).

Miezurile magnetice din tole se construiesc ca miezuri magnetice *cu coloane* (Fig. 1.1), putând fi atât monofazate cât și trifazate. Transformatoarele monofazate cu două coloane (Fig. 1.1.a) conțin, pe fiecare coloană, câte două jumătăți de înfășurare; de joasă tensiune și de înaltă tensiune, jumătăți dispuse concentric. Cele două jumătăți de înfășurare de pe cele două coloane ale transformatorului se înseriază adițional. Transformatoarele trifazate de putere au miezurile cu trei coloane identice (Fig. 1.1.b). Înfășurările transformatoarelor trifazate cu coloane se dispun, de cele mai multe ori, concentric pe cele trei coloane, lângă miez găsindu-se înfășurarea de joasă tensiune.

Asamblarea miezului transformatorului, construit din tole, se face prin țeserea jugurilor de coloane. Pentru tolele laminate la cald țeserea se face la  $90^\circ$  în sistem cu două cicluri (Fig. 1.2.a) sau cu trei cicluri (Fig. 1.2.b). Tolele laminate la rece se țes, adesea, la  $45^\circ$  (Fig. 1.2.c) sau la  $45^\circ \pm 15^\circ$  (Fig. 1.2.d). În cazul țeserii la  $45^\circ$  sau la

$45^\circ \pm 15^\circ$ , pierderile în colțurile miezului sunt mici, iar curentul de mers în gol al transformatorului este și el mic.

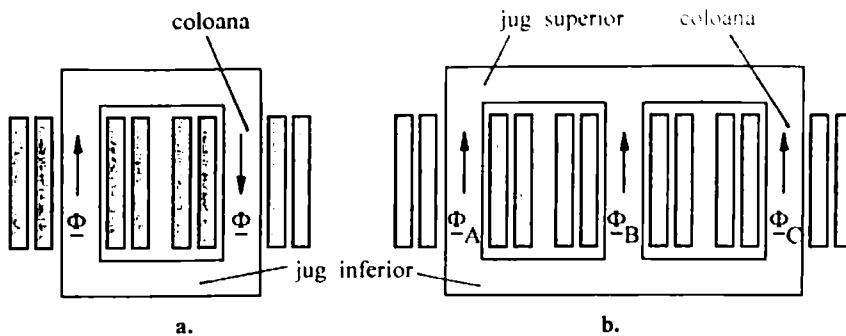


Fig. 1.1. Schema transformatorului electric cu coloane coplanare: a - monofazat; b - trifazat.

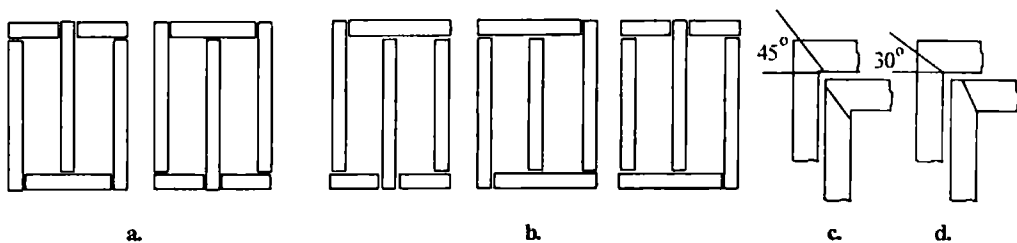


Fig. 1.2. Țeserea miezurilor magnetice trifazate cu 3 coloane: a - la  $90^\circ$  cu două cicluri; b - la  $90^\circ$  cu trei cicluri; c - la  $45^\circ$ ; d - la  $45^\circ \pm 15^\circ$ .

### 1.1.2. SISTEMUL ELECTRIC

Sistemul electric al transformatorului este format din înfășurările acestuia și toate conexiunile care-i permit racordarea atât la rețeaua primară (de alimentare), cât și la rețeaua secundară. Înfășurările transformatorului sunt construite din conductor de cupru sau aluminiu (mai rar); conductoarele sunt izolate electric între ele cu email, țesătură de sticlă sau bumbac. Înfășurările sunt izolate față de toate elementele cu care vin în contact.

Transformatorul monofazat prezintă cel puțin două înfășurări așezate pe miez. Una dintre înfășurări se conectează la o sursă de tensiune alternativă și se numește *înfășurare primară*. Pe la bornele acestei înfășurări, transformatorul ia de la rețeaua de alimentare o putere electrică pe care o transmite, prin intermediul câmpului electromagnetic, circuitului secundar. La bornele celeilalte înfășurări, numită *înfășurare secundară*, se conectează circuitul receptor al transformatorului.

Din punct de vedere al dispunerii înfășurărilor pe coloană acestea pot fi împărțite în două categorii; *înfășurări cilindrice concentrice* (Fig. 1.3.a și b) și *înfășurări alternate* (Fig.1.3.c). Înfășurările cilindrice concentrice au forma unor bobine cilindrice de diametre diferite și de înălțimi egale sau puțin diferite (înfășurarea de înaltă tensiune egală sau mai scundă decât cea de joasă tensiune), care se așează coaxial pe coloană, lângă miez aflându-se înfășurarea de joasă tensiune. Înfășurările alternate se construiesc din galeți (discuri) de diametre și grosimi egale, care sunt astfel dispuse, încât un galet al unei înfășurări să se găsească între doi galet ai celeilalte înfășurări.

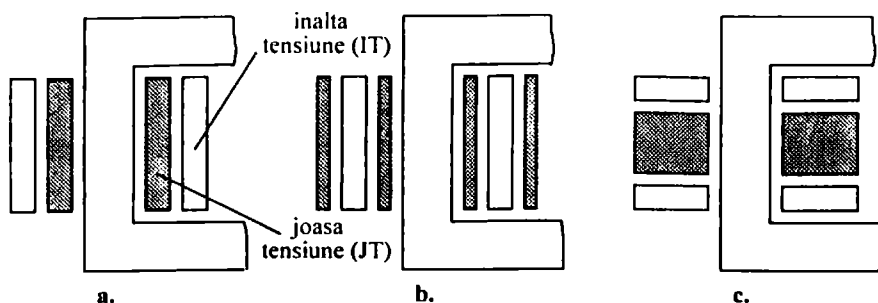


Fig. 1.3. Așezarea înfășurărilor transformatorului pe coloană: a - cilindrice concentrice; b - cilindrice biconcentrice; c - în galeți alternați.

Tipul constructiv al înfășurării se alege în funcție de valorile tensiunii și curentului pentru care se dimensionează înfășurarea.

### 1.1.3. SISTEMUL DE RĂCIRE

Înfășurările transformatorului fiind parcurse de curenți, în ele se produc pierderi sub formă de căldură care trebuie evacuată. După modul în care se face răcirea se deosebesc *transformatoare uscate* și *transformatoare în ulei*. Căldura se transmite de la părțile active la agentul de răcire prin conducție, iar mai departe, la mediul ambiant, prin convecție și radiație. La transformatoarele în ulei, sistemul de răcire este format din cuvă și elementele de răcire.

### 1.1.4. SISTEMUL DE REGLARE A TENSIUNII ȘI DE PROTECȚIE

Toate transformatoarele de putere sunt prevăzute cu un dispozitiv care permite *reglajul tensiunii în gol*, în anumite limite (uzual  $\pm 4\%$  sau  $\pm 5\%$ ). Prizele de reglaj, în număr de trei, se prevăd pe partea de înaltă tensiune deoarece această înfășurare este plasată la exterior, are mai multe spire și conductoarele sunt mai subțiri. Capetele prizelor de reglaj sunt duse la un *comutator cu prize*, care poate fi liniar sau circular.

Majoritatea transformatoarelor cu cuvă se prevăd cu *conservator de ulei*, care este un cilindru, de volum aproximativ 8 % din volumul total al uleiului din transformator. Conservatorul de ulei este așezat deasupra cuvei, pe latura ei scurtă și are rolul de a micșora suprafața de contact dintre ulei și aer și de a prelua variațiile de volum ale uleiului datorate variației temperaturii mediului ambiant.

*Releul de gaze* (releu Bucholtz) se montează între cuvă și conservatorul de ulei și are rolul de a întrerupe alimentarea transformatorului în două situații și anume: când în interiorul cuvei apar gaze ca urmare a unui arc electric, sau când cuva are pierderi de ulei, ca urmare a unor scurgeri necontrolate (releul rămâne fără ulei).

Alte elemente care asigură protecția transformatorului sunt: *supapa de siguranță*, *indicatoarele de temperatură* și *borna de legare la masă*.

### 1.1.5. SISTEMUL MECANIC

Sistemul mecanic este format din elemente care asigură compactizarea tuturor părților transformatorului, ridicarea cu tot echipamentul (inclusiv uleiul), deplasarea și transportul acestuia. La transformatoarele de putere, cel mai frecvent se folosesc construcții simple cu grinzi de strângere ale jugurilor magnetice sub forma unor profile U

sau L îmbinate prin *buloane de strângere* și rigidizate de *tiranți* verticali, care servesc la ridicarea părții decuvabile și la presarea bobinajelor. La capetele bobinajelor, spre grinzile de strângere se pun, pentru presare, *discuri izolante* și *discuri cu tacheți*, care permit circulația naturală a uleiului din cuvă printre tacheți, prin canalul axial dintre înfășurări. Discurile acestea sunt presate de grinzile de strângere, cu ajutorul tiranților.

Pentru transformatoarele în ulei, elementul principal al sistemului mecanic este cuva. Din punct de vedere mecanic, cuva trebuie să reziste, în afara solicitărilor apărute la ridicarea transformatorului, la o presiune internă de până la o atmosferă.

## 1.2. DATE NOMINALE, DOMENII DE UTILIZARE

### 1.2.1. DATE NOMINALE

Regimul nominal de funcționare al unui transformator este acel regim pentru care se proiectează transformatorul și în care trebuie să funcționeze timp îndelungat, în serviciul de funcționare prescris, fără ca temperatura în diferite zone să depășească limitele impuse. Regimul nominal este caracterizat prin datele nominale, care sunt:

**a. Puterea nominală  $S_n$** , exprimată în VA, kVA sau MVA, este puterea aparentă secundară debitată de transformator un timp oricât de lung, în serviciul de funcționare considerat, fără ca temperatura oricărui element al transformatorului să depășească temperatura clasei de izolație la care a fost proiectat acesta.

**b. Tensiunea nominală primară  $U_1$** , exprimată în V sau kV, este valoarea de linie a tensiunii aplicate înfășurării primare a transformatorului în regimul nominal.

**c. Tensiunea nominală secundară  $U_2$** , exprimată în V sau kV, este valoarea de linie a tensiunii secundare la funcționarea în gol pe priza nominală când primarului i se aplică tensiunea nominală primară. Această definiție este valabilă pentru transformatoare care au puterea nominală mai mare sau egală cu 10 kVA. Pentru transformatoare cu puterea mai mică, tensiunea nominală secundară se definește ca fiind tensiunea secundară în sarcină nominală când primarului i se aplică tensiunea nominală primară.

**d. Curenții nominali  $I_1$  și  $I_2$**  sunt curenții de linie care parcurg înfășurările când primarului i se aplică tensiunea nominală și în secundar se debitează puterea nominală, înfășurările având temperatura convențională nominală (75°C pentru clasele de izolație Y, A, E, B, respectiv 115 °C pentru clasele de izolație F, H, C).

**e. Tensiunea nominală de scurtcircuit  $u_k$** , exprimată în procente [%], este tensiunea aplicată primarului când secundarul este în scurtcircuit, astfel încât curentul care parcurge primarul să fie egal cu curentul nominal, secundarul fiind pe priza nominală, iar temperatura înfășurărilor egală cu valoarea convențională nominală.

**f. Alte date nominale:** frecvența nominală  $f$ , în Hz, schema și grupa de conexiuni, numărul de faze  $m$ , serviciul de funcționare, gradul de protecție, pierderile nominale de mers în gol  $P_0$ , pierderile nominale în scurtcircuit  $P_k$ , curentul de mers în gol  $I_0$ , masa netă, masa uleiului (pentru transformatoarele cu ulei).

### 1.2.2 DOMENII DE UTILIZARE

Transformatoarele electrice au numeroase utilizări: în energetică, în transportul și distribuția energiei electrice, în diferite domenii ale tehnicii ca transformatoare de uz general sau cu destinație specială. Transformatoarele de putere pentru transportul și

distribuția energiei electrice sunt destinate ridicării tensiunii (la centrală), în vederea transportului cu pierderi mici și coborârii acesteia (la consumator). Transportul energiei electrice la tensiune mare este economic. Într-adevăr, raportul  $k$  dintre puterea activă  $P_J$ , pierdută prin efect Joule pe o linie de transport și puterea activă  $P$  transmisă pe linie, este cu atât mai mic cu cât tensiunea liniei este mai mare:

$$k = \frac{P_J}{P} = \frac{3RI^2}{\sqrt{3}UI \cos \varphi} = \frac{3 \cdot \frac{\rho l}{s} \cdot I^2}{\sqrt{3}UI \cos \varphi} = \frac{\sqrt{3} \rho l I}{sU \cos \varphi} = \frac{\rho l P}{s(U \cos \varphi)^2} = \text{const} \cdot \frac{1}{U^2}$$

$\rho$  fiind rezistivitatea liniei,  $l$  lungimea acesteia, iar  $s$  secțiunea conductorului liniei.

În energetică se folosesc transformatoare cu trei înfășurări, când tensiunea unei surse sau rețele se transformă în două tensiuni distincte. Transformatoarele electrice se mai folosesc și pentru alimentarea cuptoarelor electrice, pentru sudarea electrică (cu arc sau prin puncte), iar în domeniul puterilor mici și foarte mici, își găsesc utilizarea în automatică și în aparatura electronică.

### 1.3. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE AL TRANSFORMATORULUI

Fie un transformator electric monofazat având înfășurarea primară conectată la o sursă de c.a. de tensiune sinusoidală  $u_1 = U_1 \sqrt{2} \sin \omega t$ , cu înfășurarea secundară presupusă mai întâi în gol. În Fig. 1.4 se prezintă schema electrică a transformatorului în care  $w_1$ ,  $w_2$  reprezintă numerele de spire ale celor două înfășurări. Pentru circuitul primar s-a ales regula de la *receptoare* și pentru cel secundar regula de la *generatoare*, în scopul obținerii unor puteri pozitive  $p_1$  și  $p_2$ . Acest lucru va avea influență asupra interpretării fizice a sensului real al tensiunii secundare și anume, *sensul real al tensiunii secundare va fi opus aceluia obținut din diagramele de fazori*.

Solenajia primară de mers în gol  $\theta_0 = w_1 i_{10}$  (solenajia de magnetizare) creează în miez fluxul magnetic fascicular  $\varphi$ , variabil în timp.

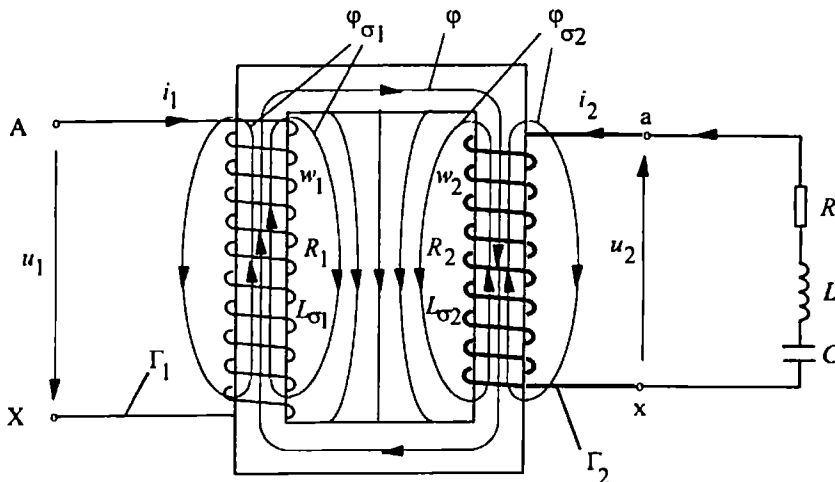


Fig. 1.4. Schema electrică a transformatorului monofazat.

Neglijându-se căderile de tensiune pe înfășurarea primară (curentul de mers în gol  $i_{10}$  fiind mic), tensiunea aplicată la bornele înfășurării primare este egală cu t.e.m. cu semn schimbat  $e_1$  indusă de fluxul  $\varphi_{10}$ , astfel încât putem scrie:

$$u_1 \approx -e_1 = w_1 \frac{d\varphi_{10}}{dt}.$$

În înfășurarea secundară, care îmbrățișează același flux magnetic  $\varphi_{10}$ , se induce t.e.m.  $e_2$ , proporțională cu numărul de spire  $w_2$  și egală cu tensiunea  $u_{20}$ :

$$u_{20} = e_2 = -w_2 \frac{d\varphi_{10}}{dt}$$

Raportul tensiunilor la borne, notat cu  $k$ , se numește *raport de transformare*, fiind egal și cu raportul t.e.m., precum și cu cel al numerelor de spire:

$$k = \frac{|u_1|}{|u_{20}|} = \frac{|e_1|}{|e_2|} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_1}{U_{20}}$$

în care  $U_1$ ,  $U_{20}$  sunt valorile efective ale tensiunilor la borne, la mersul în gol al transformatorului, în regim armonic.

Dacă se conectează la bornele secundare un receptor, circuitul secundar va fi parcurs de curentul  $i_2$  iar cel primar de curentul  $i_1 > i_{10}$ . Cei doi curenți  $i_1$  și  $i_2$  au sensuri opuse, conform regulii lui Lenz și la fel și cele două solenații  $w_1 i_1$  și  $w_2 i_2$ . Compunerea celor două solenații conduce la solenația rezultantă  $\theta$ , dată de relația:

$$\theta = w_1 i_1 - w_2 i_2 \quad (1.1)$$

Solenația primară  $w_1 i_1$  se compune din solenația de mers în gol  $w_1 i_{10}$  și din solenația primară datorată exclusiv sarcinii  $w_1 i_1^*$ , curentul  $i_1^*$  fiind riguros proporțional cu curentul de sarcină  $i_2$  astfel încât putem scrie:

$$w_1 i_1 = w_1 i_{10} + w_1 i_1^*; \quad w_1 i_1^* = w_2 i_2 \Rightarrow w_1 i_1 - w_2 i_2 = w_1 i_{10} + w_1 i_1^* - w_2 i_2 = w_1 i_{10} = \theta$$

astfel încât relația (1.1) devine:

$$w_1 i_1 - w_2 i_2 = \theta = w_1 i_{10} \quad (1.2)$$

Din relația (1.2) se deduce concluzia că indiferent de valoarea curentului de sarcină  $i_2$ , solenația rezultantă  $\theta = w_1 i_{10}$  este constantă. Dependența dintre fluxul magnetic fascicular rezultat  $\varphi$  și solenația rezultantă  $\theta$  este bijectivă ( $P_{Fe} = 0$ ) dar neliniară, fiind prezentată cu linie plină în Fig 1.5. Asta înseamnă că și fluxul magnetic fascicular rezultat din miez  $\varphi$  este constant la orice sarcină și este egal cu fluxul din miez la funcționarea în gol,  $\varphi = \varphi_{10}$ .

Ecuția de tensiuni primară, în ipoteza neglijării dispersiilor magnetice se scrie:

$$R_1 i_1 - u_1 = -w_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (1.3)$$

și cum  $R_1 i_1 \ll u_1$ , rezultă că fluxul magnetic  $\varphi$ , considerând tensiunea  $u_1$  sinusoidală, se obține prin integrarea relației (1.3):



$$\varphi = \frac{1}{w_1} \int u_1 dt = -\frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1} \cos \omega t = \Phi_m \sin(\omega t - \frac{\pi}{2}); \text{ unde } \Phi_m = \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega w_1} \quad (1.4)$$

Din relația (1.4) deducem că fluxul magnetic fascicular rezultat  $\varphi$  este sinusoidal, tensiunea  $u_1$  este sinusoidală. Dacă  $\varphi$  și  $\theta$  sunt sinusoidale și constante (ca valori efective) oricare ar fi curenții  $i_1$  și  $i_2$ , înseamnă că transformatorul alimentat la tensiunea nominală are o caracteristică de magnetizare  $\varphi(\theta)$  liniară și anume chiar dreapta punctată Fig. 1.5.

Dacă se neglijează pierderile de putere activă în transformator, puterea instantanee  $p_1 = u_1 i_1$  primită de transformator pe la bornele primare AX este egală cu puterea instantanee  $p_2 = u_2 i_2$ , transmisă sarcinii pe la bornele secundare ax. Așadar, transformatorul electric schimbă valoarea tensiunii primare  $u_1$  la valoarea  $u_2$  care convine sarcinii, asigurând și izolarea celor două circuite. Transferul de putere se face prin mediul câmpului electromagnetic.

#### 1.4. TEORIA TEHNICĂ A TRANSFORMATORULUI ELECTRIC

Teoria transformatoarelor și mașinilor electrice se poate trata sub două forme și anume: teoria fizică și teoria tehnică. În cazul teoriei fizice se consideră circuitul magnetic al mașinii sau al transformatorului liniar și fără pierderi în fier. Asta înseamnă că dependența dintre solenația rezultantă și fluxul magnetic fascicular este o dreaptă. Fenomenul de saturație se neglijează.

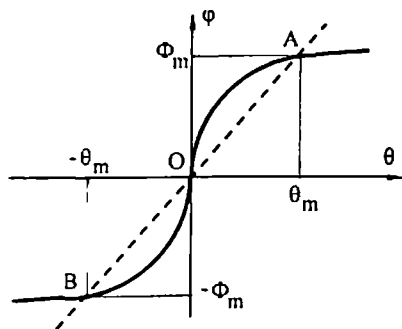


Fig. 1.5. Dependenta neliniară  $\varphi = f(\theta)$ .

În cazul teoriei tehnice se consideră dependența neliniară dintre solenație și flux, iar pierderile în fier se consideră, în ultimă analiză și ele nule. Teoria tehnică permite luarea în calcul a saturației circuitului magnetic și a pierderilor în fier. Din acest motiv, se va trata în continuare teoria tehnică a transformatorului electric.

Deducerea ecuațiilor transformatorului, corespunzătoare teoriei tehnice, se va face, considerând pentru început, pierderile din miezul feromagnetic nule.

##### 1.4.1. FORMA INSTANTANEE A ECUAȚIILOR TRANSFORMATORULUI

Ecuațiile de tensiuni ale circuitelor primar și secundar se scriu prin aplicarea legii inducției electromagnetice de-a lungul unor contururi închise, notate cu  $\Gamma_1$ , respectiv  $\Gamma_2$  Fig. 1.4, contururi formate din conductoarele înfășurărilor:

$$R_1 i_1 - u_1 = -\frac{d\Psi_1}{dt}; \quad R_2 i_2 + u_2 = -\frac{d\Psi_2}{dt} \quad (1.5)$$

în care  $\Psi_1$  și  $\Psi_2$  sunt fluxurile totale care îmbrățișează spirele  $w_1$ , respectiv  $w_2$  ale celor două înfășurări ale transformatorului monofazat.

Fluxul total  $\Psi_1$  al înfășurării primare este suma dintre fluxul util  $w_1\varphi$  al înfășurării ( $\varphi$  este fluxul magnetic fascicular util) și cel de dispersie  $L_{\sigma 1}i_1$  al acesteia, în care  $L_{\sigma 1}$  este inductivitatea de dispersie a înfășurării primare în raport cu cea secundară, inductivitate constantă dat fiind traseul prin aer al fluxului de dispersie al înfășurării primare. În mod analog, se scrie și fluxul total  $\Psi_2$  al înfășurării secundare, în funcție de inductivitatea  $L_{\sigma 2}$  de dispersie a înfășurării secundare în raport cu cea primară:

$$\Psi_1 = w_1\varphi + L_{\sigma 1}i_1; \quad \Psi_2 = w_2\varphi + L_{\sigma 2}i_2$$

Se înlocuiesc fluxurile magnetice totale  $\Psi_1$  și  $\Psi_2$  în cele două ecuații (1.5), considerând inductivitățile de dispersie constante și avem:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1i_1 + L_{\sigma 1}\frac{di_1}{dt} + w_1\frac{d\varphi}{dt}; \\ -u_2 &= R_2i_2 + L_{\sigma 2}\frac{di_2}{dt} + w_2\frac{d\varphi}{dt} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Ecuațiile (1.6) reprezintă primele două ecuații ale transformatorului, iar ecuația (1.2) constituie a treia ecuație. Legătura dintre fluxul magnetic fascicular util  $\varphi$  și solenația rezultantă  $\theta$  constituie a patra ecuație a transformatorului:

$$\varphi = \frac{\theta}{\mathfrak{R}_\mu} = \frac{w_1i_{10}}{\mathfrak{R}_\mu}, \quad \mathfrak{R}_\mu = \text{reluctanța miezului}, \quad (1.7)$$

iar ecuația de tensiuni a sarcinii constituie a cincea ecuație:

$$u_2 = Ri_2 + L\frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C}\int i_2 dt \quad (1.8)$$

Necunoscutele sistemului format de cele cinci ecuații ale transformatorului sunt:  $i_1$ ,  $i_2$ ,  $u_2$ ,  $\theta$  și  $\varphi$ . Sistemul este neliniar datorită caracteristicii neliniare (1.7) a miezului feromagnetic. În ipoteza neglijării dispersiilor și a rezistenței înfășurării primare, sistemul se liniarizează, când caracteristica  $\varphi = f(\theta)$  devine o dreaptă (figurată punctat în Fig. 1.5).

#### 1.4.2. FORMA COMPLEXĂ A ECUAȚIILOR TRANSFORMATORULUI

În cazul în care neglijăm căderile de tensiune pe rezistența și inductivitatea de dispersie a înfășurării primare, la tensiune  $u_1$  sinusoidală, toate cele cinci necunoscut ale sistemului sunt sinusoidale. Se poate deci transcrie sistemul celor cinci ecuații în complex simplificat (modulul mărimii complexe este egal cu valoarea efectivă a mărimii sinusoidale și argumentul mărimii complexe egal cu faza inițială a mărimii sinusoidale).

Forma complexă a ecuațiilor transformatorului se obține ținând seama că operația de derivare se înlocuiește cu operatorul  $j\omega$  în care  $j = \sqrt{-1}$ , iar cea de integrare se înlocuiește cu  $1/j\omega$ . Cu aceste precizări, forma complexă a ecuațiilor transformatorului electric devine:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1\underline{I}_1 + j\omega L_{\sigma 1}\underline{I}_1 + j\omega w_1\frac{\underline{\Phi}_m}{\sqrt{2}}; \quad -\underline{U}_2 = R_2\underline{I}_2 + j\omega L_{\sigma 2}\underline{I}_2 + j\omega w_2\frac{\underline{\Phi}_m}{\sqrt{2}}; \\ \underline{\theta} &= w_1\underline{I}_1 + w_2\underline{I}_2 = w_1\underline{I}_{10}; \quad \underline{\Phi}_m = \frac{\underline{\theta}\sqrt{2}}{\mathfrak{R}_\mu}; \quad \underline{U}_2 = R_2\underline{I}_2 + j\omega L_{\sigma 2}\underline{I}_2 - \frac{j}{\omega C}\underline{I}_2. \end{aligned} \quad (1.9)$$

În ecuațiile (1.9) în relația a treia (a solenației) apare semnul plus deoarece compunerea solenațiilor este o considerată o „însușire” vectorială. În electrotehnică fluxurile, inducțiile și câmpurile magnetice se dau în valori de vârf, în timp ce tensiunile și curenții se dau în valori efective. Din această cauză, în relațiile (1.9) apare factorul  $\sqrt{2}$  în prima, a doua și a patra ecuație. În teoria mașinilor electrice se fac notațiile uzuale:

$$\begin{aligned} X_{\sigma 1} &= \omega L_{\sigma 1}, & X_{\sigma 2} &= \omega L_{\sigma 2}, \\ \underline{E}_1 &= -j\omega w_1 \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}}, & \underline{E}_2 &= -j\omega w_2 \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (1.10)$$

Se exprimă t.e.m. a înfășurării primare, considerând relația a patra din (1.9):

$$\underline{E}_1 = -j\omega w_1 \frac{\theta \sqrt{2}}{\mathfrak{R}_\mu \sqrt{2}} = -j\omega w_1 \frac{w_1 \underline{I}_{10}}{\mathfrak{R}_\mu} = -jX_\mu \underline{I}_{10} \quad (1.11)$$

în care mărimea  $X_\mu = \omega w_1^2 / \mathfrak{R}_\mu$  se numește *reactanța de magnetizare a miezului*. Cu notațiile de mai sus, forma complexă a ecuațiilor transformatorului devine:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + jX_{\sigma 1} \underline{I}_1 - \underline{E}_1; & -\underline{U}_2 &= R_2 \underline{I}_2 + jX_{\sigma 2} \underline{I}_2 - \underline{E}_2; \\ w_1 \underline{I}_1 + w_2 \underline{I}_2 &= w_1 \underline{I}_{10}; & \underline{E}_1 &= -jX_\mu \underline{I}_{10}; & \underline{U}_2 &= R \underline{I}_2 + jX \underline{I}_2. \end{aligned} \quad (1.12)$$

în care  $X = \omega L - 1/\omega C$  se numește reactanța totală a sarcinii transformatorului electric.

#### 1.4.3. FORMA RAPORTATĂ A ECUAȚIILOR TRANSFORMATORULUI

Raportarea secundarului transformatorului la primar este operația de înlocuire a înfășurării secundare reale cu una convențională care are același număr de spire cu înfășurarea primară. Mărimile raportate se notează cu "prim" ( $w_1 = w'_2 \Rightarrow \underline{E}_1 = \underline{E}'_2$ ). Raportarea are ca scop obținerea, în primele două ecuații, a aceleiași t.e.m. comune  $\underline{E}_1 = \underline{E}'_2$ , care conduce la o schemă echivalentă a transformatorului cu circuitul secundar (raportat) cuplat galvanic cu cel primar prin intermediul acelei t.e.m. comune.

Regulile de raportare se obțin din condiția ca înfășurările raportată și reală să aibă aceleași puteri aparente, active și reactive. Din relațiile (1.10) găsim că  $E_1/E_2 = w_1/w_2$  și, prin urmare, putem scrie relațiile de raportare ale tensiunilor transformatorului electric:

$$\underline{E}_1 = \underline{E}'_2 = \underline{E}_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow \underline{U}'_2 = \underline{U}_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} \quad (1.13)$$

Din egalitatea puterilor aparente rezultă regula de raportare a curenților și din egalitatea puterilor active și reactive, rezultă regula de raportare a rezistențelor și reactanțelor:

$$\begin{aligned} \underline{E}_2 \underline{I}_2 &= \underline{E}'_2 \underline{I}'_2 \Rightarrow \underline{I}'_2 = \underline{I}_2 \frac{w_2}{w_1} \\ R_2 \underline{I}_2^2 &= R'_2 \underline{I}'_2^2 \Rightarrow R'_2 = R_2 \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 \\ X_{\sigma 2} \underline{I}_2^2 &= X'_{\sigma 2} \underline{I}'_2^2 \Rightarrow X'_{\sigma 2} = X_{\sigma 2} \left( \frac{w_1}{w_2} \right)^2 \end{aligned} \quad (1.14)$$

Se înmulțesc ecuația a doua și a cincea din (1.12) cu  $w_1/w_2$  și a treia se împarte cu  $w_1$ , obținându-se forma raportată a ecuațiilor transformatorului:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= R_1 \underline{I}_1 + jX_{\sigma 1} \underline{I}_1 - \underline{E}_1; & -\underline{U}'_2 &= R'_2 \underline{I}'_2 + jX'_{\sigma 2} \underline{I}'_2 - \underline{E}_1; \\ \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 &= \underline{I}_{10}; & \underline{E}_1 &= -jX_{\mu} \underline{I}_{10}; & \underline{U}'_2 &= R'_2 \underline{I}'_2 + jX'_{\mu} \underline{I}'_2. \end{aligned} \quad (1.15)$$

Raportarea secundarului la primar conduce la obținerea unor mărimi ale înfășurării raportate aproximativ egale cu cele ale înfășurării la care se raportează:

$$R'_2 \cong R_1; X'_{\sigma 2} \cong X_{\sigma 1}; I'_2 \cong I_1; U'_2 \cong U_1$$

Se poate raporta și înfășurarea primară la cea secundară, relațiile de raportare fiind analoage [de exemplu:  $R'_1 = R_1(w_2/w_1)^2$  etc.].

#### 1.4.4. INFLUENȚA PIERDERILOR ÎN FIER ASUPRA ECUAȚIILOR

Dacă pierderile în fierul miezului transformatorului nu mai sunt nule, cum s-a presupus până acum, funcția  $\varphi = f(\theta)$  nu mai este bijectivă și se reprezintă sub forma unui ciclu de histerezis. Dacă  $U_1 = \text{const.}$ , transformatorul se poate liniariza, situație în care ciclul de histerezis real se echivalează cu unul eliptic. În acest caz, mărimile  $\varphi$  și  $\theta$  sunt sinusoidale, dar nu mai sunt în fază ci sunt defazate cu un unghi  $\alpha$  de avans histerezis și anume solenația este înaintea fluxului (Fig. 1.6).

Curentul de mers în gol  $\underline{I}_{10}$  se descompune în două componente: una  $\underline{I}_{\mu}$ , în fază cu  $\underline{\Phi}_m$ , numită curent de magnetizare și alta  $\underline{I}_w$ , perpendiculară pe  $\underline{\Phi}_m$  numită componentă de pierderi (sau wattată). Componenta  $\underline{I}_{\mu}$ , în fază cu  $\underline{\Phi}_m$ , este aceea care creează acest flux (ca în cazul când  $P_{Fe} = 0$ ). Este deci logic ca cealaltă componentă  $\underline{I}_w$  să corespundă pierderilor în fier. Așadar, luarea în considerație a pierderilor în miezul feromagnetic al transformatorului conduce la apariția unui curent suplimentar  $\underline{I}_w$ , curent care caracterizează aceste pierderi.

Se definește o rezistență  $R_w$ , echivalentă pierderilor în fier, cu o relație energetică, respectiv folosind relația de definiție a unei rezistențe și rezultă expresiile:

$$R_w = \frac{P_{Fe}}{I_w^2} = \frac{E_1}{I_w} \quad (1.16)$$

Pierderile în fier modifică numai ecuațiile a treia și a patra din sistemul (1.15), care devin:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{10} = \underline{I}_w + \underline{I}_{\mu}; \quad \underline{E}_1 = -jX_{\mu} \underline{I}_{\mu} = -R_w \underline{I}_w \quad (1.17)$$

#### 1.4.5. SCHEMA ECHIVALENTĂ ȘI DIAGRAMA DE FAZORI

În concordanță cu ecuațiile transformatorului, se poate reprezenta o schemă echivalentă în T a transformatorului, cu circuitul secundar raportat, cuplat galvanic cu primarul, schemă care se reprezintă în Fig. 1.7.a. Curentul de mers în gol al transformatorului are valori reduse,  $I_{10} \in (0,01 \dots 0,1) I_{1n}$ , unde  $I_{1n}$  este curentul nominal primar al acestuia.

În ipoteza neglijării curentului de mers, în gol, schema echivalentă a transformatorului se simplifică ca în figura 1.7.b., în care rezistența totală  $R_k$  și reactanța totală  $X_{\sigma k}$  au expresiile:

$$R_k = R_1 + R'_2 ; X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} \quad (1.18)$$

În transformatorul electric este echivalent cu o impedanță serie  $R_k, X_{\sigma k}$ . Această ipoteză conduce la rezultate acceptabile la transformatoare cu puteri peste 1kVA și la rezultate bune la puteri de peste 10 kVA. La puteri mai mici de 1 kVA trebuie să se lucreze cu schema echivalentă din Fig. 1.7.a deoarece, în acest caz, curentul de mers în gol nu se mai poate neglija.

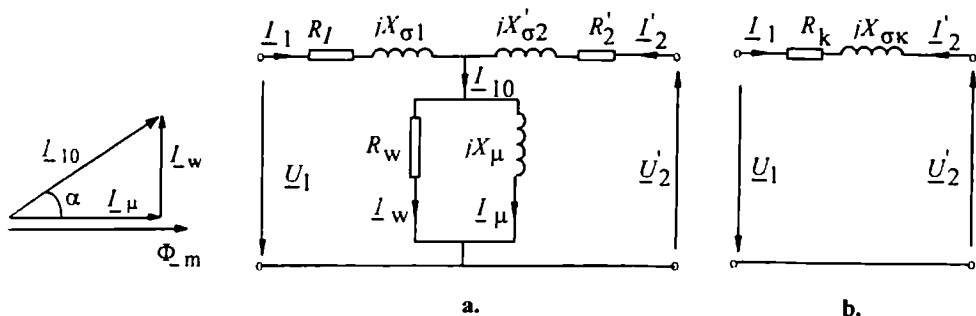


Fig. 1.6. Diagrama curenților.

Fig. 1.7. Schema echivalentă a transformatorului: a - completă; b - simplificată.

Diagrama de fazori a transformatorului reprezintă un mod grafic de reprezentare a ecuațiilor sale fazoriale. Pentru a construi diagrama de fazori se consideră cunoscute următoarele mărimi: parametrii transformatorului, curenții  $I_\mu$ ,  $I_w$ , tensiunea de sarcină  $U'_2$ , curentul de sarcină  $I'_2$  precum și defazajul  $\varphi_2$  dintre fazorii  $U'_2$  și  $I'_2$ . Pentru a putea urmări ușor succesiunea de construcție a diagramei de fazori, pe fiecare fazor se scrie o cifră care este în concordanță cu ordinea de construcție a fazorului respectiv.

Se construiesc fazorii  $U'_2$  și  $I'_2$ , la scara tensiunilor, respectiv a curenților, având între ei unghiul  $\varphi_2$ . Se adaugă fazorului  $U'_2$  fazorii  $R'_2 I'_2$  și  $jX'_{\sigma 2} I'_2$  și se obține fazorul  $-E_1$ . Pe direcția perpendiculară pe  $-E_1$  rezultă direcția fazorului flux magnetic  $\Phi_m$ , apoi se obține fazorul curentului  $I_1$  și după aceea se desenează conturul ecuației fazoriale a înfășurării primare. Rezultă în final, fazorul tensiunii la borne  $U_1$  și implicit defazajul  $\varphi_1$  dintre tensiunea și curentul înfășurării primare. În Fig. 1.8.a, se prezintă diagrama de fazori completă a transformatorului.

În cazul schemei simplificate, ecuațiile transformatorului se reduc la una singură:

$$U_1 = -U'_2 - R_k I'_2 - jX_{\sigma k} I'_2 \quad (1.19)$$

Reprezentarea ecuației de mai sus, în planul complex, conduce la diagrama de fazori simplificată a transformatorului electric, desenată în Fig. 1.8.b., în care s-a ales ca origine de fază tensiunea  $-U'_2$ .

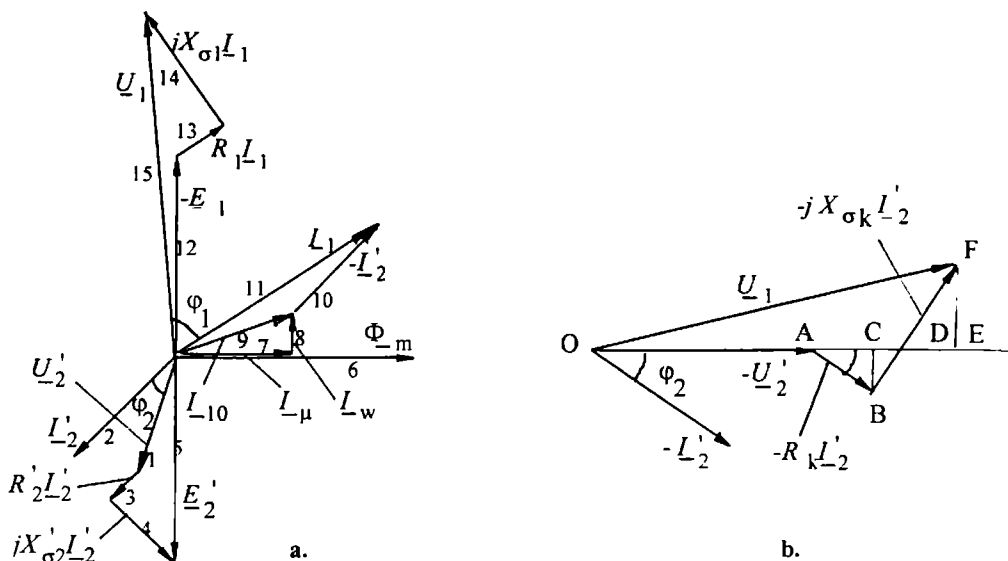


Fig. 1.8. Diagrama de fazori a transformatorului: a - completă; b - simplificată.

### 1.5. BILANȚUL DE PUTERI ACTIVE AL TRANSFORMATORULUI

Pentru a deduce ecuația de bilanț a puterilor active se pornește de la schema echivalentă în T a transformatorului. În această schemă apar trei rezistențe și, conform teoremei conservării puterilor active, în transformator se produc trei categorii de pierderi active: în înfășurarea primară, în înfășurarea secundară și în miezul feromagnetic. Astfel, din puterea activă  $P_1$  absorbită de înfășurarea primară, o mică parte  $R_1 I_1^2$  se pierde în înfășurarea primară sub forma de pierderi Joule, o altă mică parte  $R_2' I_1'^2$  se pierde în înfășurarea secundară, o parte redusă  $E_1 I_w = R_w I_w^2$  se pierde în miezul transformatorului și cea mai mare parte  $U_2' I_2' \cos \varphi_2$  se transmite sarcinii. Diagrama bilanțului de puteri active al transformatorului se prezintă în Fig. 1.9.

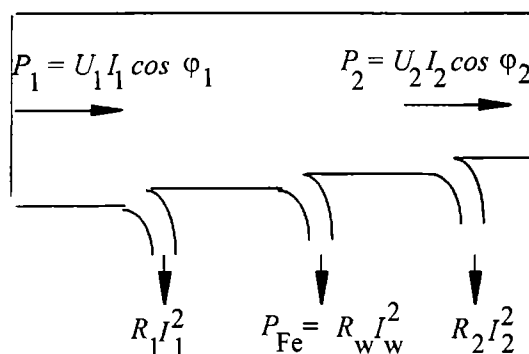


Fig. 1.9. Diagrama de bilanț a puterilor active.

## 1.6. REGIMURI PERMANENTE ALE TRANSFORMATORULUI

Se numește regim permanent de funcționare, regimul în care mărimile caracteristice sunt constante în timp sau variază periodic.

### 1.6.1. REGIMUL DE FUNCȚIONARE ÎN GOL

Regimul de funcționare în gol este caracterizat de curent secundar nul,  $I_2 = 0$ , sau de impedanță de sarcină infinită. Ecuațiile transformatorului în acest regim sunt:

$$\underline{U}_{10} = R_1 \underline{I}_{10} + jX_{\sigma 1} \underline{I}_{10} - \underline{E}_1; \quad -\underline{U}'_2 = -\underline{E}_1;$$

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_{\mu} + \underline{I}_w; \quad \underline{E}_1 = \underline{E}'_2 = -jX_{\mu} \underline{I}_{\mu} = -R_w \underline{I}_w$$

La funcționarea în gol, transformatorul este echivalent cu o bobină cu miez de fier care are schema echivalentă în Fig. 1.10.a și diagrama de fazori în Fig. 1.10.b.

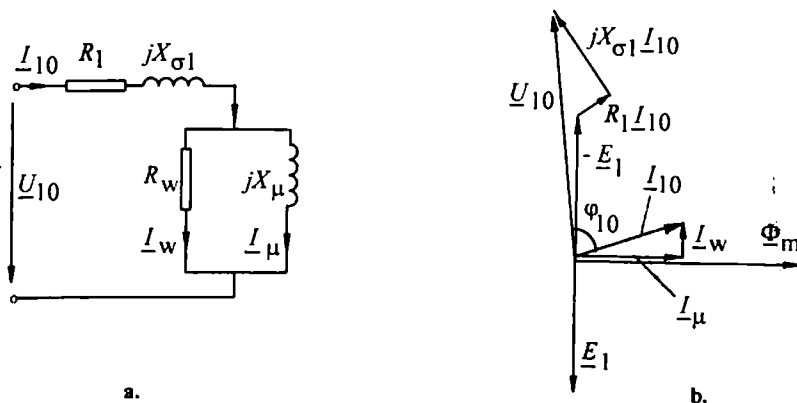


Fig. 1.10. Regimul de funcționare în gol: a - schema echivalentă; b - diagrama de fazori.

Pentru a încerca un transformator în gol se folosește schema experimentală din Fig. 1.11, în care RT este un regulator de tensiune (autotransformator) reglabil, iar T este transformatorul de încercat. Aparatele din schemă se aleg astfel încât să poată măsura tensiunile nominale ale transformatorului și curenți reduși, în gama (2...10) % din curentul nominal primar.

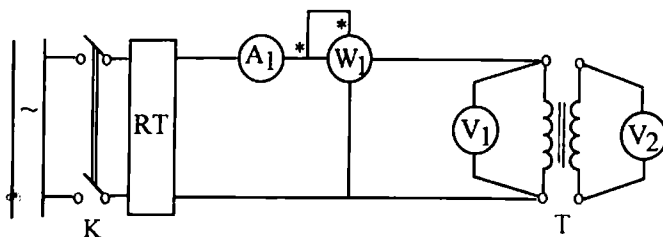


Fig. 1.11. Schema de montaj pentru încercarea transformatorului în gol.

Încercarea în gol, la tensiune nominală, se realizează astfel: se reglează din RT tensiunea aplicată transformatorului până când aceasta ia valoarea  $U_{10} = U_{1n}$  și în acel

moment se măsoară valorile  $P_{10}$ ,  $I_{10}$ , și  $U_{20}$ . Cu ajutorul celor patru mărimi măsurate la mersul în gol, se pot calcula câteva date caracteristice ale transformatorului și anume:

- *raportul de transformare*, cu relația  $k = U_{10} / U_{20}$  (pentru transformatoarele coborâtoare de tensiune), raportul de transformare fiind întotdeauna supraunitar;
- *curentul de mers în gol raportat la curentul nominal*:

$$i_{10}[\%] = \frac{I_{10}}{I_{1n}} \cdot 100, \text{ în care } I_{1n} = \frac{S_{1n}}{U_{1n}}, (S_{1n} \text{ este puterea aparentă nominală primară});$$

• *pierderile nominale în fier (miez) se calculează cu relația:  $P_{Fen} = P_{10} - R_1 I_{10}^2 \cong P_{10}$ , ( $R_1 I_{10}^2 \cong 0$ , dată fiind valoarea foarte mică a curentului de mers în gol). Așadar, la mersul în gol, puterea absorbită de transformatorul, alimentat la tensiune nominală, reprezintă chiar pierderile nominale în miezul feromagnetic;*

- *factorul de putere la mersul în gol  $\cos \varphi_{10}$  se determină cu relația:*

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{U_{10} I_{10}} \in (0,05 \dots 0,3)$$

având valori foarte mici, de unde se deduce faptul că în gol, transformatorul absoarbe o putere reactivă însemnată;

• *parametrii  $R_w$  și  $X_\mu$  din schema echivalentă se deduc considerând că  $R_1 \ll R_w$ , respectiv,  $X_{\sigma 1} \ll X_\mu$ . Deci, la funcționarea în gol, schema echivalentă este reprezentată de un circuit  $R_w - X_\mu$  paralel, astfel încât avem:*

$$\begin{aligned} P_{10} &= P_{Fe} = U_{10} I_{10} \cos \varphi_{10} = U_{10} I_w, \\ R_w &= \frac{U_{10}}{I_w} = \frac{U_{10}}{I_{10} \cos \varphi_{10}}; \quad X_\mu = \frac{U_{10}}{I_{10} \sin \varphi_{10}} \end{aligned} \quad (1.20)$$

### 1.6.2. REGIMUL DE FUNCȚIONARE ÎN SCURTCIRCUIT

Funcționarea în scurtcircuit este caracterizată de  $U_2 = 0$ , sau de impedanță de sarcină nulă. Schema echivalentă simplificată a transformatorului la scurtcircuit este prezentată în Fig. 1.12, parametrii  $R_k$  și  $X_{\sigma k}$  numindu-se și parametrii de scurtcircuit. Se poate defini *tensiunea nominală de scurtcircuit* a transformatorului ca fiind tensiunea care, aplicată unei înfășurări când cealaltă înfășurare este în scurtcircuit, face ca prin transformator să circule curenții nominali. Din schema prezentată în Fig. 1.12, deducem valoarea relativă a tensiunii nominale de scurtcircuit și a componentelor sale:

$$u_{kn} = \frac{U_{1k}}{U_{1n}} = \frac{Z_k I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{I_{1n} \sqrt{R_k^2 + X_{\sigma k}^2}}{U_{1n}} = \sqrt{\left( \frac{R_k I_{1n}}{U_{1n}} \right)^2 + \left( \frac{X_{\sigma k} I_{1n}}{U_{1n}} \right)^2} = \sqrt{u_{ka}^2 + u_{kr}^2} \quad (1.21)$$

în care:  $u_{kn}$  se numește tensiune nominală de scurtcircuit raportată, iar  $u_{ka}$  și  $u_{kr}$  componentele activă și reactivă ale acesteia, care reprezintă două mărimi ce caracterizează transformatorul.



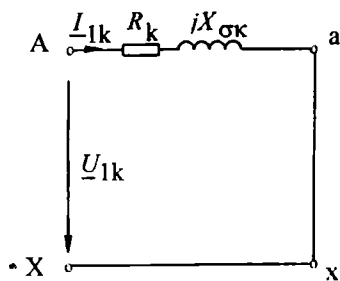


Fig. 1.12. Schema echivalentă la scurtcircuit.

Pentru încercarea de scurtcircuit se folosește o schemă asemănătoare cu aceea din Fig. 1.11, cu deosebirea că, în secundar, se montează un ampermetru  $A_2$  în locul voltmetrului  $V_2$ , iar aparatele se aleg pentru curenți nominali și pentru tensiuni reduse (15 ... 20) % din  $U_n$ . Se reglează din RT tensiunea, până când prin transformator circulă curenții nominali și se citesc datele  $U_{1k}$ ,  $I_{1k} = I_{1n}$  și  $P_{1k}$ . Cu ajutorul celor trei valori

măsurate la scurtcircuit se determină alte mărimi caracteristice ale transformatorului:

- *tensiunea nominală de scurtcircuit* în procente se determină cu relația:

$$u_{kn} \% = \frac{U_{1k}}{U_{1n}} \cdot 100 \in (4 \dots 15) \%$$

- *parametrii globali  $R_k$  și  $X_{sk}$*  se calculează cu relațiile:

$$R_k = \frac{P_{1k}}{I_{1k}^2}; X_{sk} = \sqrt{\left(\frac{U_{1k}}{I_{1k}}\right)^2 - R_k^2} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} \quad (1.22)$$

- *pierderile nominale în înfășurări  $P_{Jn}$* , la temperatura standard  $\theta_n$  (75°C pentru transformatoare în clasele de izolație Y, A, E, B, respectiv 115°C pentru clasele de izolație F, H, C), se deduc cu relația:

$$P_{Jn} = P_{1k} \cdot \frac{\theta_n + 235}{\theta + 235}, \text{ conductoare din cupru} \quad (1.23)$$

în care  $\theta$  este temperatura transformatorului în momentul măsurării pierderilor  $P_{1k}$ ;

- *componentele tensiunii nominale de scurtcircuit* se determină cu relațiile:

$$u_{ka} = \frac{R_k I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{R_k I'_{2n}}{U_{1n}}; u_{kr} = \frac{X_{sk} I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{X_{sk} I'_{2n}}{U_{1n}} \quad (1.24)$$

### 1.6.3. REGIMUL DE FUNCȚIONARE ÎN SARCINĂ

Funcționarea în sarcină a transformatorului se tratează considerând impedanța sarcinii de expresie  $\underline{Z} = R' + jX'$ . La funcționarea în sarcină, se poate lucra cu schema echivalentă simplificată a transformatorului și, conform acestei scheme (Fig. 1.7.b), se pot determina curenții prin transformator cu relația:

$$I_1 \cong I_2' = \frac{U_1}{\sqrt{(R_k + R')^2 + (X_{sk} + X')^2}}$$

în care:  $R'$  și  $X'$  sunt parametrii electrici ai sarcinii, raportați la primar. Conform regulii lui Lenz, sensul curentului  $I_2$  este opus sensului curentului  $I_1$ , deoarece curentul  $I_2$  este indus în secundar. La funcționarea în gol, putem scrie relațiile:  $\underline{U}_{10} \cong -\underline{E}_1 = -\underline{E}_2' = -\underline{U}_{20}$

din care deducem că tensiunile  $\underline{U}_{10}$  și  $\underline{U}_{20}$  sunt în antifază. În realitate, alegându-se reguli diferite pentru înfășurarea primară (receptor) și secundară (generator), sensul real al tensiunii secundare va fi opus aceluia obținut din ecuații, deci  $\underline{U}_{10}$  și  $\underline{U}_{20}$  sunt în fază. Așadar, orice transformator electric, cu înfășurările așezate pe coloane în același sens de bobinare are curentul secundar în antifază cu cel primar, iar tensiunea secundară în fază cu cea primară.

## 1.7. CARACTERISTICILE TRANSFORMATORULUI

Caracteristicile transformatorului se pot determina, prin calcul, în urma cunoașterii mărimilor specifice  $u_{ka}$ ,  $u_{kr}$ ,  $P_{Jn}$ ,  $P_{Fen}$ , care s-au dedus din încercările efectuate în regimurile limită de gol și de scurtcircuit.

### 1.7.1. CARACTERISTICA EXTERNĂ

Caracteristica externă a transformatorului este definită de relația  $U_2 = f(I_2)$ , pentru  $U_1 = \text{const.}$  și  $\cos\varphi_2 = \text{const.}$  Se consideră parametrii transformatorului constanți și frecvența constantă. Pentru calculul analitic al caracteristicii externe se determină întâi căderea de tensiune relativă secundară raportată la tensiunea secundară de mers în gol:

$$\frac{\Delta U_2}{U_{20}} = \frac{U_{20} - U_2}{U_{20}} = \frac{(U_{20} - U_2) \cdot (w_1 / w_2)}{U_{20} \cdot (w_1 / w_2)} = \frac{U'_{20} - U'_2}{U'_{20}} = \frac{U_{1n} - U'_2}{U_{1n}}$$

deoarece  $U_{20} = E_{20} = E_1 \cong U_{1n}$ . Pornind de la Fig. 1.8.b., în care  $OF=OE$  și  $D$  este proiecția lui  $F$  pe  $-\underline{U}_2$ , putem scrie că:

$$U_{1n} - U'_2 = AE \cong AD = AC + CD = R_k I'_2 \cos\varphi_2 + X_{\sigma k} I'_2 \sin\varphi_2$$

asa încât căderea relativă de tensiune de la gol la sarcină se scrie:

$$\frac{\Delta U_2}{U_{20}} = \frac{R_k I'_{2n}}{U_{1n}} \cdot \frac{I'_2}{I'_{2n}} \cdot \cos\varphi_2 + \frac{X_{\sigma k} I'_{2n}}{U_{1n}} \cdot \frac{I'_2}{I'_{2n}} \cdot \sin\varphi_2 = \beta(u_{ka} \cos\varphi_2 + u_{kr} \sin\varphi_2); \quad (1.25)$$

în care:  $\beta = I'_2 / I'_{2n} = I_2 / I_{2n}$  reprezintă *factorul de încărcare* al transformatorului.

Din relațiile de mai sus, se deduce expresia analitică a caracteristicii externe, pusă sub forma  $U_2 = f(\beta)$ :  $U_2 = \frac{w_2}{w_1} \cdot U_{1n} \cdot [1 - \beta(u_{ka} \cos\varphi_2 + u_{kr} \sin\varphi_2)]$

În general, căderile de tensiune sunt pozitive în cazul sarcinilor rezistive și inductive și negative în cazul sarcinilor capacitive pronunțate.

În Fig. 1.13 se prezintă familia de caracteristici externe ale transformatorului și se constată că există o anumită sarcină capacitivă de defazaj  $\varphi_2^* < 0$ , pentru care tensiunea la bornele secundare  $U_2 = \text{const.}$  pentru orice curent de sarcină. Valoarea lui  $\varphi_2^*$  se determină din condiția  $\Delta U_2 = 0$ , rezultând:

$$\varphi_2^* = -\arctg \frac{u_{ka}}{u_{kr}} = -\arctg \frac{R_k}{X_{\sigma k}} = -(\frac{\pi}{2} - \varphi_k)$$

$\varphi_k$  fiind defazajul intern al transformatorului.

### 1.7.2. CARACTERISTICA RANDAMENTULUI

Caracteristica randamentului este definită de relația  $\eta = f(I_2)$  sau  $\eta = f(\beta)$ , pentru  $U_1 = U_{1n} = \text{const.}$  și  $\cos \varphi_2 = \text{const.}$  Pentru a determina o expresie analitică a caracteristicii randamentului, se pornește de la definiția randamentului:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P}; \quad \Sigma P = \text{suma pierderilor}$$

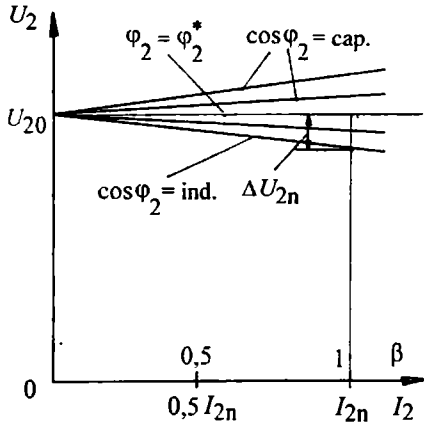


Fig. 1.13. Familia de caracteristici externe.

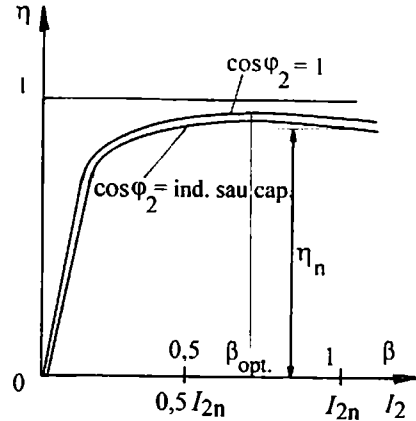


Fig. 1.14. Caracteristicile randamentului.

Suma pierderilor  $\Sigma P$  se deduce din diagrama de bilanț a puterilor active. Relația randamentului se mai poate pune sub forma echivalentă:

$$\eta = \frac{U'_2 I'_2 \cos \varphi_2}{U'_2 I'_2 \cos \varphi_2 + R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + P_{Fe}}$$

Dacă se ține seama că  $I'_2 = \beta I'_{2n}$  și că :

$$S_n = U'_2 I'_{2n}; \quad R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 = (R_1 + R'_2) I_2^2 = R_k I_2^2 = \beta^2 R_k I_{2n}^2 = \beta^2 P_{Jn}$$

expresia randamentului transformatorului devine:

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos \varphi_2}{\beta S_n \cos \varphi_2 + \beta^2 P_{Jn} + P_{Fen}} \quad (1.26)$$

care reprezintă expresia analitică a familiei de caracteristici ale randamentului. În expresia (1.26),  $P_{Fen}$  reprezintă pierderile în fier nominale, corespunzătoare tensiunii nominale aplicate în primar, iar  $P_{Jn}$  reprezintă pierderile Joule nominale din înfășurări.

În Fig. 1.14, se prezintă familia de caracteristici ale randamentului. Se constată că există o încărcare ( $\beta = \beta_{opt.}$ ) pentru care randamentul este maxim. Randamentul maxim se determină rezolvând ecuația  $\partial \eta / \partial \beta = 0$  care, după rezolvare, ne conduce la determinarea unei valori optime a factorului de încărcare  $\beta$ , dată de relația:

$$\beta_{opt.} = \sqrt{\frac{P_{Fen}}{P_{Jn}}} \quad (1.27)$$

Pentru valoarea optimă a factorului de încărcare se obține randamentul maxim al transformatorului. În general, diferența dintre  $\eta_{\max}$  și  $\eta_n$  este foarte mică, încât este potrivit să se utilizeze transformatorul nu la  $\eta_{\max}$ , ci la  $\eta_n$ .

Randamentul nominal al unui transformator este ridicat, și depinde de puterea acestuia. Pentru  $S_n = 100\text{VA}$ ,  $\eta_n \in (0,65 \dots 0,8)$ , iar pentru  $S_n = 100\text{kVA}$ ,  $\eta_n \in (0,97 \dots 0,985)$ .

## 1.8. PARTICULARITĂȚI ALE TRANSFORMATOARELOR TRIFAZATE

Pentru transformatoarele utilizate în rețelele trifazate de putere se folosesc, în principal, două variante constructive: *grupul transformatoric* și *transformatorul trifazat cu miez compact* (cu flux forțat), care de fapt este transformatorul trifazat obișnuit.

### 1.8.1. GRUPUL TRANSFORMATORIC

Grupul transformatoric se folosește la puteri mari și foarte mari și este format din trei transformatoare monofazate identice, cu înfășurările conectate în stea sau în triunghi. Grupul transformatoric are câteva avantaje cum ar fi: execuție simplă, transport mai ușor și o rezervă mai mică (un singur transformator monofazat, în loc de unul trifazat). Are însă, două dezavantaje: consum mărit de fier și funcționare defectuoasă în regimuri nesimetrice, deoarece se produce o deplasare mare a punctului neutru al sistemului trifazat de tensiuni, care conduce la o dezechilibrare importantă a tensiunilor de fază.

În Fig. 1.15, se prezintă schema electrică a grupului transformatoric cu înfășurările conectate în stea.

### 1.8.2. TRANSFORMATORUL TRIFAZAT CU MIEZ COMPACT

Construcția transformatorului trifazat cu miez compact (cu flux forțat) provine teoretic din grupul transformatoric prin efectuarea unor modificări succesive. Să presupunem că cele trei transformatoare ale grupului transformatoric sunt așezate ca în Fig. 1.16.a. Constatăm că fluxul magnetic rezultat prin coloana comună este nul, deoarece cele trei fluxuri  $\varphi_A$ ,  $\varphi_B$ ,  $\varphi_C$ , fiind trifazate simetrice, au suma nulă în orice moment de timp.

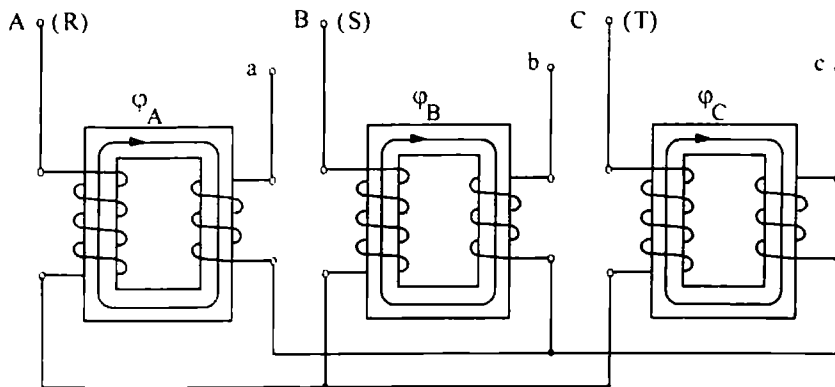


Fig. 1.15. Schema electrică a grupului transformatoric, cu înfășurările conectate în stea.

Așadar, în regimuri simetrice, cele trei coloane pot lipsi. Ajungem la construcția din Fig. 1.16.b., în care se reprezintă un transformator trifazat cu miez simetric, greu de realizat practic, datorită îmbinărilor dintre jugurile inferioare și superioare.

Renunțăm la două dintre jugurile construcției simetrice (cele marcate cu linie îngroșată în Fig. 1.16.b.) și se rabat, în linie dreaptă, jugurile rămase, astfel că ajungem la construcția din Fig. 1.16.c., care constituie cea mai folosită construcție de miez magnetic trifazat pentru transformatoarele electrice de putere.

Această construcție se numește transformator cu miez compact, sau cu flux forțat, în sensul că suma celor trei fluxuri  $\varphi_A + \varphi_B + \varphi_C$ , este "forțată" să fie nulă.

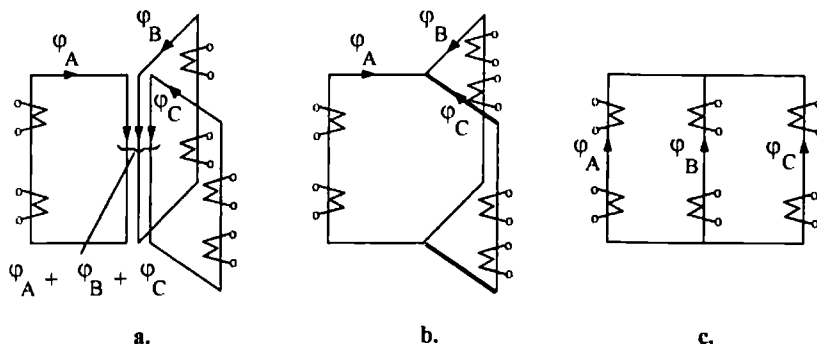


Fig. 1.16. Transformarea grupului transformatoric în transformator cu miez compact:  
a - grup transformatoric; b - transformator cu miez simetric; c - transformator cu miez compact.

Miezul trifazat compact are nesimetrie magnetică deoarece reluctanța coloanelor externe este mai mare decât reluctanța coloanei centrale. Această nesimetrie o reducem, în principal, prin două procedee: primul constă în construirea coloanei transformatorului la o lungime mai mare decât lungimea jugului, astfel încât reluctanța jugului să conteze mai puțin în raport cu reluctanța coloanei și al doilea constă în mărirea secțiunii jugului cu (5 ... 10) %, în raport cu secțiunea coloanei.

### 1.8.3. TRANSFORMATORUL TRIFAZAT ÎN REGIM NESIMETRIC

Dacă transformatorul trifazat funcționează într-un regim nesimetric sinusoidal, atunci suma fazorială a celor trei fluxuri  $\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C$ , nu se mai anulează și verifică relația:

$$\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C = 3\underline{\Phi}_0 \quad (1.28)$$

în care:  $\underline{\Phi}_0$  este componenta homopolară a fluxului magnetic, sinfazică pe cele trei faze. La transformatorul cu miez compact, componenta homopolară  $\underline{\Phi}_0$  nu are pe unde se închide, deoarece coloanele centrale din Fig. 1.16.a lipsesc. În această situație, fluxul homopolar se închide în parte prin aer, în parte prin schela metalică a transformatorului (tiranti, cuvă) producând pierderi suplimentare. Acest flux  $\underline{\Phi}_0$  este însă mic, deoarece reluctanța corespunzătoare este foarte mare având și porțiuni de aer. Din această cauză, transformatorul trifazat cu miez compact, deși are o oarecare nesimetrie magnetică, poate funcționa relativ bine, în sarcină nesimetrică.

În cazul grupului transformatoric fluxul  $\Phi_0$  se poate închide nestingherit pe traseele fluxurilor fundamentale  $\Phi_A$ ,  $\Phi_B$ ,  $\Phi_C$  dând naștere la tensiuni importante de nesimetrie. Din această cauză, grupul transformatoric nu funcționează bine în sarcină nesimetrică.

## 1.9. SCHEME ȘI GRUPE DE CONEXIUNI

Transformatoarele electrice de putere au conexiunile înfășurărilor efectuate de către constructor. Înfășurările trifazate ale transformatoarelor electrice pot fi conectate în *stea*, *triunghi* sau *zig - zag* (numai pentru joasă tensiune).

### 1.9.1. SCHEME DE CONEXIUNI

#### a. Conexiunea *stea*

Conexiunea *stea* se notează cu simbolul "y", pentru înfășurările de joasă tensiune și cu simbolul "Y", pentru cele de înaltă tensiune. Conexiunea se realizează, practic, legând împreună începuturile (sau sfârșiturile) înfășurărilor de fază, cum se arată în Fig. 1.17. Mărimile fazoriale de fază, indicate pe figură (în cazul încărcării simetrice) s-au notat cu indicele "f", iar mărimile de linie s-au notat cu indicele "l". În Fig. 1.18 se prezintă diagrama de fazori a tensiunilor de linie și de fază în cazul conexiunii *stea*. Relațiile dintre tensiunile și curenții de linie și de fază, pentru conexiunea *stea*, în regimuri simetrice de funcționare, sunt următoarele:

$$U_l = \sqrt{3} \cdot U_f ; I_l = I_f$$

#### b. Conexiunea *triunghi*

Schema de conexiuni *triunghi* are simbolul "d" pentru înfășurările de joasă tensiune și simbolul "D" pentru cele de înaltă tensiune. Această schemă de conexiune se realizează, conectând sfârșitul unei înfășurări de fază cu începutul înfășurării fazei următoare (Fig. 1.19). La conexiunea *triunghi*, în regimuri simetrice de funcționare, între tensiunile și curenții de linie și de fază există relațiile:

$$U_l = U_f ; I_l = \sqrt{3} \cdot I_f$$

Transformatoarele de putere care pot funcționa în regimuri nesimetrice trebuie să aibă una dintre cele două înfășurări conectate în *triunghi*. Acest lucru este important, deoarece pe circuitul *triunghiului* se poate închide curentul homopolar care, prin reacție, anulează aproape complet fluxurile homopolare. Acest lucru constituie un avantaj, deoarece în înfășurările de fază nu mai apar tensiunile corespunzătoare componentelor homopolare. Dacă transformatorul trebuie să aibă obligatoriu conexiunea Yy, atunci el se poate prevedea cu o a treia înfășurare suplimentară (terțiară) conectată în *triunghi*.

#### c. Conexiunea *zig - zag*

Schema de conexiune *zig - zag* se realizează numai la înfășurările de joasă tensiune ale transformatoarelor de distribuție, care au consumatori monofazați, conexiunea asigurând o oarecare simetrizare a sarcinii. Conexiunea *zig - zag* se notează cu litera "z" și se poate executa numai dacă înfășurarea este formată, pe fiecare fază, din câte două bobine identice, având fiecare câte  $w_2/2$  spire.

În Fig. 1.20. sunt prezentate schema de conexiuni și diagrama de fazori ale înfășurării conectate în *zig - zag*. Pe schema înfășurării s-au notat cu săgeți sensurile de înfășurare ale fiecărei bobine. Constatăm că o fază a *zig - zagului* este formată din două

bobine aparținând la două coloane diferite, ceea ce face ca nesimetria produsă de sarcina monofazată de pe o fază să se reflecte pe două coloane ale miezului, fapt care asigură o oarecare simetrizare.

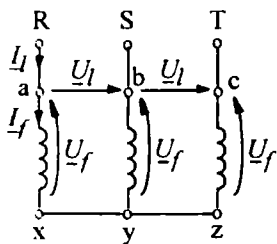


Fig. 1.17. Conexiunea stea.

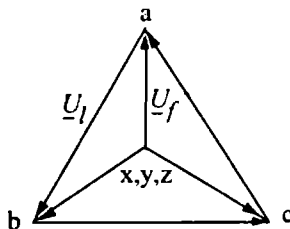


Fig. 1.18. Diagrama tensiunilor la conexiunea stea.

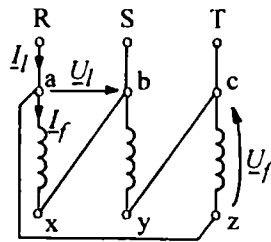


Fig. 1.19. Conexiunea triunghi.

Tensiunea și curentul de linie pentru înfășurarea în zig - zag au următoarele valori:

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_f = 3U'_f; I_L = I_f$$

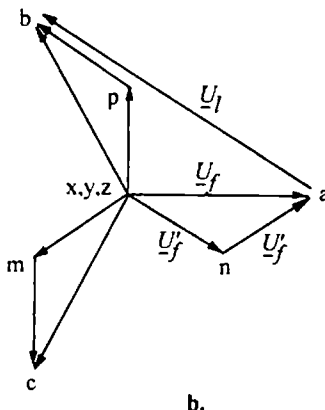
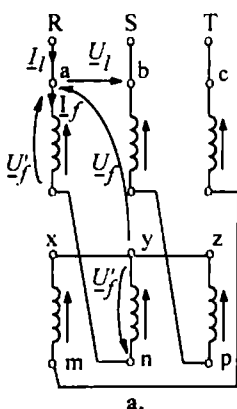


Fig. 1.20. Conexiunea zig - zag: a - schema electrică; b - diagrama de fazori.

La aceeași putere a transformatorului, înfășurarea în zig - zag se execută cu consum mai mare de material conductor în raport cu conexiunea stea sau triunghi (la care consumul de material este același). Într-adevăr, în cazul conexiunii zig - zag cu cele  $w_2$  spire pe fază ( $w_2/2$  spire pe bobină, care asigură tensiunea  $U'_f$ ), se obține tensiunea  $U_f = \sqrt{3} U'_f$ , deoarece cele două tensiuni  $U'_f$  ale bobinelor sunt defazate cu  $60^\circ$  și se adună geometric, în timp ce la conexiunea stea sau triunghi, la care cele două tensiuni  $U'_f$  ale bobinelor sunt paralele și se adună aritmetic, cu cele  $w_2$  spire pe fază, se obține tensiunea  $2U'_f$ . Cu același număr de spire, conexiunea stea sau triunghi realizează deci o tensiune de  $2/\sqrt{3} = 1,156$  ori mai mare, decât conexiunea zig-zag. Așadar, consumul de material conductor al înfășurărilor este cu 15,6 % mai mare la conexiunea zig - zag, în raport cu conexiunea stea sau triunghi pentru aceeași putere a transformatorului.

### 1.9.2. GRUPE DE CONEXIUNI

De felul conexiunilor înfășurărilor depinde defazajul dintre tensiunile de linie de joasă tensiune și de înaltă tensiune măsurat între bornele omoloage. Acest defazaj este întotdeauna multiplu de  $30^\circ$  pentru sistemele trifazate.

Se numește grupă de conexiune numărul care reprezintă defazajul dintre fazorul tensiunii de linie de înaltă tensiune (de exemplu  $\underline{U}_{AB}$ ) și fazorul tensiunii omoloage de joasă tensiune ( $\underline{U}_{ab}$ ) măsurat de la fazorul de înaltă spre cel de joasă, în sensul acelor de ceasornic (numerotarea triunghiurilor fazorilor fiind făcută în planul complex tot în sensul acelor ceasornicului), defazaj împărțit la  $30^\circ$ . De exemplu, schema și grupa Yd-11 se referă la un transformator trifazat cu înfășurarea de înaltă tensiune conectată în stea, înfășurarea de joasă tensiune conectată în triunghi și cu un defazaj între fazorii  $\underline{U}_{AB}$  și  $\underline{U}_{ab}$  egal cu  $11 \times 30^\circ = 330^\circ$ . Este evident că același defazaj de  $330^\circ$  există și între fazorii  $\underline{U}_{BC}$  și  $\underline{U}_{bc}$ , respectiv  $\underline{U}_{CA}$  și  $\underline{U}_{ca}$ .

Grupele de conexiune Yy, Dd și Dz sunt grupe pare, iar grupele Yz, Dy și Yd sunt grupe impare. Dintre toate grupele posibile sunt standardizate grupele 5, 6, 11 și 12, conform STAS 1703/4. Celelalte grupe se obțin din cele standardizate prin permutarea circulară a bornelor înfășurărilor de înaltă și/sau de joasă tensiune.

*In cazul unui transformator monofazat, tensiunile omoloage  $\underline{U}_{AX}$  și  $\underline{U}_{ax}$  pot fi în fază, formând grupa zero (sau 12) ca în Fig. 1.21.a sau pot fi în opoziție de fază formând grupa 6 ca în Fig. 1.21.b. În ultimul caz, s-a schimbat sensul de parcurgere a înfășurării de joasă tensiune.*

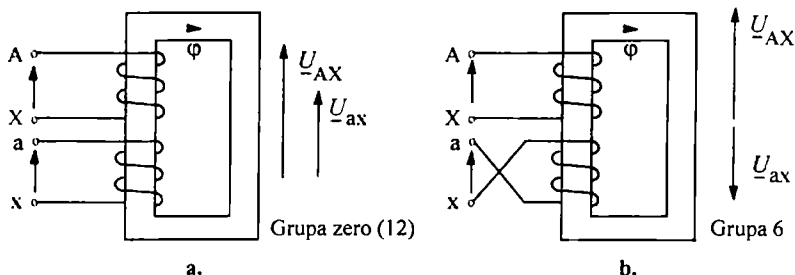


Fig. 1.21. Grupe de conexiuni ale transformatorului monofazat: a - grupa zero; b - grupa 6.

### 1.9.3. DETERMINAREA GRUPEI DE CONEXIUNI

La determinarea grupeii de conexiuni a unui transformator apar numeroase probleme. Dintre acestea, două sunt mai importante: determinarea experimentală a grupeii la un transformator dat având 6 borne accesibile A, B, C; a, b, c, respectiv, determinarea grupeii unui transformator având desenată schema electrică și notate pe schemă bornele polarizate.

#### a. Determinarea experimentală a grupeii de conexiuni

Determinarea experimentală a grupeii de conexiuni se poate face prin diverse metode, dintre care amintim: *metoda compensării* (metoda punții), *metoda cosfimetruului*, *metoda voltmetruului*, *metoda alimentării în c.c.* (numai la transformatoare monofazate grupa 6 sau 12).



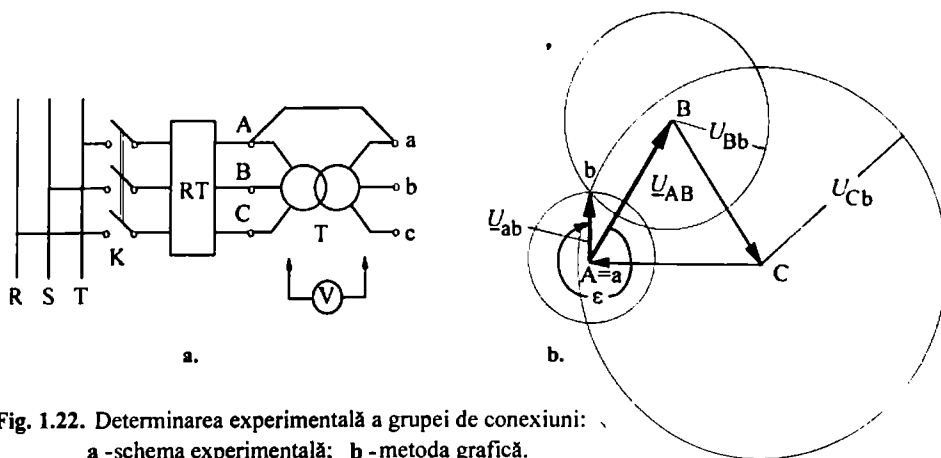


Fig. 1.22. Determinarea experimentală a grupei de conexiuni: a - schema experimentală; b - metoda grafică.

Metoda voltmetrului este una dintre cele mai simple metode de determinare experimentală a grupei de conexiune. Cu ajutorul acestei metode se face o încercare de funcționare în gol a transformatorului T la tensiune redusă, bornele omoloage A și a fiind legate între ele (Fig. 1.22.a). Se măsoară următoarele 5 tensiuni:  $U_{AB}$ ,  $U_{ab} = U_{AB}$ ,  $U_{Bb}$ ,  $U_{Cb}$ ,  $U_{Bc}$ . Grupa de conexiuni se determină printr-o metodă grafică sau analitică.

Tabelul 1.1 - Referitor la determinarea analitică a grupei de conexiuni.

Grupa de conex.	Defazajul [grade]	Grupe de conexiune	$U_{Bb}/U_{ab}$	$U_{Cb}/U_{ab}$	$U_{Bc}/U_{ab}$
12	0; 360	Yy-12; Dd-12; Dz-12	$(k-1)$	$\sqrt{k^2-k+1}$	$\sqrt{k^2-k+1}$
1	30	Yd-1; Dy-1; Yz-1	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$
2	60	Yy-2; Dd-2; Dz-2	$\sqrt{k^2-k+1}$	$k-1$	$\sqrt{k^2+k+1}$
3	90	Yd-3; Dy-3; Yz-3	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$
4	120	Yy-4; Dd-4; Dz-4	$\sqrt{k^2+k+1}$	$\sqrt{k^2-k+1}$	$k+1$
5	150	Yd-5; Dy-5; Yz-5	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$
6	180	Yy-6; Dd-6; Dz-6	$(k+1)$	$\sqrt{k^2+k+1}$	$\sqrt{k^2+k+1}$
7	210	Yd-7; Dy-7; Yz-7	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$
8	240	Yy-8; Dd-8; Dz-8	$\sqrt{k^2+k+1}$	$k+1$	$\sqrt{k^2-k+1}$
9	270	Yd-9; Dy-9; Yz-9	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$
10	300	Yy-10; Dd-10; Dz-10	$\sqrt{k^2-k+1}$	$\sqrt{k^2+k+1}$	$k-1$
11	330	Yd-11; Dy-11; Yz-11	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$

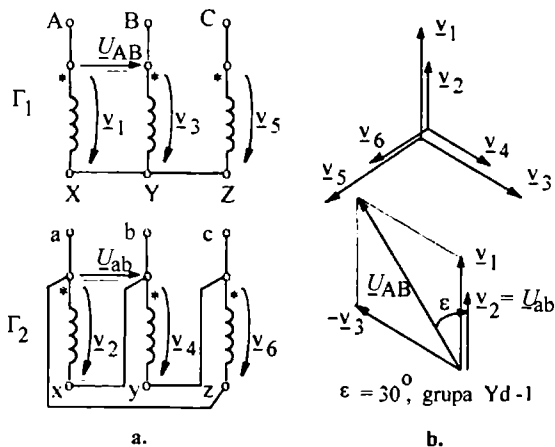


Fig. 1.23. Determinarea grupei de conexiuni:  
a - schema înfășurării; b - diagrama de fazori

situație determinarea grupei de conexiuni se face printr-o *metodă analitică*. Determinarea grupei de conexiuni prin metoda analitică se face pe baza celor 5 valori de tensiuni măsurate anterior când se va folosi tabelul 1.1.

Se calculează în două moduri rapoartele de tensiuni  $U_{Bb}/U_{ab}$ ,  $U_{Cb}/U_{ab}$ ,  $U_{Bc}/U_{ab}$ ; primul, în care se utilizează valorile măsurate ale tensiunilor care apar în respectivele rapoarte și al doilea, în care se determină rapoartele cu relațiile din tabelul 1.1, relații în care intervine raportul de transformare  $k$ . Valoarea raportului  $k$  se află cunoscând valorile măsurate ale tensiunilor  $U_{AB}$  și  $U_{ab}$ . Grupa de conexiune rezultă din tabelul 1.1.. din linia pentru care rapoartele de tensiuni au aceleași valori, pentru cele două moduri de calcul.

#### b. Determinarea grupei având schema transformatorului

Se consideră marcate cu asterisc bornele polarizate ale înfășurărilor (de exemplu, începuturile înfășurărilor pentru același sens de bobinare al acestora). Se trasează sensurile tensiunilor de fază pe cele trei coloane și se notează acestea cu  $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3, \underline{v}_4, \underline{v}_5, \underline{v}_6$ , ca în Fig. 1.23.a. Se desenează stelele fazorilor tensiunilor  $\underline{v}_1, \underline{v}_2, \underline{v}_3$ , respectiv  $\underline{v}_4, \underline{v}_5, \underline{v}_6$ , ca în Fig. 1.23.b, având succesiunea acelor de ceasornic. Se aplică a doua teoremă a lui Kirchhoff pe contururile închise  $\Gamma_1$  și  $\Gamma_2$ , rezultând ecuațiile:  $\underline{U}_{AB} = \underline{v}_1 - \underline{v}_3$ ;  $\underline{U}_{ab} = \underline{v}_2$

Se construiesc grafic, conform relațiilor de mai sus, fazorii  $\underline{U}_{AB}$  și  $\underline{U}_{ab}$  și se determină unghiul  $\epsilon$  dintre ei măsurat de la  $\underline{U}_{AB}$  spre  $\underline{U}_{ab}$ , în sensul acelor de ceasornic. Avem  $\epsilon = 30^\circ$  și grupa realizată în Fig.1.23.a este Yd-1.

#### 1.9.4. RAPORTUL DE TRANSFORMARE ȘI RAPORTUL SPIRELOR

Spre deosebire de transformatorul monofazat, la care raportul de transformare este egal cu raportul numerelor de spire ale înfășurărilor, la transformatorul trifazat raportul de transformare egal cu raportul supraunitar al tensiunilor de linie primare și secundare, nu este întotdeauna egal cu raportul numerelor de spire ale înfășurărilor.

În cazul *metodei grafice*, se desenează la scară, triunghiul echilateral ABC al tensiunilor cu latura  $U_{AB}$ , așa cum se arată în Fig. 1.22.b. În planul triunghiului ABC (punctele A, B, C fiind notate în sens orar), în care  $a \equiv A$ , se determină punctul "b" la intersecția cercurilor cu centrele în A, B, C și de raze egale, respectiv, cu  $U_{Ab}$ ,  $U_{Bb}$ ,  $U_{Cb}$ . Se măsoară unghiul dintre  $U_{AB}$  și  $U_{ab}$ , în sens orar rezultând valoarea  $330^\circ$  (Fig. 1.22.b). Transformatorul are grupa de conexiuni  $330/30 = 11$ .

În cazul în care raportul de transformare  $k = U_{AB}/U_{ab}$  este mare (superior lui 10...15), metoda grafică nu mai dă rezultate sigure. În această

Pentru schemele de conexiuni Yy și Dd, raportul de transformare este egal cu raportul numerelor de spire:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{U_{Af}}{U_{af}} = \frac{w_1}{w_2}$$

U<sub>AB</sub>, U<sub>ab</sub> sunt tensiunile de linie, iar U<sub>Af</sub>, U<sub>af</sub> sunt tensiunile de fază.

Pentru schema de conexiuni Yd raportul de transformare se scrie astfel:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{Af}}{U_{af}} = \sqrt{3} \cdot \frac{w_1}{w_2}$$

Pentru schema de conexiuni Dy raportul de transformare se exprimă ca mai jos:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{U_{Af}}{\sqrt{3} \cdot U_{af}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{w_1}{w_2}$$

În cazul schemei de conexiuni Yz, raportul de transformare are valoarea:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{Af}}{\sqrt{3} \cdot U_{af}} = \frac{U_{Af}}{U_{af}} = \frac{w_1}{2w_2 / \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{w_1}{w_2}$$

## 1.10. FUNCȚIONAREA TRANSFORMATOARELOR ÎN PARALEL

În stațiile electrice apare deseori necesitatea de a dispune în loc de un transformator de mare putere, de mai multe transformatoare de putere mai mică. Conexiunea în paralel a transformatoarelor este necesară pentru asigurarea continuității furnizării de energie electrică în timpul reviziilor, sau la creșterea puterii stațiilor electrice. Pentru anumiți factori de încărcare ai transformatoarelor, este mai economic să se conecteze în paralel, două transformatoare de putere mai mică, decât un singur transformator de putere mare.

În Fig. 1.24, se prezintă schema de conectare în paralel a două transformatoare, care au impedanțele Z<sub>kα</sub> și Z<sub>kβ</sub>, ale căror ecuații simplificate de tensiuni sunt următoarele:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{Z}_{k\alpha} \underline{I}_{1\alpha} - \underline{U}'_{2\alpha} \\ \underline{U}_1 &= \underline{Z}_{k\beta} \underline{I}_{1\beta} - \underline{U}'_{2\beta} \end{aligned} \quad (1.29)$$

Din ecuațiile de mai sus se deduc expresiile curenților I<sub>1α</sub> și I<sub>1β</sub>, după care se poate determina curentul total I al sarcinii comune celor două transformatoare:

$$\underline{I} = \underline{I}_{1\alpha} + \underline{I}_{1\beta} = \underline{U}_1 \left( \frac{1}{\underline{Z}_{k\alpha}} + \frac{1}{\underline{Z}_{k\beta}} \right) + \frac{\underline{U}'_{2\alpha}}{\underline{Z}_{k\alpha}} + \frac{\underline{U}'_{2\beta}}{\underline{Z}_{k\beta}}$$

Se scoate tensiunea U<sub>1</sub> din relația de mai sus, în funcție de curentul total I și se introduce în relațiile (1.29), găsindu-se expresiile curenților I<sub>1α</sub> și I<sub>1β</sub> de forma:

$$\underline{I}_{1\alpha} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{k\alpha}} + \frac{\underline{U}'_{2\alpha}}{\underline{Z}_{k\alpha}} = \frac{\underline{I} \cdot \underline{Z}_{k\beta}}{\underline{Z}_{k\alpha} + \underline{Z}_{k\beta}} + \underline{I}_c; \quad \underline{I}_{1\beta} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{k\beta}} + \frac{\underline{U}'_{2\beta}}{\underline{Z}_{k\beta}} = \frac{\underline{I} \cdot \underline{Z}_{k\alpha}}{\underline{Z}_{k\alpha} + \underline{Z}_{k\beta}} - \underline{I}_c, \quad (1.30)$$

În relațiile de mai sus, I<sub>c</sub> reprezintă un curent de circulație, care încarcă suplimentar transformatoarele și nu este utilă pentru sarcina în gol.

Curentul de circulație care se închide prin secundarele celor două transformatoare are expresia:

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}'_{2\alpha} - \underline{U}'_{2\beta}}{\underline{Z}_{k\alpha} + \underline{Z}_{k\beta}} \quad (1.31)$$

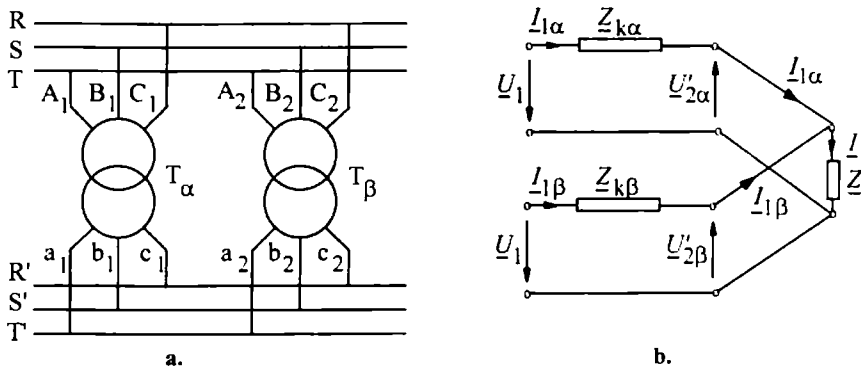


Fig. 1.24. Conectarea în paralel a transformatoarelor electrice trifazate:  
a - schema electrică; b - schema echivalentă simplificată.

Transformatoarele funcționează bine în paralel dacă curentul de circulație  $\underline{I}_c$  este nul, caz în care trebuie îndeplinită condiția complexă:  $\underline{U}'_{2\alpha} = \underline{U}'_{2\beta}$ , echivalentă cu două condiții scalare obținute prin egalitatea modulelor și argumentelor celor două tensiuni.

Egalitatea modulelor tensiunilor complexe  $\underline{U}'_{2\alpha}$  și  $\underline{U}'_{2\beta}$  impune egalitatea rapoartelor de transformare ale celor două transformatoare care reprezintă prima condiție de punere în paralel a acestora. Standardele prevăd că rapoartele de transformare a două transformatoare funcționând în paralel, pot să difere cu maxim 0,5 %.

Egalitatea argumentelor tensiunilor  $\underline{U}'_{2\alpha}$  și  $\underline{U}'_{2\beta}$  impune ca transformatoarele să aibă aceeași grupă de conexiune, care reprezintă a doua condiție de punere în paralel.

Considerăm în continuare, că  $\underline{I}_c = 0$ . Împărțim relațiile curenților  $\underline{I}_{1\alpha}$  și  $\underline{I}_{1\beta}$ , deduși din (1.30) și se găsește:

$$\frac{\underline{I}_{1\alpha}}{\underline{I}_{1\beta}} = \frac{\underline{Z}_{k\beta}}{\underline{Z}_{k\alpha}} = \frac{Z_{k\beta}}{Z_{k\alpha}} \cdot e^{j(\varphi_{k\beta} - \varphi_{k\alpha})} \quad (1.32)$$

Curenții  $\underline{I}_{1\alpha}$  și  $\underline{I}_{1\beta}$ , se adună aritmetic și nu vectorial (avantaj), când  $\varphi_{k\alpha} = \varphi_{k\beta}$ , în care caz  $\underline{I}_{1\alpha} / \underline{I}_{1\beta} = I_{1\alpha} / I_{1\beta}$  și deci,  $I_{1\alpha} + I_{1\beta} = I$ . Rezultă a treia condiție de cuplare în paralel: transformatoarele trebuie să aibă același defazaj intern (aceleași unghiuri de scurtcircuit), adică să avem îndeplinită condiția:

$$\arctg \frac{X_{k\alpha}}{R_{k\alpha}} = \arctg \frac{X_{k\beta}}{R_{k\beta}}$$

condiție îndeplinită dacă  $S_{1\alpha} / S_{1\beta} \in (1 \dots 4)$ , deci puterile celor două transformatoare nu trebuie să difere prea mult.

Considerăm în continuare, că  $\varphi_{k\alpha} = \varphi_{k\beta}$ , în care caz relația (1.32) amplificată cu raportul  $I_{1\beta n} / I_{1\alpha n}$ , se mai poate scrie:

$$\frac{I_{1\alpha} \cdot I_{1\beta n}}{I_{1\beta} \cdot I_{1\alpha n}} = \frac{Z_{k\beta} \cdot I_{1\beta n}}{Z_{k\alpha} \cdot I_{1\alpha n}} = \frac{u_{k\beta}}{u_{k\alpha}}, \text{ sau } \frac{3I_{1\alpha}U_{1n} \cdot 3I_{1\beta n}U_{1n}}{3I_{1\beta}U_{1n} \cdot 3I_{1\alpha n}U_{1n}} = \frac{S_{\alpha} \cdot S_{\beta n}}{S_{\beta} \cdot S_{\alpha n}} = \frac{u_{k\beta}}{u_{k\alpha}}$$

relație din care se deduce:

$$\frac{S_{\alpha}}{S_{\beta}} = \frac{S_{\alpha n}}{S_{\beta n}} \cdot \frac{u_{k\beta}}{u_{k\alpha}} \quad (1.33)$$

De aici rezultă că două transformatoare, funcționând în paralel se încarcă proporțional cu puterile lor nominale și invers proporțional cu tensiunile lor de scurtcircuit. Rezultă a patra condiție de punere în paralel: cele două transformatoare să aibă aceleași tensiuni nominale de scurtcircuit, pentru a se încărca fiecare proporțional cu puterea sa nominală. În caz contrar, transformatorul cu tensiunea de scurtcircuit mai mică se va încărca primul la valoarea nominală, cel de al doilea rămânând descărcat.

Standardele prevăd că tensiunile nominale de scurtcircuit pentru două transformatoare, funcționând în paralel, pot să difere cu maxim 10 %.

Evident, ar mai fi o condiție de punere în paralel (a cincea condiție): aceea ca tensiunile nominale primare ale celor două transformatoare să fie egale.

## 1.11. TRANSFORMATORE SPECIALE

### 1.11.1. AUTOTRANSFORMATORUL ELECTRIC

Autotransformatorul electric are miezul feromagnetic ca și transformatorul electric, iar înfășurarea de joasă tensiune este o parte a înfășurării de înaltă tensiune, cele două părți diferind doar prin secțiunea conductoarelor, partea comună având conductor mai subțire.

În energetică autotransformatorul se utilizează acolo unde se cere modificarea tensiunii în limite restrânse, de până la 50 %, când este preferat transformatorului, ca urmare a randamentului superior și a greutateii sale mai mici. Autotransformatoarele de mare putere servesc la interconectarea rețelelor electrice de tensiuni apropiate. În rețelele trifazate, autotransformatoarele se realizează cu grupa de conexiuni  $Y_{Q\Delta 0} - 0$  și se prevăd în mod uzual cu înfășurare terțiară, conectată în triunghi.

În Fig. 1.25, se prezintă schița unui autotransformator coborâtor de tensiune, schema electrică și modul de conectare ale celor două înfășurări ale sale.

Să notăm cu  $k = U_1/U_2 = w_1/w_2$ , raportul de transformare al autotransformatorului. Puterea electrică se transferă prin autotransformator spre circuitul de sarcină (conectat la bornele  $a$  și  $x$ ), pe două căi: pe cale *galvanică* (direct prin conductoare), corespunzătoare bornelor  $a$  și  $x$  și pe cale *electromagnetică* care corespunde porțiunii  $A - a$  de înfășurare. Autotransformatorul se dimensionează la puterea de calcul  $S_c$ , care se află cu relația:

$$S_c = U_{Aa}I_1 = (U_1 - U_2)I_1 = (U_1 - \frac{U_1}{k})I_1 = U_1I_1(1 - \frac{1}{k}) = S_1(1 - \frac{1}{k}) \cong S_n(1 - \frac{1}{k}) < S_n \quad (1.34)$$

în care:  $S_1$  este puterea aparentă primară absorbită de autotransformator de la rețea, aproximativ egală cu puterea lui nominală. Se constată că puterea de calcul este mai mică decât puterea nominală  $S_n$ , cu atât mai mică cu cât raportul  $k$ , este mai apropiat de unitate.

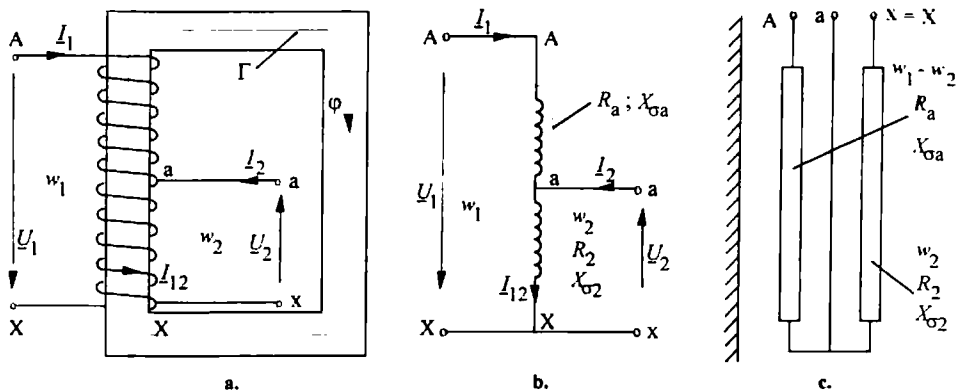


Fig. 1.25. Autotransformatorul electric: a-schița constructivă; b-schema electrică; c-schema de conexiuni.

Dacă se neglijează curentul de mers în gol, cu sensurile curenților alese ca în Fig. 1.25.a, se aplică legea circuitului magnetic pe curba \$\Gamma\$, rezultând:

$$(w_1 - w_2)I_1 + w_2 I_{12} = 0, \text{ sau } \frac{I_{12}}{I_1} = \frac{I_{12}}{I_1} = \frac{w_1 - w_2}{w_2} \Rightarrow I_{12} = I_1(k - 1) \quad (1.35)$$

din care se deduce că valoarea curentului prin porțiunea comună cu \$w\_2\$ spire este cu atât

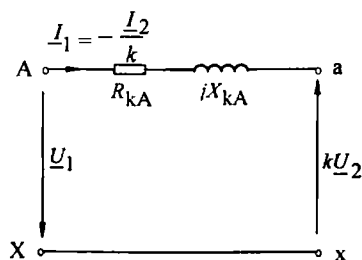


Fig. 1.26. Schema echivalentă a autotransformatorului.

mai mică, cu cât raportul de transformare este mai apropiat de unitate. Schema echivalentă a autotransformatorului este prezentată în Fig. 1.26. Parametrii globali ai autotransformatorului sunt:

$$R_{kA} = R_a + R_2(k - 1)^2 = R_a + R_2 \left( \frac{w_1 - w_2}{w_2} \right)^2 ;$$

$$X_{kA} = X_{\sigma a} + X_{\sigma 2}(k - 1)^2 = X_{\sigma a} + X_{\sigma 2} \left( \frac{w_1 - w_2}{w_2} \right)^2$$

Greutatea miezului, a înfășurărilor și pierderile Joule ale autotransformatorului sunt mai mici decât ale transformatorului de aceeași putere.

### 1.11.2. TRANSFORMATORUL CU TREI ÎNFĂȘURĂRI

Pentru interconectarea a trei rețele electrice, de tensiuni diferite, se pot utiliza două transformatoare cu câte două înfășurări fiecare, sau mai economic, un singur transformator cu trei înfășurări. Miezul feromagnetic al transformatorului cu trei înfășurări nu diferă de miezul transformatorului cu două înfășurări. Fiecărei faze îi corespund însă câte trei înfășurări dintre care una este înfășurare primară și celelalte două sunt înfășurări secundare.

În stațiile centralelor electrice se utilizează transformatoare cu trei înfășurări care primesc energia de la generatoarele centralei (de exemplu, la tensiunea de 10,5 kV) și o transmit în parte, pe partea de medie tensiune (de exemplu, la tensiunea de 38,5 kV), iar diferența pe partea de înaltă tensiune (de exemplu, la tensiunea de 231 kV). De aceea, înfășurările transformatoarelor cu trei înfășurări se dimensionează pentru puteri diferite: înfășurarea primară se dimensionează pentru puterea nominală, iar înfășurările secundare se dimensionează pentru puteri mai mici (de exemplu, pentru 0,67 din puterea nominală), sau pentru puterea nominală.

Grupele de conexiuni ale transformatoarelor cu trei înfășurări sunt, în mod uzual,  $Y_0/Y_0/D12-11$  și  $Y_0/D/D11-11$ .

În Fig. 1.27, se prezintă schema electrică a unui transformator cu trei înfășurări, unde cu JT s-a notat înfășurarea de joasă tensiune, cu MT înfășurarea de medie tensiune și cu IT înfășurarea de înaltă tensiune.

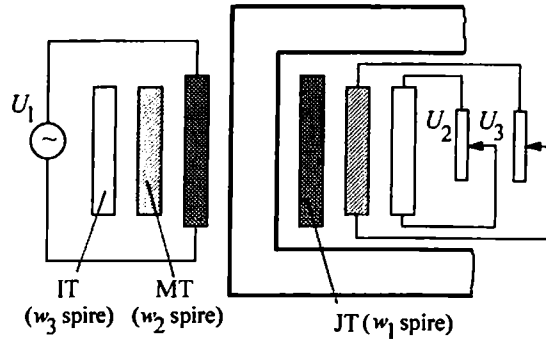


Fig. 1.27. Schema electrică a transformatorului cu trei înfășurări.

Schema echivalentă a transformatorului cu trei înfășurări se prezintă în Fig. 1.28.

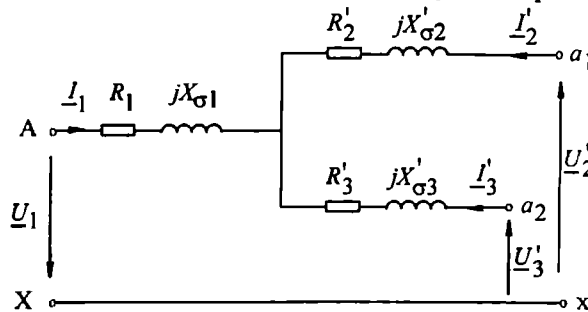


Fig. 1.28. Schema electrică simplificată a transformatorului cu trei înfășurări.

Relațiile de raportare a celor două secundare la primar sunt următoarele:

$$\begin{aligned} I_2' &= \frac{w_2}{w_1} I_2; I_3' = \frac{w_3}{w_1} I_3; U_2' = \frac{w_1}{w_2} U_2; U_3' = \frac{w_1}{w_3} U_3; R_2' = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R_2; \\ R_3' &= \left(\frac{w_1}{w_3}\right)^2 R_3; X_{22}' = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{22}; X_{33}' = \left(\frac{w_1}{w_3}\right)^2 X_{33}; X_{12}' = \left(\frac{w_1}{w_2}\right) X_{12}; \\ X_{13}' &= \left(\frac{w_1}{w_3}\right) X_{13}; X_{23}' = \left(\frac{w_1^2}{w_2 w_3}\right) X_{23} \end{aligned} \quad (1.36)$$

## 1.12. PROBLEME CU TRANSFORMATORE

### PROBLEMA 1.1.

Un transformator monofazat cu tensiunile nominale  $U_{1n}/U_{2n} = 10/0,4$  [kV] alimentează un receptor care absoarbe curentul  $I_2 = 200$  A (secundarul este joasă tensiune). Să se calculeze curentul din circuitul primar al transformatorului și raportul numerelor de spire ale înfășurărilor în ipoteza neglijării pierderilor din transformator.

**Soluție:** Puterea aparentă din secundar este  $S_2 = U_{2n}I_2 = 400 \cdot 200 = 80000$  VA. Dacă se neglijează pierderile în transformator, se poate scrie că  $S_1 = S_2 = 80000$  VA și, cum  $S_1 = U_{1n}I_1$ , rezultă  $I_1 = S_2/U_{1n} = 8$  A. Raportul numerelor de spire se poate calcula cu relația  $w_1/w_2 = E_1/E_2 \cong U_1/U_2 = 10000/400 = 25$ .

### PROBLEMA 1.2.

La încercarea în scurtcircuit, la curenți nominali, a unui transformator monofazat având puterea  $S_n = 100$  kVA și tensiunile  $U_{nI}/U_{nJ} = 10/0,4$  kV, s-au măsurat puterea activă  $P_{1k} = 2300$  W și tensiunea  $U_{1k} = 16$  V. Măsurătorile s-au efectuat pe partea de joasă tensiune. Să se calculeze parametrii de scurtcircuit ( $R_k$ ,  $X_k$ ,  $Z_k$ ) și componentele activă și reactivă  $u_{ka}$  și  $u_{kr}$  ale tensiunii nominale de scurtcircuit.

**Soluție: a.** Se determină curenții nominali ai transformatorului:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{U_{nJ}} = \frac{100 \cdot 10^3}{400} = 250 \text{ A}; \quad I_{2n} = \frac{S_n}{U_{nI}} = \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^3} = 10 \text{ A}$$

Încercarea de scurtcircuit se face la curentul nominal primar, deci putem scrie:  $I_{1k} = I_{1n} = 250$  A. Parametrii de scurtcircuit se calculează astfel:

$$Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1k}} = \frac{16}{250} = 0,064 \Omega; \quad R_k = \frac{P_k}{I_{1k}^2} = \frac{2300}{250^2} = 0,037 \Omega; \quad X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 0,0524 \Omega$$

b. Componentele activă și reactivă ale tensiunii de scurtcircuit ( $u_{ka}$  și  $u_{kr}$ ) sunt:

$$u_{ka} = \frac{P_k}{S_n} = \frac{2300}{100 \cdot 10^3} = 0,023; \quad u_k = \frac{U_k}{U_{nJ}} = \frac{16}{400} = 0,04; \quad u_{kr} = \sqrt{u_k^2 - u_{ka}^2} = 0,0327$$

### PROBLEMA 1.3.

Un transformator monofazat cu parametrii de scurtcircuit  $R_k$  și  $L_{\sigma k}$  are înfășurarea primară alimentată la tensiunea  $u_1(t) = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma)$ . Să se determine valoarea maximă posibilă a curentului de scurtcircuit, considerând că, în momentul anterior scurtcircuitului, curentul prin transformator era nul [ $i_{1k}(0) = 0$ ], iar inductivitatea  $L_{\sigma k}$  este constantă.

**Soluție:** Se integrează ecuația de tensiuni a transformatorului la scurtcircuit, dedusă din schema echivalentă simplificată, ecuație care are forma:

$$R_k i_{1k} + L_k \frac{di_{1k}}{dt} = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma) \quad (1.37)$$

Se determină soluția analitică a ecuației diferențiale de ordinul întâi, din regimul de scurtcircuit, printr-un procedeu matematic cunoscut, considerând că soluția se compune dintr-o soluție de regim tranzitoriu și una de regim permanent. Această soluție analitică are forma următoare:

$$i_{1k}(t) = i_{1t}(t) + i_{1p}(t) = Ae^{rt} + I_{1k} \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \gamma - \varphi_k) \quad (1.38)$$



Soluția de regim permanent  $i_{1p}(t) = I_{1k} \sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \gamma - \varphi_k)$  s-a dedus folosind calculul în complex, aplicat schemei echivalente la scurtcircuit din Fig. 1.12. Valoarea efectivă a curentului de scurtcircuit de regim permanent  $I_{1k}$  și defazajul  $\varphi_k$  au expresiile:

$$I_{1k} = \frac{U_1}{\sqrt{R_k^2 + (\omega L_{\sigma k})^2}} = \frac{100}{u_k[\%]} \cdot I_{1n}, \varphi_k = \arctg \frac{\omega L_{\sigma k}}{R_k}$$

Soluția de regim tranzitoriu se determină prin rezolvarea ecuației omogene (1.37), obținută prin anularea termenului liber. Ecuația caracteristică a ecuației omogene este:  $rL_{\sigma k} + R_k = 0$  cu soluția  $r = -R_k / L_{\sigma k}$ . Notăm constanta de timp a transformatorului la scurtcircuit cu  $\tau = L_{\sigma k} / R_k$ . Punând condiția inițială  $i_{1k}(0) = 0$ , în soluția (1.38), se deduce expresia constantei A, astfel încât forma finală a acestei soluții devine

$$i_{1k}(t) = I_{1k} \sqrt{2} \left[ \sin(\omega t + \gamma - \varphi_k) - \sin(\gamma - \varphi_k) \cdot e^{-t/\tau} \right]$$

Situația cea mai defavorabilă are loc când  $(\gamma - \varphi_k) = -\pi/2$  și  $(\omega t^* + \gamma - \varphi_k) = \pi/2$ , care se produce după  $t^* = \pi/\omega$  (o semiperioadă) de la apariția scurtcircuitului.

Curentul maxim posibil de scurtcircuit, obținut în condițiile de mai sus, este:

$$(i_{1k})_{\max} = I_{1k} \sqrt{2} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}} \right) = I_{1k} \sqrt{2} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\pi u_{ka}}{u_{kr}}} \right) = I_{1k} \sqrt{2} \cdot k_i$$

în care  $k_i$  este factorul de regim tranzitoriu și are valori uzuale în gama (1,2 ... 1,6).

#### PROBLEMA 1.4.

Un transformator monofazat are datele:  $R_1 = 1\Omega$ ,  $R'_2 = 1\Omega$ ,  $X_{\sigma 1} = 2\Omega$ ,  $X'_{\sigma 2} = 2\Omega$ ,  $X_\mu = 100\Omega$ ,  $R_w = \text{infinită}$ . Știind că tensiunea de alimentare este  $U_1 = 220\text{ V}$  și că raportul numerelor de spire este  $w_1/w_2 = 15,81$ , să se determine: a. tensiunea la bornele secundare în gol și în cazul când la bornele secundare se află rezistența de sarcină  $R = 0,1\Omega$ ; b. puterea activă transmisă sarcinii; c. puterea activă absorbită și randamentul.

**Soluție:** a. Considerăm schema echivalentă în T a transformatorului din Fig. 1.7.a, în care nu apare rezistența  $R_w$ , iar în secundar se pune rezistența de sarcină  $R'$ . În acest caz, se poate deduce curentul primar  $I_1$  cu relația complexă:

$$I_1 = \frac{U_1}{R_1 + jX_{\sigma 1} + \frac{jX_\mu(R'_2 + R' + jX'_{\sigma 2})}{R'_2 + R' + j(X'_{\sigma 2} + X_\mu)}}$$

în care  $R'$  este rezistența de sarcină raportată la primar  $R' = R (w_1/w_2)^2 = 25\Omega$ . Efectuând calculele, se obține expresia curentului  $I_1 = 8,33e^{-j22,1^\circ}$  [A]. Deci, valoarea efectivă a curentului primar este  $I_1 = 8,33\text{ A}$  și acesta este defazat în urma tensiunii  $U_1$  cu  $22,1^\circ$ . Curentul secundar se determină, folosind regula divizorului de curent, astfel:

$$\underline{I}_2' = -\underline{I}_1 \frac{jX_\mu}{R_2' + R_1' + j(X_{\sigma 2}' + X_\mu)} = -7,91e^{-j7,8^\circ} [A].$$

Tensiunea secundară raportată în sarcină, este  $U_2' = R_1' I_2' = 25 \cdot 7,91 = 197 \text{ V}$ , iar tensiunea neraportată are valoarea:  $U_2 = U_2' w_2/w_1 = 12,51 \text{ V}$ . La funcționarea în gol ( $R' = \infty$ ), expresia curentului  $I_1'$  devine:

$$\underline{I}_{10} = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j(X_{\sigma 1} + X_\mu)} = 2,157 \cdot e^{-89,4^\circ}, [A]$$

Tensiunea secundară raportată, în gol, este:  $U_{20}' = X_\mu I_{10} = 215,7 \text{ V}$ , iar tensiunea reală este  $U_{20} = U_{20}' w_2/w_1 = 13,64 \text{ V}$ .

Puterea activă transmisă sarcinii este  $P_2 = R_1' (I_2')^2 = 1564,2 \text{ W}$ , iar puterea activă absorbită are valoarea:  $P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 = 220 \cdot 8,33 \cos 22,1^\circ = 1698 \text{ W}$ . Randamentul transformatorului rezultă imediat:  $\eta = P_2/P_1 = 1564,2/1698 = 0,921$ .

### PROBLEMA 1.5.

Un transformator monofazat are o variație relativă a tensiunii secundare de 3% de la gol la sarcină nominală pur ohmică și de 4,9 % de la gol la sarcină nominală cu defazajul  $\varphi_2 = 45^\circ$  inductiv. Să se determine tensiunea relativă de scurtcircuit a transformatorului și de câte ori este mai mare curentul de scurtcircuit (în regim permanent) sub tensiune nominală decât curentul nominal.

*Soluție:* Aplicăm relația (1.25) pentru regimul nominal ( $\beta = 1$ ) în cele două cazuri date ( $\varphi = 0^\circ$ , respectiv,  $\varphi = 45^\circ$  ind.) și avem:

$$0,03 = 1 \cdot (u_{ka} \cos 0^\circ + u_{kr} \sin 0^\circ);$$

$$0,049 = 1 \cdot (u_{ka} \cos 45^\circ + u_{kr} \sin 45^\circ)$$

din care rezultă valorile  $u_{ka} = 0,03$  și  $u_{kr} = 0,04$  și deci se deduce că  $u_k = 0,05$ . Raportul  $k_i$  dintre curentul de scurtcircuit sub tensiune nominală și curentul nominal este:

$$k_i = \frac{I_{kn}}{I_n} = \frac{100}{u_k [\%]} = \frac{100}{5} = 20$$

### PROBLEMA 1.6.

Pe plăcuța indicatoare a unui transformator trifazat sunt trecute următoarele date: puterea nominală  $S_n = 630 \text{ kVA}$ , tensiunile nominale  $U_{1n}/U_{2n} = 6/0,4 \text{ [kV/kV]}$ , pierderile nominale în miez  $P_{Fe} = 1,2 \text{ kW}$ , pierderile Joule nominale în înfășurări  $P_{jn} = 10 \text{ kW}$ , tensiunea nominală de scurtcircuit  $u_k = 6 \%$ , grupa de conexiuni  $Dy - 11$ . Ce alte date importante se mai pot determina cu ajutorul datelor nominale înscrise pe plăcuța indicatoare ?

*Soluție:* a. *Curenții de linie* (notați cu indicele  $l$ ) și *de fază* (notați cu indicele  $f$ ) ai transformatorului se calculează cu relațiile:

$$I_{1l} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{1n}} = \frac{630 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 6 \cdot 10^3} = 60,62 A; \quad I_{1f} = \frac{I_{1l}}{\sqrt{3}} = \frac{60,62}{\sqrt{3}} = 35 A$$

$$I_{2l} = I_{2f} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_{2n}} = \frac{630 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 0,4 \cdot 10^3} = 909,3 A$$

b. Tensiunile de fază se calculează astfel:

$$U_{1f} = U_{1l} = U_{1n} = 6kV; \quad U_{2f} = \frac{U_{2n}}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231 V$$

c. Parametrii de scurtcircuit  $R_k$  și  $X_{\sigma k}$  ai transformatorului se deduc astfel:

$$R_k = R_1 + R'_2 = \frac{P_{Jn}}{3I_{1f}^2} = \frac{10^4}{3 \cdot 35^2} = 2,72 \Omega; \quad Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1f}} = \frac{0,06 \cdot 6000}{35} = 10,28 \Omega;$$

$$X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{10,28^2 - 2,72^2} = 9,9 \Omega$$

d. Componentele activă și reactivă ale tensiunii nominale de scurtcircuit  $u_{ka}$  și  $u_{kr}$  au expresiile:

$$u_{ka} = \frac{R_k I_{1f}}{U_{1n}} = \frac{2,72 \cdot 35}{6000} = 0,01586; \quad u_{kr} = \frac{X_{\sigma k} I_{1f}}{U_{1n}} = \frac{9,9 \cdot 35}{6000} = 0,05775$$

e. Tensiunea secundară la mersul în sarcină nominală la un defazaj inductiv egal cu  $45^\circ$  se determină pornind de la expresia căderii relative de tensiune de la gol la sarcină nominală:

$$\frac{\Delta U_2}{U_{20}} = 1 - \frac{U_2}{U_{20}} = \beta(u_{ka} \cos \varphi_2 + u_{kr} \sin \varphi_2) = 0,707(u_{ka} + u_{kr}) = 0,052$$

$$\Rightarrow U_2 = U_{20} \left(1 - \frac{\Delta U_2}{U_{20}}\right) = 400 \cdot (1 - 0,052) = 400 \cdot 0,948 = 379,2 V$$

f. Randamentul nominal al transformatorului la un factor de putere inductiv egal cu 0,707 se determină cu relația cunoscută:

$$\eta_n = \frac{S_n \cos \varphi_2}{S_n \cos \varphi_2 + P_{Fen} + P_{Jn}} = \frac{630 \cdot 0,707}{630 \cdot 0,707 + 1,2 + 10} = 0,9754$$

g. Randamentul maxim al transformatorului se determină după ce se deduce factorul de încărcare optim  $\beta_{opt}$ :

$$\beta_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fen}}{P_{Jn}}} = \sqrt{\frac{1,2}{10}} = 0,346 \Rightarrow \eta_{max} = \frac{\beta_{opt} \cdot S_n \cos \varphi_2}{\beta_{opt} \cdot S_n \cos \varphi_2 + P_{Fen} + \beta_{opt}^2 \cdot P_{Jn}}$$

$$\Rightarrow \eta_{max} = \frac{0,346 \cdot 630 \cdot 0,707}{0,346 \cdot 630 \cdot 0,707 + 1,2 + 0,346^2 \cdot 10} = 0,9847$$

Se constată că diferența dintre randamentul maxim și cel nominal este sub un procent, deci nu este potrivit ca transformatorul să funcționeze la randament maxim (când debitează numai 0,346 din sarcina nominală), ci la randament nominal.

**h. Curentul permanent de scurtcircuit, la tensiune nominală, se calculează astfel:**

$$I_{1kn} = I_{1n} \cdot \frac{100}{u_k[\%]} = 60,62 \cdot \frac{100}{6} = 1010 \text{ A}$$

### PROBLEMA 1.7.

Să se determine grupa de conexiuni a transformatorului a cărei schemă electrică este desenată în Fig. 1.29.a.

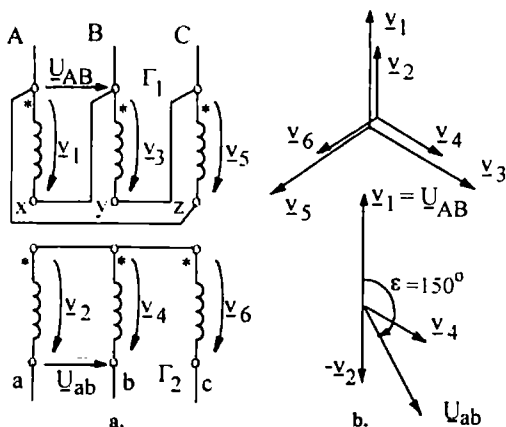


Fig. 1.29. Determinarea grupei de conexiuni :  
a - schema electrică ; b - diagrama de fazori.

**Soluție:** Se aplică teorema a doua a lui Kirchhoff pe curbele  $\Gamma_1$  și  $\Gamma_2$ , rezultând următoarele relații:  $\underline{U}_{AB} = \underline{V}_1$ , respectiv  $\underline{U}_{ab} = \underline{V}_4 - \underline{V}_2$ . Din diagrama de fazori, prezentată în Fig. 1.29.b, se deduce că unghiul dintre tensiunile de linie omoloage, măsurat în sensul acelor de ceasornic, este  $\varepsilon = 150^\circ$ , prin urmare, grupa de conexiune este 5. Transformatorul are schema și grupa  $Dy5$ .

### PROBLEMA 1.8.

Un transformator trifazat are schema  $Dz_0$  și raportul de transformare  $k_z = 15$ . Se cere raportul de transformare la schimbarea conexiunii secundare din zig - zag în stea, respectiv în triunghi.

**Soluție:** Schimbarea conexiunii zig - zag în stea se face astfel: se desfac legăturile zig - zagului, se conectează adițional cele două jumătăți de înfășurare de pe fiecare coloană și se fac legăturile pentru realizarea stelei înfășurării. Fie  $U_1$  și  $U_{2z}$ , tensiunile de linie ale transformatorului cu grupa de conexiuni  $Dz_0$ ; rezultă  $k_z = U_1/U_{2z} = 15$ . Avem  $U_{2z} = \sqrt{3} U_{2fz} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} U_b = 3 U_b$ , unde  $U_b$  este tensiunea corespunzătoare unei bobine a zig - zagului.

Tensiunea de fază, în cazul realizării conexiunii stea sau triunghi prin conectarea adițională a celor două bobine, este  $U_{2f} = 2 U_b$ . Tensiunea de linie, în cazul conexiunii stea, este  $U_{2y} = \sqrt{3} U_{2f} = 2\sqrt{3} U_b$ , iar raportul de transformare are expresia:

$$k_Y = \frac{U_1}{U_{2y}} = \frac{U_1}{2\sqrt{3}U_b} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{U_1}{3U_b} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot k_z = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 15 = 12,99$$

Tensiunea de linie, în cazul conexiunii triunghi, este  $U_{2\Delta} = U_{2f} = 2 U_b$ , iar raportul de transformare are expresia:

$$k_{\Delta} = \frac{U_1}{U_{2\Delta}} = \frac{U_1}{2U_b} = \frac{3}{2} \cdot \frac{U_1}{3U_b} = \frac{3}{2} \cdot k_z = \frac{3}{2} \cdot 15 = 22,5$$

### PROBLEMA 1.9.

Trei transformatoare notate cu  $\alpha, \beta, \gamma$  au puterile nominale  $S_{n\alpha} = 1000 \text{ kVA}$ ,  $S_{n\beta} = 1200 \text{ kVA}$ ,  $S_{n\gamma} = 1600 \text{ kVA}$  și tensiunile nominale de scurtcircuit  $u_{k\alpha} = 5,6 \%$ ,  $u_{k\beta} = 6\%$ ,  $u_{k\gamma} = 6,3 \%$ . Să se determine: a. puterea maximă admisibilă pe care o pot

debita cele trei transformatoare funcționând în paralel; **b.** cum se vor încărca cele trei transformatoare, dacă trebuie să debiteze în rețea puterea totală  $S = 3000$  kVA.

**Soluție:** **a.** Relația puterilor și tensiunilor de scurtcircuit se poate generaliza astfel:

$$\frac{S_{\alpha}}{S_{n\alpha}} = \frac{S_{\beta}}{S_{n\beta}} = \frac{S_{\gamma}}{S_{n\gamma}} = \frac{S_{\alpha} + S_{\beta} + S_{\gamma}}{\frac{S_{n\alpha}}{u_{k\alpha}} + \frac{S_{n\beta}}{u_{k\beta}} + \frac{S_{n\gamma}}{u_{k\gamma}}} = k$$

La funcționarea în paralel, se încarcă primul la puterea nominală, transformatorul care are tensiunea de scurtcircuit cea mai mică. Deci, vom avea  $S_{\alpha} = S_{n\alpha} = 1000$  kVA și din relația de mai sus rezultă  $k = u_{k\alpha} = 5,6$  %. Prin urmare, puterile cu care se vor încărca transformatoarele  $\beta$  și  $\gamma$  sunt următoarele:  $S_{\beta} = k \cdot S_{n\beta} / u_{k\beta} = 5,6 \cdot 1200 / 6 = 1120$  kVA, respectiv  $S_{\gamma} = k \cdot S_{n\gamma} / u_{k\gamma} = 5,6 \cdot 1600 / 6 = 1422$  kVA. Transformatoarele pot debita simultan puterea totală  $S_{\max} = S_{n\alpha} + S_{\beta} + S_{\gamma} = 3542$  kVA, mai mică în raport cu puterea disponibilă de 3800 kVA.

**b.** Cunoaștem suma  $S_{\alpha} + S_{\beta} + S_{\gamma}$  și din relația puterilor deducem pe  $S_{\alpha}$ ,  $S_{\beta}$ ,  $S_{\gamma}$ :

$$S_{\alpha} = (S_{\alpha} + S_{\beta} + S_{\gamma}) \cdot \frac{S_{n\alpha} / u_{k\alpha}}{\sum_{j=\alpha, \beta, \gamma} S_{nj} / u_{kj}} = 3000 \cdot \frac{1000 / 5,6}{\frac{1000}{5,6} + \frac{1200}{6} + \frac{1600}{6,3}} = 847 \text{ kVA}$$

Analog, se deduc puterile  $S_{\beta} = 949$  kVA și  $S_{\gamma} = 1204$  kVA.

### PROBLEMA 1.10.

Două transformatoare au rapoarte de transformare egale ( $U'_{2\alpha} = U'_{2\beta} = U'$ ), tensiuni de scurtcircuit egale ( $u_{k\alpha} = u_{k\beta} = u_k = 5\%$ ) și grupele de conexiuni diferă cu o unitate ( $Dy5$  și  $Yy6$ ;  $Dy11$  și  $Dz12$  etc). Să se determine valoarea raportată la curentul nominal a curentului de circulație, în cazul în care cele două transformatoare funcționează în paralel.

**Soluție:** În acest caz, tensiunile secundare ale celor două transformatoare sunt egale în modul, dar defazate cu unghiul de  $30^\circ$ . Prin urmare, curentul de circulație este:

$$I_c = \frac{U'_{2\alpha} - U'_{2\beta}}{Z_{k\alpha} + Z_{k\beta}} \Rightarrow \frac{|I_c|}{I'_{2n}} = \frac{|U'_{2\alpha} - U'_{2\beta}|}{2|Z_k| \cdot I'_{2n}} = \frac{2U' \sin 15^\circ}{2U'_k} = \frac{\sin 15^\circ}{u_k [\%] / 100} = \frac{0,2588 \cdot 100}{5} = 5,176$$

**Observație:**

Curentul de circulație depășește de peste 5 ori curentul nominal al transformatorului. Prin urmare, *nu este posibilă funcționarea în paralel a unor transformatoare care aparțin la grupe de conexiuni diferite, chiar dacă acestea diferă cu numai o unitate.*

### PROBLEMA 1.11.

Un transformator trifazat are următoarele date de catalog: puterea nominală  $S_n = 630$  kVA; raportul de transformare  $U_{1n}/U_{2n} = 15/0,525$  kV; conexiunea  $Dy-5$ ; pierderile de mers în gol  $P_0 = 1,25$  kW; pierderile în scurtcircuit  $P_k = 8,2$  kW; tensiunea nominală de scurtcircuit  $u_k = 6$  %; curentul de mers în gol în procente  $i_0 = 2,4$  %. Să se

calculeze: **a.** Componentele tensiunii de scurtcircuit; **b.** Variația de tensiune de la gol la sarcină și randamentul pentru gradul de încărcare  $\beta = 0,9$  și  $\cos\varphi_2 = 0,8$ ; **c.** Factorul de putere la mersul în gol și în scurtcircuit precum și componentele curentului de mers în gol; **d.** Parametrii schemei echivalente în ipoteza  $R_1 = R'_2$  și  $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2}$ ; **e.** Valoarea instantanee maximă posibilă a curentului de scurtcircuit trifazat, în ipoteza neglijării saturației miezului magnetic al transformatorului.

*Soluție:* **a.** Curenții nominali ai transformatorului (valori de linie) sunt:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{1n}} = \frac{630 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 24,25 A; \quad I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{2n}} = 692,8 A$$

Componentele tensiunii de scurtcircuit se determină cu relațiile:

$$u_{ka} = \frac{P_k}{S_n} = \frac{8,2 \cdot 10^3}{630 \cdot 10^3} = 0,013; \quad u_{kr} = \sqrt{u_k^2 - u_{ka}^2} = 0,0586$$

**b.** Variația relativă de tensiune de la gol la sarcină se calculează astfel:

$$\Delta u_2 [\%] = 100\beta (u_{ka} \cos\varphi_2 + u_{kr} \sin\varphi_2) = 90(0,013 \cdot 0,8 + 0,0586 \cdot 0,6) = 4,1 \%$$

În volți, această variație este  $\Delta U_2 [V] = \Delta u_2 [\%] \cdot U_{2n} / 100 = 4,1 \cdot 525 / 100 = 21,5 V$ .

Randamentul la sarcina  $\beta$  se calculează cu relația cunoscută:

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos\varphi_2}{\beta S_n \cos\varphi_2 + \beta^2 P_k + P_0} = \frac{0,9 \cdot 630 \cdot 0,8}{0,9 \cdot 630 \cdot 0,8 + 0,9^2 \cdot 8,2 + 1,25} = 0,982$$

**c.** Curentul de mers în gol de linie și factorul de putere se deduc cu relațiile:

$$I_{10} = i_{10} \cdot I_{1n} = 0,024 \cdot 24,25 = 0,582 A; \quad \cos\varphi_{10} = \frac{P_0}{\sqrt{3}U_{1n}I_{10}} = \frac{1,25 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,582} = 0,083$$

Componentele, activă și reactivă ale curentului de mers în gol (de linie) sunt:

$$I_{wI} = I_{10} \cos\varphi_{10} = 0,582 \cdot 0,083 = 0,048 A; \quad I_{\mu I} = I_{10} \sin\varphi_{10} = 0,582 \cdot \sqrt{1 - 0,083^2} = 0,58 A$$

**d.** Rezistența  $R_w$  și reactanța  $X_\mu$  din latura de magnetizare a schemei echivalente se determină după calculul valorilor de fază ale componentelor curentului de mers în gol:

$$I_w = \frac{I_{wI}}{\sqrt{3}}; \quad I_\mu = \frac{I_{\mu I}}{\sqrt{3}} \Rightarrow R_w = \frac{P_0}{3I_w^2} = 54 \cdot 10^4 \Omega; \quad X_\mu = \frac{U_{1f}}{I_\mu} = \frac{U_{1n}}{I_\mu} = 44800 \Omega$$

Parametrii globali (de scurtcircuit) se calculează astfel:

$$Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1nf}} = \frac{u_k \cdot U_{1n}}{I_{1n} / \sqrt{3}} = \frac{0,06 \cdot 15 \cdot 10^3}{25,25 / \sqrt{3}} = 64,3 \Omega; \quad R_k = \frac{P_k}{3I_{1nf}^2} = 13,4 \Omega; \quad X_{\sigma k} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 62,9 \Omega$$

Parametrii schemei echivalente:  $R_1 = R'_2 = R_k / 2 = 6,7 \Omega$ ;  $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = X_{\sigma k} / 2 = 31,45 \Omega$

**e.** Valoarea instantanee, maximă posibilă, a curentului de scurtcircuit este:

$$I_{lk \max} = \sqrt{2} \cdot I_{ln} \cdot \frac{100}{u_k [\%]} \left( 1 - e^{-\frac{\pi \cdot u_{ka}}{u_{kr}}} \right) = \sqrt{2} \cdot 24,25 \cdot \frac{100}{6} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{\pi \cdot 0,013}{0,058}} \right) = 891,4 A$$

Acest curent este de aproximativ 37 de ori mai mare decât curentul nominal.

### PROBLEMA 1.12.

Un autotransformator monofazat având puterea nominală  $S_n = 1,1 \text{ kVA}$ , are raportul de transformare  $k = 1,73$  și tensiunea nominală primară  $U_{1n} = 220 \text{ V}$ . Știind că înfășurarea are  $w_1 = 150$  spire, neglijând curentul de mers în gol, să se determine:

**a.** Tensiunea secundară  $U_{2n}$ , numărul de spire secundar  $w_2$ , curenții nominali primar și secundar și curentul în partea comună a înfășurării; **b.** Puterea aparentă transmisă secundarului pe cale electromagnetică  $P_e$  respectiv pe cale galvanică  $P_g$ .

*Soluție:* **a.** Tensiunea secundară a autotransformatorului și numărul de spire secundar, se determină cu relațiile:

$$U_{2n} = \frac{U_{1n}}{k} = \frac{220}{1,73}; \quad w_2 = \frac{w_1}{k} = \frac{150}{1,73} = 87 \text{ spire}$$

Curentul nominal primar  $I_{1n}$ , curentul nominal secundar  $I_{2n}$  și curentul în partea comună  $I_{12}$  se calculează astfel:

$$I_{2n} = \frac{S_n}{U_{2n}} = \frac{100}{127} = 8,65 \text{ A}; \quad I_{1n} = \frac{I_{2n}}{k} = \frac{8,65}{1,73} = 5 \text{ A}; \quad I_{12} = I_{1n}(k-1) = 3,65 \text{ A}.$$

**b.** Puterea aparentă (de calcul) transmisă secundarului pe cale electromagnetică are valoarea:

$$S_e = S_n \left( 1 - \frac{1}{k} \right) = 1100 \cdot \left( 1 - \frac{1}{1,73} \right) = 465 \text{ VA}$$

Puterea transmisă pe cale galvanică se obține prin diferența dintre  $S_n$  și  $S_e$ :

$$S_g = S_n - S_e = 1100 - 465 = 635 \text{ VA}$$

## CAPITOLUL 2

### MAȘINA ASINCRONĂ

#### 2.1. GENERALITĂȚI PRIVIND MAȘINILE ELECTRICE DE C. A.

Mașinile electrice rotative de curent alternativ se împart, din punct de vedere funcțional, în două tipuri: mașini asincrone sau de inducție și mașini sincrone. Teoria generală a acestor mașini prezintă anumite elemente comune cum ar fi: construcția, înfășurările, producerea câmpului magnetic, producerea cuplului electromagnetic, inducerea tensiunilor electromotoare. Mașinile electrice rotative au două părți constructive de bază; *statorul* și *rotorul*, denumite și armături. În general, ambele armături posedă înfășurări din material conductor (cupru sau aluminiu). Spațiul de aer dintre cele două armături se numește *întrefier*.

*Înfășurările* mașinilor de c.a., parcurse de curenți alternativi creează câmpul magnetic din mașină. Cel mai adesea, înfășurările mașinilor electrice pot fi monofazate sau trifazate (formate din trei înfășurări monofazate identice, decalate spațial la  $120^\circ$  electrice). Înfășurările mașinilor electrice se pot executa *într-un strat* (în creștătură se găsește o singură latură de bobină) sau *în două straturi* (în creștătură se găsesc două laturi de bobină).

În Fig. 2.1. se prezintă schema unei înfășurări trifazate într-un strat. fiind desenată numai prima fază  $U_1 - U_2$  și începuturile celorlalte două faze, iar în Fig. 2.2. aceeași înfășurare realizată în două straturi, cu pas diametral. Cu  $p$  s-a notat numărul de perechi de poli ai înfășurării, cu  $m$  numărul de faze și cu  $q$  numărul de creștături pe pol și fază.

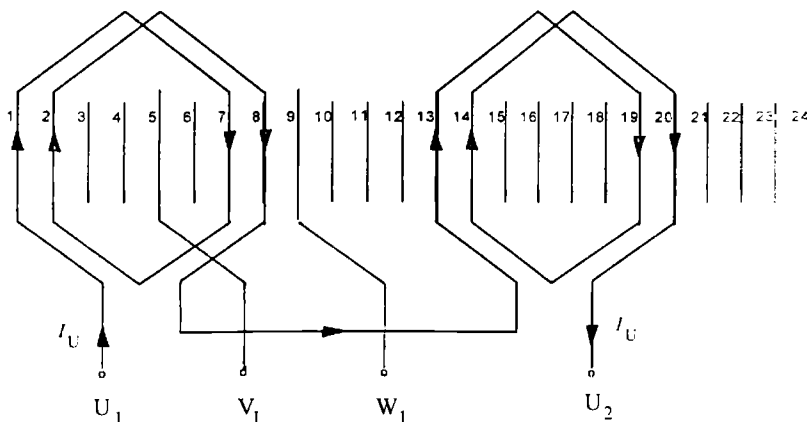


Fig. 2.1. Schema desfășurată a unei înfășurări într-un strat (faza  $U_1 - U_2$ ), caracterizată de  $m = 3$ ,  $p = 2$ ,  $q = 2$  și a începuturilor celorlalte două faze  $V_1$  și  $W_1$ .

Înfășurările fazelor V și W sunt identice cu înfășurarea fazei U, însă sunt decalate spațial cu  $120^\circ$  electrice unele față de altele. Din această cauză, pentru claritatea



desenelor înfășurărilor, în figurile 2.1 și 2.2 nu s-au mai desenat fazele V și W, ci numai începuturile  $V_1$  și  $W_1$  ale acestora.

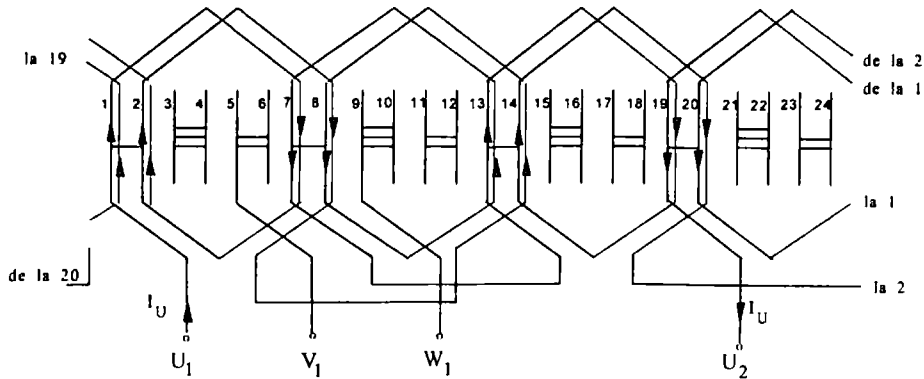


Fig. 2.2. Schema desfășurată a unei înfășurări în două straturi, cu pas diametral (faza  $U_1 - U_2$ ), caracterizată de  $m = 3, p = 2$ .

## 2.2. PRODUCEREA CÂMPULUI MAGNETIC PULSATORIU

Într-o mașină electrică, câmpul magnetic pulsatoriu este produs de o înfășurare monofazăată parcursă de c.a. Se va considera cea mai simplă înfășurare monofazăată formată dintr-o singură bobină (mașină bipolară cu  $m = 1, p = 1, q = 1$  și pas diametral) și se va calcula câmpul magnetic produs de această înfășurare. Numărul  $Z$  de creștături al armăturii în care este plasată înfășurarea are valoarea  $Z = 2mpq = 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2$  creștături. O secțiune transversală prin mașina considerată este prezentată în Fig. 2.3.

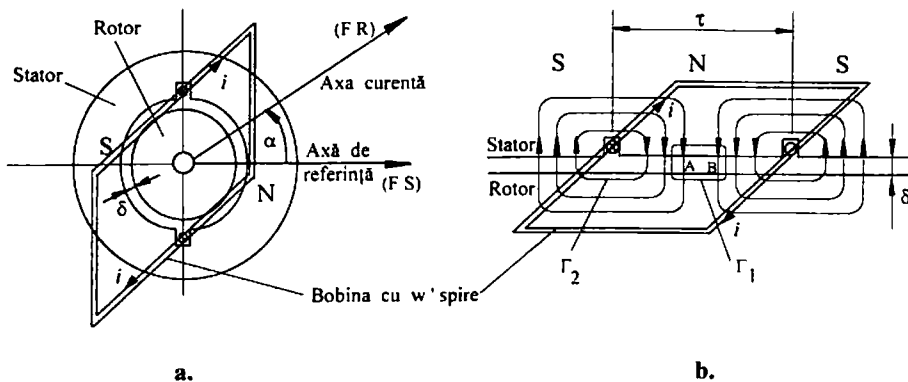


Fig. 2.3. Câmpul magnetic al celei mai simple înfășurări monofazăate: a - secțiune prin mașina reală; b - secțiune prin mașina desfășurată în plan.

Înfășurarea este parcursă de curentul alternativ  $i(t) = I\sqrt{2}\cos\omega t$ . Observând spectrul câmpului magnetic din Fig. 2.3, se constată că pe jumătate din circumferința mașinii, câmpul are un sens (dinspre stator spre rotor formând polul nord), iar pe cealaltă jumătate are sens invers (formând polul sud).

Se consideră că întrefierul mașinii este constant. În ipoteza  $\mu_{Fe} = \infty \Rightarrow H_{Fe} = 0$ , aplicăm legea circuitului magnetic pe curba închisă  $\Gamma_1$  din Fig. 2.3.b și găsim:

$$\oint_{\Gamma_1} \vec{H} \cdot d\vec{r} = \theta_{\Gamma_1} = 0 \Rightarrow H_A \cdot \delta_A - H_B \cdot \delta_B = 0 \Rightarrow H_A = H_B = H = \text{const.}$$

în care:  $H_A$  și  $H_B$  reprezintă câmpurile magnetice din întrefier în punctele A și B. Se constată că, pe o jumătate de circumferință (între două creștături consecutive), câmpul magnetic din întrefierul mașinii este constant. Determinarea valorii constante  $H$  a câmpului magnetic se face aplicând legea circuitului magnetic pe curba  $\Gamma_2$  din Fig. 2.3.b, care înconjoară creștătura:

$$\oint_{\Gamma_2} \vec{H} \cdot d\vec{r} = w i \Rightarrow H\delta + H\delta = w i \Rightarrow H = \frac{w i}{2\delta} = \frac{w I \sqrt{2} \cos \omega t}{2\delta}.$$

Repartiția spațială a câmpului magnetic este o undă dreptunghiulară (Fig. 2.4). Această undă se descompune în serie Fourier și se alege numai fundamentala care are expresia:

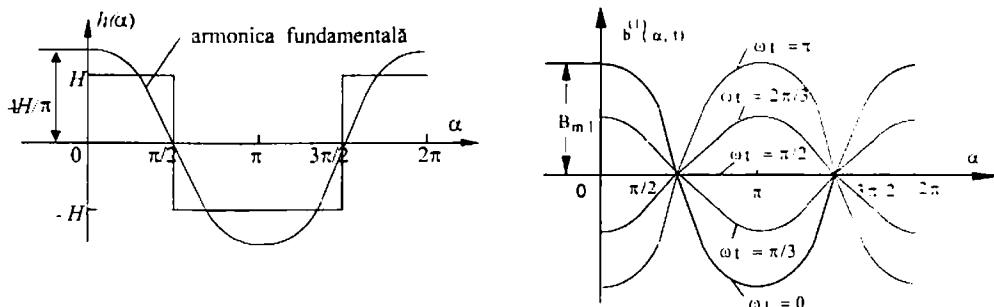


Fig. 2.4. Forma câmpului magnetic din întrefier și explicarea caracterului pulsatoriu al acestuia.

$$b(\alpha, t) = \mu_o h(\alpha, t) = \mu_o \cdot \frac{4H}{\pi} \cdot \cos \alpha = \mu_o \frac{2w\sqrt{2}I \cos \omega t}{\pi \cdot \delta} \cos \alpha = B_{m1} \cos \omega t \cos \alpha \quad (2.1)$$

Înfășurările mașinilor electrice se repartizează în mai multe creștături, așa încât inducția magnetică din întrefier nu va mai fi dreptunghiulară ci se va apropia de o sinusoidă. Inducția magnetică  $b(\alpha, t)$  dată de relația (2.1) este pulsatorie, fixă în spațiu, deoarece în anumite puncte la periferia rotorului variază sinusoidal în timp, cum se vede și din Fig. 2.4. Deci, o înfășurare monofazată parcursă de c.a. creează în întrefier un câmp magnetic pulsatoriu având expresia (2.1).

### Unghi electric

Dacă mașina nu are 2 poli ( $p = 1$ ) ci are 4 poli ( $p = 2$ ), ca în Fig. 2.5. atunci înfășurarea acesteia este formată din două bobine, egal distanțate la periferia statorului, parcurse de curent cum se arată în Fig. 2.5. Din spectrul liniilor de câmp se deduce că în întrefier, câmpul magnetic își schimbă semnul de patru ori, în funcție de coordonata spațială  $\alpha$ . În Fig. 2.6 se prezintă variația spațială a intensității câmpului magnetic  $h(\alpha, t)$  produsă de înfășurarea din Fig. 2.5.

Din Fig. 2.6 se vede că la o perioadă de rotație, corespunzătoare unui unghi geometric  $\alpha = 2\pi$ , corespund  $p = 2$  perioade ale câmpului magnetic, respectiv unghiul  $\theta = 2\pi p = p\alpha$ . Definim unghiul electric al mașinii mărimea  $\theta$ , dată de relația:

$$\theta = p\alpha \quad (2.2)$$

în care  $p$  reprezintă numărul de perechi de poli ai mașinii. În teoria mașinilor electrice, definirea valorilor instantanee ale câmpurilor magnetice, ale fluxurilor magnetice, ale tensiunilor electrice, ale curenților electrice etc., se face folosind unghiul electric. În schimb, viteza unghiulară, turația și celelalte mărimi mecanice se exprimă în valori instantanee, utilizând unghiul geometric. Repetând raționamentul demonstrației făcută pentru  $p = 1$ , se găsește, prin analogie, expresia fundamentalei inducției magnetice din întrefierul mașinii, deducându-se inclusiv amplitudinea acestuia:

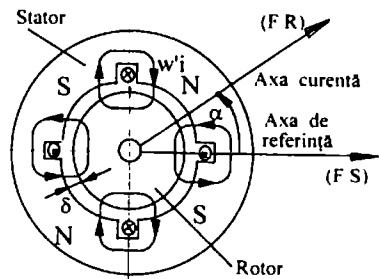


Fig. 2.5. Secțiune printr-o mașină tetrapolară.

$$b(\alpha, t) = B_{m1} \cos \omega t \cos p\alpha, \text{ în care } B_{m1} = \frac{2\sqrt{2} \cdot wI\mu_0}{\pi p\delta} \quad (2.3)$$

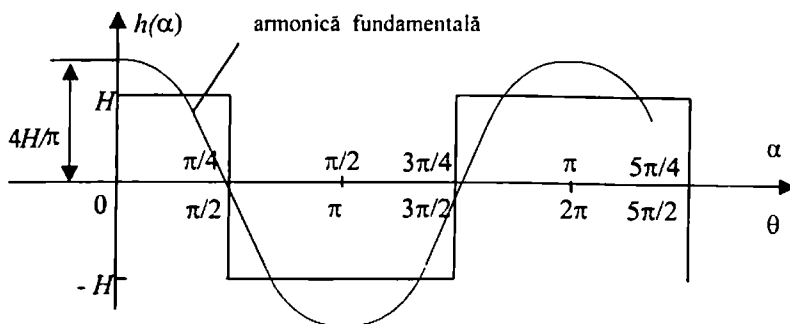


Fig. 2.6 Repartiția spațială a câmpului magnetic din întrefier produs de înfășurarea din Fig. 2.5.

### 2.3. PRODUCEREA CÂMPULUI MAGNETIC ÎNVÂRTITOR

Câmpul magnetic învârtitor poate fi produs pe cale electrică de o înfășurare polifazată simetrică (trifazată sau bifazată, în cele mai multe cazuri), fixă în spațiu și parcursă de un sistem polifazat simetric de curenți electrice alternativi. Câmpul magnetic învârtitor se poate produce și pe cale mecanică, prin învârtirea unei armături multipolare care creează un câmp magnetic fix față de armătura polară, dar învârtitor împreună cu armătura polară rotitoare.

#### a. Câmpul magnetic învârtitor produs de o înfășurare trifazată simetrică

Fie o înfășurare trifazată formată din trei înfășurări monofazate identice U, V, W, decalate spațial cu unghiul electric  $2\pi/3$  radiani. Presupunem că înfășurarea trifazată este alimentată de un sistem simetric de tensiuni, fiind parcursă de un sistem trifazat simetric de curenți, dați de relațiile:

$$i_U = I\sqrt{2}\cos\omega t, \quad i_V = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}), \quad i_W = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

Cele trei înfășurări monofazate parcurse de curenții sinusoidali  $i_U, i_V, i_W$  produc în întrefier trei câmpuri magnetice pulsatorii (armonică fundamentală) de inducții  $b_U, b_V, b_W$  care se suprapun și dau un câmp magnetic rezultat de inducție:

$$b(\alpha, t) = b_U(\alpha, t) + b_V(\alpha, t) + b_W(\alpha, t) = \\ = B_{m1} \left[ \cos \omega t \cos p\alpha + \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(p\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(p\alpha - \frac{4\pi}{3}\right) \right]$$

Se transformă produsele de cosinusuri în sume și se ține seama de relația trigonometrică evidentă:  $\cos(\omega t + p\alpha) + \cos(\omega t + p\alpha - 4\pi/3) + \cos(\omega t + p\alpha - 8\pi/3) = 0$ . După câteva calcule, se obține expresia fundamentalei inducției magnetice rezultante:

$$b(\alpha, t) = \frac{3}{2} B_{m1} \cos(\omega t - p\alpha) \quad (2.4)$$

Expresia (2.4) reprezintă un câmp magnetic învârtitor direct care se rotește în sensul creșterii unghiului spațial  $\alpha$ . Într-adevăr, considerând constant argumentul funcției (2.4),  $\omega t - p\alpha = \text{const.}$ , prin diferențiere se obține:  $\omega dt = p d\alpha$ , care se mai poate scrie:

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{d\alpha}{dt} \quad (2.5)$$

$\Omega$  fiind viteza unghiulară cu care se rotește câmpul magnetic învârtitor față de stator. Din relația (2.5) se deduce că viteza unghiulară a câmpului magnetic învârtitor este direct proporțională cu pulsația sistemului de curenți care-l creează și invers proporțională cu numărul de perechi de poli ai înfășurării prin care circulă curenții.

Turația câmpului magnetic învârtitor  $n$  (numită adesea *turație de sincronism*), exprimată în rotații pe secundă, se deduce din relația (2.5):

$$2\pi n = \frac{2\pi f}{p}, \Rightarrow n = \frac{f}{p} \quad (2.6)$$

În cazul în care turația  $n$  se exprimă în rotații pe secundă, iar frecvența curenților este 50 Hz, se deduce că  $n = 3000/p$  [rot/min]. Așadar, pentru frecvența de 50 Hz, șirul turațiilor de sincronism este următorul: 3000, 1500, 1000, 750, 600, 500, ... [rot/min]. Cu ajutorul motoarelor electrice de c.a. cu câmp magnetic învârtitor nu se pot obține turații mai mari de 3000 rot/min, dacă sunt alimentate la rețeaua de 50 Hz.

Sensul de rotație al câmpului magnetic învârtitor, care este și sensul de creștere al unghiului  $\alpha$ , se inversează dacă se schimbă între ele oricare două faze ale rețelei.

### **b. Câmpul magnetic învârtitor produs de o înfășurare bifazată simetrică**

O înfășurare bifazată simetrică este formată din două înfășurări monofazate identice A și B, decalate spațial la  $90^\circ$  electrice. Presupunem că înfășurarea bifazată este alimentată de un sistem bifazat de tensiuni, format din două tensiuni alternative de aceeași valoare efectivă și defazate în timp la  $90^\circ$  electrice. Fie  $i_A$  și  $i_B$  curenții care parcurg înfășurarea bifazată, curenți care formează, de asemenea, un sistem bifazat simetric, având expresiile:  $i_A = I\sqrt{2}\cos\omega t$ ,  $i_B = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \pi/2)$ .

Cele două înfășurări monofazate vor produce fiecare câte un câmp magnetic pulsatoriu. Fundamentalele celor două câmpuri pulsatorii se suprapun și dau, în întregul mașinii, un câmp magnetic rezultat de inducție magnetică  $b$ , dată de relația:

$$b(\alpha, t) = b_A(\alpha, t) + b_B(\alpha, t) = B_{m1} \cos \omega t \cos p\alpha + B_{m1} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \cos(p\alpha - \frac{\pi}{2}) = \frac{B_{m1}}{2} \cdot [\cos(\omega t - p\alpha) + \cos(\omega t + p\alpha) + \cos(\omega t - p\alpha) + \cos(\omega t - p\alpha - \pi)] = B_{m1} \cos(\omega t - p\alpha)$$

Se constată că expresia de mai sus este un câmp magnetic învârtitor.

### c. Câmpul magnetic învârtitor produs de o armătură rotitoare

Se consideră o mașină electrică rotativă având pe rotor patru poli aparenti pe care se află patru bobine alimentate în c.c. și care creează fiecare câte un câmp magnetic constant în timp și fix față de armătura rotitoare.

Fie  $B_0$  câmpul magnetic în axa polului rotorului (Fig. 2.7). Se notează cu FS o axă de referință solidară cu statorul și cu FR o altă axă de referință solidară cu rotorul, axă care coincide cu axa polului rotorului.

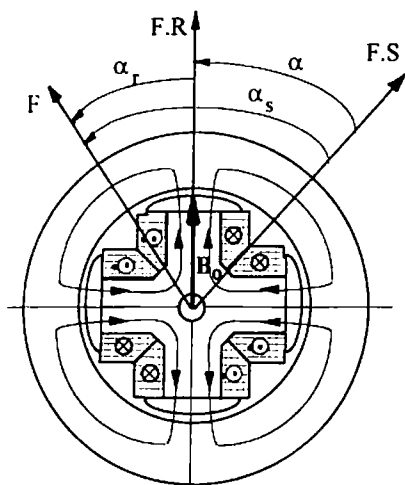


Fig. 2.7. Asupra obținerii câmpului învârtitor de natură mecanică.

Fie acum o axă curentă F, poziționată de unghiul  $\alpha_s$  în sistemul FS și de unghiul  $\alpha_r$  în sistemul FR. Rotorul mașinii se rotește cu viteza unghiulară constantă  $\Omega$ , astfel încât axa FR este poziționată față de axa FS de unghiul uniform crescător  $\alpha = \Omega t$ . În sistemul de referință FR, câmpul magnetic are amplitudinea  $B_0$  în axa polului și este nul în axa interpolară, încât putem presupune că variază cosinusoidal cu  $\alpha_r$ .

Deci, în sistemul de referință FR avem  $b_r(\alpha_r) = B_0 \cos p\alpha_r$ , care este un câmp magnetic fix. Considerând notațiile din Fig. 2.7, putem scrie relația:  $\alpha_s = \alpha_r + \alpha = \alpha_r + \Omega t$ , din care rezultă  $\alpha_r = \alpha_s - \Omega t$ . În sistemul FS, fix față de stator, inducția magnetică se poate scrie sub următoarea formă:

$$b_s(\alpha_s) = B_0 \cos p(\alpha_s - \Omega t) = B_0 \cos(p\alpha_s - \omega t) \quad (2.7)$$

Acesta este un câmp magnetic învârtitor direct, în sistemul de referință FS, care se rotește cu viteza unghiulară  $\Omega$ , față de statorul fix. Așadar, armătura rotitoare din Fig. 2.7 produce un câmp magnetic învârtitor de natură mecanică.

## 2.4. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE MAȘINII ASINCRONE

Mașina asincronă este alcătuită din două părți: statorul și rotorul separate de întrefier. *Statorul*, având și rolul de inductor, este partea fixă care cuprinde, în principal, carcasa, miezul feromagnetic statoric, înfășurarea statorică și scuturile laterale. *Rotorul* sau indusul, este partea mobilă compusă din miezul magnetic rotorului cu înfășurarea rotorică (bobinată sau în colivie), axul și lagărele. În continuare, se vor face câteva precizări în legătură cu părțile constructive amintite mai sus.

*Carcasa* mașinii se execută prin turnare sau prin sudare și este confecționată din aluminiu, fontă sau din tablă ondulată din oțel. Carcasa este prevăzută cu nervuri

longitudinale de răcire, tălpi de fixare, inel de ridicare, scuturi laterale, cutie de borne, plăcuță indicatoare etc. Carcasa susține miezul statoric împreună cu înfășurarea statorică și dă posibilitatea de centrare a rotorului față de stator, asigurând un întrefier uniform.

*Miezul magnetic statoric* este realizat din tole de oțel electrotehnic, laminate la cald sau la rece, izolate și crestate spre întrefier. *Înfășurarea trifazată statorică*, dispusă în crestăturile statorice, este formată din trei înfășurări monofazate identice, decalate spațial la  $120^\circ$  electrice.

*Înfășurarea rotorică* poate fi trifazată (la motoarele cu rotorul bobinat) sau în colivie (la motoarele cu rotorul în scurtcircuit). Dacă rotorul este bobinat (sau cu inele colectoare), înfășurarea rotorică este trifazată, conectată în stea. Pe inele freacă un sistem format din trei perii (contacte alunecătoare) prin care se conectează, în circuitul rotoric, un reostat de pornire  $R_p$ , reglabil continuu (folosind de exemplu, un contactor static) sau reglabil în trepte (folosind contactoare de scurtcircuitare).

În cazul motorului asincron trifazat *cu rotorul în scurtcircuit*, înfășurarea rotorică este o colivie, formată din bare așezate în crestături și scurtcircuitate la capete de două inele metalice frontale (Fig. 2.8). Denumirea de "colivie" provine de la faptul că această înfășurare seamănă cu o colivie de veveriță, dacă ar fi detașată de armătura rotorică.

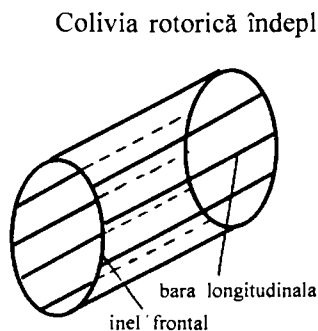


Fig. 2.8. Înfășurare în colivie.

Colivia rotorică îndeplinește întotdeauna rolul unei înfășurări induse, iar numărul de poli al acesteia este impus automat de numărul de poli al înfășurării inductoare. Colivia rotorică poate fi *colivie simplă* (barele coliviei au, de cele mai multe ori, secțiunea rotundă), *colivie cu bare înalte* (barele coliviei au secțiunea dreptunghiulară cu înălțimea mult mai mare decât lățimea) și *dublă colivie* (într-o crestătură sunt două bare: una rotundă, situată spre întrefier, numită colivie de pornire și alta dreptunghiulară, situată la baza crestăturii, numită colivie de lucru). Majoritatea coliviilor rotorice se fac din aliaje de aluminiu și se execută prin turnare.

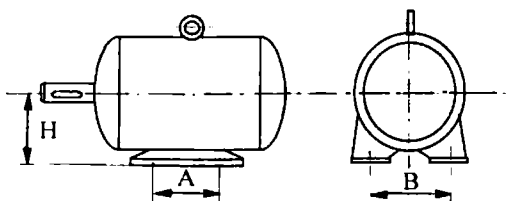


Fig. 2.9. Dimensiuni de gabarit.

În Fig. 2.9, se arată unele dintre dimensiunile standardizate ale mașinii asincrone (cotele A, B, H) pentru a se asigura interschimbabilitatea acestora atunci când sunt fabricate de diferite firme. Cota H, exprimată în mm, indică *gabaritul* mașinii. De exemplu, dacă valoarea cotei H este 132 mm, se spune că mașina are gabaritul 132.

## 2.5. DOMENII DE UTILIZARE, DATE NOMINALE, SIMBOLIZARE

### 2.5.1. DOMENII DE UTILIZARE

Mașinile asincrone se utilizează, în majoritatea cazurilor, în regim de motor și formează cea mai mare categorie de consumatori de energie electrică din sistemul energetic. Ele sunt utilizate în diverse domenii de activitate (mașini unelte, pompe, compresoare, macarale electrice, poduri rulante, tracțiune electrică de c.a. etc.).

Pagină lipsă

Pagină lipsă



Se definește *alunecarea*  $s$  a motorului, viteza relativă a rotorului raportată la viteza câmpului învârtitor, conform relației:

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \quad (2.8)$$

în care:  $n_1$  este turația de *sincronism* (a câmpului magnetic învârtitor), iar  $n_2$  este turația rotorului. Alunecarea nominală  $s_n$  are valori funcție de puterea nominală a motorului în funcție de  $s_n \in (0,01 \dots 0,1)$ , valorile mari corespunzând puterilor mici. De exemplu, un motor cu puterea nominală  $P_n = 500$  W are alunecarea nominală  $s_n \cong 0,09$ , iar unul de 1000 kW are  $s_n \cong 0,015$ . Încărcarea motorului de la gol la sarcină nominală corespunde creșterii alunecării de la  $s_0$  la  $s_n$ ,  $s_0$  fiind alunecarea de mers în gol (mult mai mică decât  $s_n$ ).

Pentru  $s = 1$ , rotorul este fix (la pornire, de exemplu), iar pentru  $s = 0$ , rotorul este sincron cu câmpul învârtitor (mersul în gol ideal, fără pierderi). Deci, pentru  $s \in (0 \dots 1)$ , mașina asincronă funcționează în regim de motor.

Să revenim asupra câmpului învârtitor. Rotorul parcurs de sistemul de curenți de reacție va crea și el un câmp învârtitor de natură electrică numit *câmp de reacție* care va fi sincron cu câmpul învârtitor de excitație pentru orice valoare a alunecării  $s$ . Într-adevăr, curentul de reacție are aceeași frecvență curenților rotorici este:

$$f_2 = p(n_1 - n_2) = p s n_1 = s f_1 \quad (2.9)$$

turația câmpului învârtitor de reacție va fi față de rotor  $f_2/p = s n_1 = n_1 - n_2$ , și față de stator  $n_2 + (n_1 - n_2) = n_1$ . Cele două câmpuri învârtitoare sincrone, de excitație și de reacție, se compun într-un câmp magnetic învârtitor rezultat. Faptul că, la orice alunecare  $s$ , câmpurile de excitație și de reacție sunt sincrone, face ca mașina să aibă cuplul electromagnetic mediu nenul. Mașina se numește asincronă deoarece între rotor și câmpul magnetic învârtitor rezultat există întotdeauna o alunecare  $s$ .

## 2.7. REGIMURILE ENERGETICE ALE MAȘINII ASINCRONE

Mașina asincronă poate funcționa în regim de motor, de generator sau de frână.

### 2.7.1. REGIMUL DE MOTOR

Regimul de motor al mașinii asincrone a fost prezentat în paragraful anterior și corespunde situației în care alunecarea  $s \in (0,1)$ . Regimul în care  $s = 0$ , se numește regim de mers în gol ideal (fără pierderi de energie), iar regimul în care  $s = 1$  este numit regim de scurtcircuit sau regim de pornire, în care rotorul este blocat.

### 2.7.2. REGIMUL DE GENERATOR

Presupunem că mașina funcționează în regim de motor asincron, cuplată la o rețea de putere infinită. Să presupunem că antrenăm din exterior rotorul mașinii asincrone cu o mașină primară, la o turație suprasincronă  $n_2 > n_1$ . Alunecarea  $s$  a mașinii devine negativă.

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} < 0, \text{ deoarece } n_2 > n_1$$

În această situație, cuplul electromagnetic al mașinii își schimbă sensul și din cuplu activ, cum era în regim de motor, devine rezistent. Regimul energetic în care mașina are alunecare negativă și cuplul electromagnetic este rezistent se numește regim

de generator asincron. În regim de generator, mașina absoarbe putere activă pe la arbore de la motorul de antrenare și o debitează pe la bornele statorice unei rețele electrice.

Puterea reactivă, necesară magnetizării mașinii în regim de generator, se absoarbe de la rețeaua la care este cuplată, conferind mașinii caracter inductiv. Acesta constituie un serios dezavantaj al generatorului asincron (în comparație cu cel sincron) și anume acela de a consuma putere reactivă din rețea, adică de a scădea factorul de putere al rețelei.

Generatorul asincron se întâlnește la microhidrocentrale fără lac de acumulare la care turația turbinei variază în limite mari, sau la centrale eoliene. În aceste cazuri, sunt necesare baterii de condensatoare puternice pentru a produce energia reactivă necesară.

### 2.7.3. REGIMUL DE FRÂNĂ

În regim de frână, mașina asincronă poate ajunge pornind, de exemplu, de la regimul de motor. Fie o mașină asincronă funcționând în regim de motor, care ridică o greutate  $G$  cu ajutorul unui scripete. La un moment dat, greutatea se mărește brusc, astfel că motorul nu o mai poate ridica și aceasta începe să coboare frânat. Mașina intră în regim de frână, caz în care alunecarea  $s$  devine supraunitară

$$s = \frac{n_1 - (-n_2)}{n_1} = 1 + \frac{n_2}{n_1} > 1$$

În regim de frână rotorul se rotește în sens invers câmpului învârtitor, alunecarea  $s$  este supraunitară, iar cuplul  $M$  este antagonist. Mașina absoarbe energie mecanică pe la arbore (provenită din energia gravitațională a greutății  $G$ ) și energie electrică pe la borne (provenită de la rețeaua la care este cuplată mașina - greutatea  $G$  fiind frânată), ambele energii absorbite transformându-se în căldură în circuitul rotoric al mașinii. De aceea, practic, numai motorul cu rotorul bobinat poate funcționa în regim de frână, deoarece în timpul frânării se cuplează în circuitul rotoric un reostat de frânare pe care se disipează căldura rotorică.

În Fig. 2.12 se prezintă, sugestiv, regimurile de funcționare ale mașinii asincrone, în raport cu valoarea alunecării acesteia.

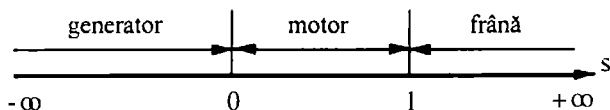


Fig. 2.12. Regimurile de funcționare ale mașinii asincrone.

În orice regim de funcționare (motor, generator sau frână), mașina asincronă are factor de putere inductiv, deci ea absoarbe întotdeauna putere reactivă de la rețea.

## 2.8. SCHEMA ECHIVALENTĂ, ECUAȚIILE DE FUNCȚIONARE ȘI DIAGRAMA DE FAZORI ALE MAȘINII ASINCRONE

Se vor deduce ecuațiile de funcționare ale mașinii asincrone precum și schema ei echivalentă, folosind teoria transformatorului electric care a fost expusă în capitolul 1. Ne vom referi la mașina asincronă cu rotorul bobinat.

### 2.8.1. ANALOGIA CU TRANSFORMATORUL ELECTRIC

a. Să considerăm, pentru început, mașina asincronă cu statorul trifazat cuplat la rețeaua de alimentare și cu înfășurarea rotorică deschisă (cele trei borne rotorice libere). Curenții rotorici sunt nuli, cuplul electromagnetic este de asemenea nul, rotorul este deci

în repaus. Înfășurarea statorică va crea un câmp magnetic învârtitor de excitație care induce în rotor t.e.m. de mișcare, de aceeași frecvență cu aceea a tensiunii de alimentare.

Dacă se variază tensiunea de fază statorică  $u_1 = U_1 \sqrt{2} \sin \omega t$ , atunci proporțional va varia și t.e.m. de fază indusă în rotor, valoarea tensiunii rotorice depinzând de raportul de transformare  $k_T$  al motorului asincron (raportul numerelor de spire pe fază, amplificate cu factorii de înfășurare), încât putem scrie în valori efective:

$$U_{20} = \frac{U_1}{k_T}, \quad k_T = \frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}} \quad (2.10)$$

Relația (2.10) este analoagă cu aceea a transformatorului electric. Așadar, motorul asincron cu rotorul deschis poate fi considerat un "transformator" cu următoarele precizări: t.e.m. induse în "secundar" (rotor) au natura unor *tensiuni de mișcare* nu de transformare și între "primar" și "secundar" există un întrefier net, cu consecințe negative asupra măririi curentului de mers în gol al motorului asincron.

**b.** Să considerăm acum înfășurarea rotorică închisă. În această situație în rotor vor lua naștere curenți de valoare efectivă  $I_2$  care vor da un cuplu electromagnetic  $M$  ce va pune rotorul în mișcare, acesta alunecând față de câmpul învârtitor rezultat cu alunecarea  $s$ . T.e.m. indusă pe faza rotorică va avea valoarea efectivă proporțională cu alunecarea  $s$ :  $E_{2s} = s E_2$ ,  $E_{2s}$  este valoarea efectivă a t.e.m. rotorice de fază indusă la alunecarea  $s$  a rotorului, iar  $E_2$  este valoarea efectivă a t.e.m. rotorice definită la frecvența  $f_1$  a rețelei de alimentare, ca și la transformator:

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 w_2 k_{w2} \Phi_m$$

Se notează cu  $R_2$  rezistența pe faza rotorică și cu  $L_{\sigma 2}$  inductivitatea de dispersie rotorică pe fază. Curentul secundar se determină considerând rotorul un circuit  $R$ - $L$  serie:

$$I_2 = \frac{E_{2s}}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi f_2 L_{\sigma 2})^2}} = \frac{s E_2}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi s f_1 L_{\sigma 2})^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + (2\pi f_1 L_{\sigma 2})^2}} \quad (2.11)$$

În relația (2.11), termenul  $2\pi f_1 L_{\sigma 2} = \omega_1 L_{\sigma 2} = X_{\sigma 2}$  reprezintă reactanța de dispersie a rotorului, raportată la frecvența statorului. Prin urmare, în sarcină, mașina se comportă în funcționare la fel ca în repaus, deci ca un "transformator", având însă rezistența totală  $R_2/s$  în circuitul rotoric. Această rezistență se mai poate scrie astfel:

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + \frac{1-s}{s} \cdot R_2 = R_2 + R_s \quad (2.12)$$

din care rezultă că sarcina mașinii produsă de cuplul rezistent la ax și de cuplul de frecări poate fi echivalată cu o "rezistență de sarcină"  $R_s = R_2(1 - s)/s$ . Se precizează că reactanțele de dispersie pe faza statorică și rotorică,  $X_{\sigma 1}$  și, respectiv,  $X_{\sigma 2}$  sunt definite la frecvența  $f_1$  a rețelei de alimentare a motorului.

## 2.8.2. SCHEMELE ECHIVALENTE ALE MOTORULUI ASINCRON

Schema echivalentă a motorului asincron, dedusă conform interpretării date în paragraful anterior, este analoagă cu aceea a transformatorului și se desenează în Fig. 2.13. Ca și la transformator,  $R_w$  este rezistența echivalentă pierderilor în fierul

statoric al mașinii și  $X_\mu$  este reactanța de magnetizare a acesteia, raportată la frecvența  $f_1$ . Raportarea mărimilor rotorice la stator se face cu relațiile de la transformator în care raportul numerelor de spire  $w_1/w_2$ , se înlocuiește cu raportul  $w_1 k_{w1}/w_2 k_{w2}$ .

Se constată că, dacă rotorul mașinii este calat (blocat), atunci  $s = 1$ , rezistența de sarcină este nulă și schema echivalentă a motorului coincide cu aceea a unui transformator în scurtcircuit. De aceea, regimul motorului asincron, în care rotorul este blocat, se mai numește *regim de scurtcircuit al motorului*.

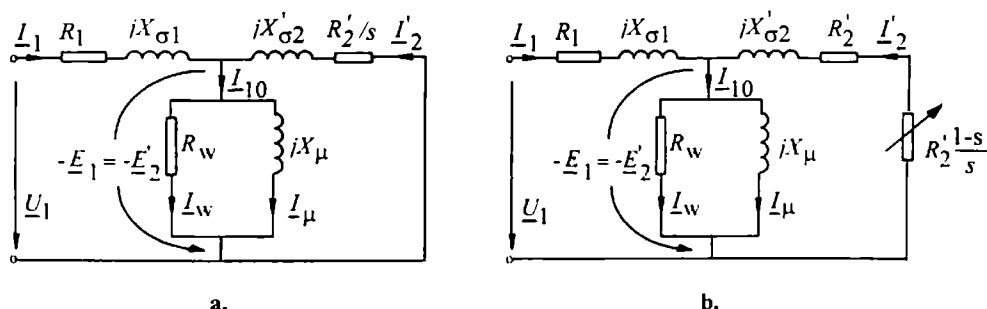


Fig. 2.13. Schema echivalentă în T a motorului asincron: a - fără evidențierea rezistenței de "sarcină"; b - cu evidențierea rezistenței de "sarcină"

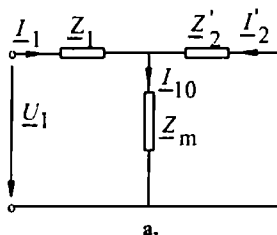


Fig. 2.14. Schema echivalentă cu impedențe.

Schema în T cu impedențe a motorului se indică în Fig. 2.14 în care s-au făcut notațiile:  $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{\sigma 1}$ ,  $\underline{Z}_2' = R_2'/s + jX_{\sigma 2}'$ ,  $\underline{Z}_m = jR_w X_\mu / (R_w + jX_\mu)$ .

### 2.8.3. ECUAȚIILE DE FUNCȚIONARE ÎN REGIM PERMANENT

Ecuatiile motorului în regim permanent se deduc din schema echivalentă a acestuia prezentată în Fig. 2.13, prin aplicarea teoremelor lui Kirchhoff, în complex:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{\sigma 1} \underline{I}_1 - \underline{E}_1; \quad 0 = \frac{R_2'}{s} \underline{I}_2' + jX_{\sigma 2}' \underline{I}_2' - \underline{E}_2'; \quad \underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_0 = \underline{I}_w + \underline{I}_\mu \quad (2.13)$$

în care cu  $\underline{E}_1$  și  $\underline{E}_2'$  s-au notat t.e.m. induse pe fazele statorică și rotorică, având expresiile:  $\underline{E}_1 = \underline{E}_2' = -j\omega_1 w_1 k_{w1} \frac{\Phi_m}{\sqrt{2}}$ , fiind în concordanță cu relațiile transformatorului.

#### Precizări privind raportarea mărimilor rotorice la stator

Ca și în cazul transformatoarelor electrice, pentru a se compara între ele mărimile electrice statorice și rotorice, este necesară operația de raportare. De obicei, se raportează mărimile rotorice la stator. Se notează cu  $m_1$  și  $m_2$  numărul de faze ale statorului și

rotorului și cu  $k_{w1}$ ,  $k_{w2}$  factorii de înfășurare ai celor două înfășurări. Pentru ca rotorul real să fie echivalent cu rotorul raportat, trebuie îndeplinite, ca și la transformator, următoarele condiții:

a. solenațiile să fie egale:

$$m_2 w_2 k_{w2} I_2 = m_1 w_1 k_{w1} I_2' \Rightarrow I_2' = I_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{w_2 k_{w2}}{w_1 k_{w1}}$$

b. puterile active în rotorul real și în cel raportat să fie egale:

$$m_2 R_2 I_2^2 = m_1 R_2' I_2'^2 \Rightarrow R_2' = R_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \left( \frac{I_2}{I_2'} \right)^2 = R_2 \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \left( \frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}} \right)^2$$

c. constantele de timp să fie egale:

$$\frac{X_{\sigma 2}}{R_2} = \frac{X_{\sigma 2}'}{R_2'} \Rightarrow X_{\sigma 2}' = X_{\sigma 2} \cdot \frac{R_2'}{R_2} = X_{\sigma 2} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \left( \frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}} \right)^2$$

În cazul mașinii asincrone cu rotorul bobinat,  $m_1 = m_2 = 3$ . Dacă mașina are rotorul în colivie,  $m_1 = 3$ ,  $m_2 = Z_2$  și  $w_2 k_{w2} = 1/2$ , în care  $Z_2$  reprezintă numărul de bare ale coliviei.

#### 2.8.4. DIAGRAMA DE FAZORI A MOTORULUI ASINCRON

Diagrama de fazori a motorului asincron se desenează pornind de la ecuațiile de funcționare în regim permanent (2.13), considerând cunoscute următoarele mărimi: curentul rotoric  $\underline{I}_2'$ , alunecarea  $s$ , componentele curentului de mers în gol  $\underline{I}_w$  și  $\underline{I}_\mu$ , precum și parametrii motorului  $R_1$ ,  $R_2'$ ,  $X_{\sigma 1}$ ,  $X_{\sigma 2}'$ . Se construiește fazorul  $R_2' \underline{I}_2' / s$  și în cuadratură cu acesta, se construiește  $jX_{\sigma 2}' \underline{I}_2'$ , determinându-se fazorul  $-\underline{E}_2' = -\underline{E}_1$  prin unirea vârfului fazorului  $jX_{\sigma 2}' \underline{I}_2'$  cu originea fazorului  $R_2' \underline{I}_2' / s$ . În cuadratură cu fazorul  $-\underline{E}_2'$  și defazat în urmă față de el, se construiește fazorul  $\underline{\Phi}_m$ , iar în fază cu  $-\underline{E}_2'$  se construiește  $-\underline{E}_1$ . În fază cu  $\underline{\Phi}_m$  se construiește  $\underline{I}_\mu$  și perpendicular pe  $\underline{I}_\mu$  se trasează  $\underline{I}_w$ , rezultând apoi fazorul  $\underline{I}_1$ . În fine, potrivit cu prima relație (2.13), la fazorul  $-\underline{E}_1$  se adaugă fazorii  $R_1 \underline{I}_1$  și  $jX_{\sigma 1} \underline{I}_1$ ; fazorul care închide acest contur poligonal fiind fazorul tensiunii primare  $\underline{U}_1$ .

În Fig. 2.15, se prezintă diagrama de fazori a motorului asincron, cifrele înscrise pe fazor semnificând ordinea de construcție a diagramei. Din diagrama de fazori rezultă și defazajele dintre diferitele mărimi. În Fig. 2.15, s-a notat cu  $\varphi_1$  defazajul dintre tensiunea aplicată înfășurării statorice și curentul care o parcurge. În acest fel, se poate determina grafic factorul de putere al motorului, la o anumită sarcină dată.

#### 2.9. BILANȚUL DE PUTERI AL MOTORULUI ASINCRON

Motorul asincron absoarbe de la rețeaua la care este conectat putere activă și putere reactivă. Puterea activă servește la acoperirea pierderilor din motor (materializate sub formă de căldură) și la asigurarea unei puteri mecanice la arborele mașinii, iar puterea reactivă servește la crearea câpurilor magnetice utile și de dispersie.

### 2.9.1. BILANȚUL DE PUTERI ACTIVE

Puterea pierdută în "rezistența de sarcină"  $R_s$  este chiar puterea mecanică totală  $P_M$  a motorului compusă din puterea utilă  $P_2$ , furnizată de motor la arbore și din pierderile mecanice de frecare și ventilație  $P_m$ , produse în motor, încât putem scrie :

$$P_M = P_2 + P_m = 3 \cdot \frac{1-s}{s} \cdot R_2' I_2'^2 = \frac{1-s}{s} \cdot P_{J2} \quad (2.14)$$

$$\text{unde } P_{J2} = 3 R_2' I_2'^2$$

$P_{J2}$  fiind pierderile Joule din înfășurarea rotorică.

Definim *puterea electromagnetică*  $P$  a motorului asincron, puterea activă la nivelul întrefierului care trece din stator în rotor prin câmp electromagnetic:

$$P = M \Omega_1 \quad (2.15)$$

Cu ajutorul relației (2.15) se definește și *cuplul electromagnetic*  $M$  al motorului (la nivelul întrefierului). Din puterea electromagnetică  $P$  care trece din stator în rotor, o mică parte  $P_{J2}$  se pierde sub formă de pierderi Joule în înfășurarea rotorică și restul este puterea mecanică  $P_M$ , astfel încât putem scrie relațiile:

$$P = P_{J2} + P_M = P_{J2} + P_m + P_2 \quad (2.16)$$

Pe de altă parte, puterea activă absorbită de motor de la rețeaua de alimentare este  $P_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos \phi_1$  și se împarte în trei părți: o mică parte  $P_{J1}$  se pierde sub formă de pierderi Joule în înfășurarea statorică, o altă mică parte  $P_{Fe}$  se pierde în fierul statoric și cea mai mare parte  $P$  se transmite prin întrefier rotorului sub formă de putere electromagnetică, încât avem:

$$P_1 = P_{J1} + P_{Fe} + P = P_{J1} + P_{Fe} + P_{J2} + P_m + P_2 \quad (2.17)$$

Relația (2.17) reprezintă ecuația de bilanț al puterilor active ale motorului asincron. În Fig. 2.16, se prezintă diagrama de bilanț a acestor puteri.

Pierderile în fier care apar în diagrama din Fig. 2.16 sunt acelea care se produc în armătura feromagnetică statorică. Pierderile în miezul feromagnetic rotoric sunt neglijabile în raport cu cele din miezul statoric, deoarece depind de pătratul frecvenței rotorice de magnetizare, frecvență care la funcționarea normală a motoarelor nu poate depăși valoarea de 2 ... 3 Hz.

Pierderile mecanice de frecare și ventilație  $P_m$  se produc în lagărele mașinii, în sistemul perii - inele colectoare (în cazul mașinilor cu rotorul bobinat), precum și datorită ventilatorului, care asigură circulația aerului de răcire.

Conform relațiilor (2.14) și (2.16), putem deduce *două relații energetice de bază* ale motorului asincron:

$$P = P_{J2} + \frac{1-s}{s} \cdot P_{J2} = \frac{P_{J2}}{s}, \Rightarrow P_{J2} = sP, P_M = (1-s)P \quad (2.18)$$

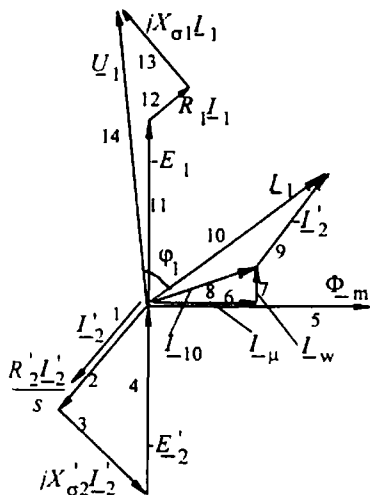


Fig. 2.15. Diagrama de faze a motorului asincron.

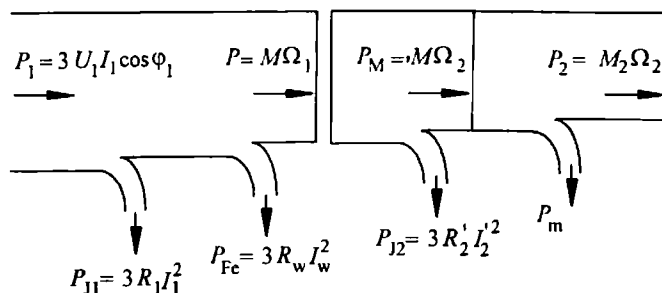


Fig. 2.16. Bilanțul puterilor active la motorul asincron.

Așadar, pierderile în înfășurările rotorice sunt proporționale cu alunecarea  $s$  a motorului asincron. Cu cât alunecarea este mai mare, cu atât rotorul se încălzește mai puternic. Puterea mecanică a motorului asincron, se mai poate pune sub forma:

$$P_M = (1-s)M\Omega_1 = \left(1 - \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1}\right) M\Omega_1 = M\Omega_2 \quad (2.19)$$

## 2.9.2. BILANȚUL DE PUTERI REACTIVE

Puterea reactivă absorbită de motorul asincron de la rețea este dată de relația:  $Q_1 = 3U_1 I_1 \sin \varphi_1$ . Bilanțul puterilor reactive se obține pe baza schemei echivalente a motorului, rezultând ecuația:

$$Q_1 = 3X_{\sigma 1} I_1^2 + 3X_{\mu} I_{\mu}^2 + 3X'_{\sigma 2} I_2'^2 = Q_{\sigma 1} + Q_{\mu} + Q_{\sigma 2}$$

unde:  $Q_{\sigma 1}$  și  $Q_{\sigma 2}$  sunt puterile reactive necesare producerii câmpului magnetic de dispersie al înfășurării statorice, respectiv rotorice, iar  $Q_{\mu}$  este puterea reactivă necesară creării câmpului magnetic util, deci a câmpului învârtitor care produce fluxul util al mașinii. Puterile  $Q_{\sigma 1}$  și  $Q_{\sigma 2}$  sunt variabile cu sarcina motorului și pentru sarcina nominală, nu depășesc 10 - 15 % din valoarea lui  $Q_1$ , în timp ce  $Q_{\mu}$ , care asigură starea de magnetizare a circuitului magnetic, este practic constantă de la gol la sarcină nominală. Deci, valoarea puterii reactive  $Q_1$  variază puțin de la gol la sarcină nominală. De aceea, această putere poate fi compensată local cu condensatoare pentru a nu mai încărca rețeaua electrică cu curent reactiv, curent care se manifestă prin căderi de tensiune și pierderi Joule suplimentare.

## 2.10. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAȘINII ASINCRONE

Regimul permanent de funcționare al mașinii asincrone se definește ca fiind acel regim în care mărimile caracteristice sunt constante în timp (turația, cuplul, puterile active, reactive, aparente) sau variază periodic (curenți, tensiuni, puteri instantanee). În acest paragraf se va determina expresia cuplului electromagnetic în regim permanent.

### 2.10.1. EXPRESIA CUPLULUI ELECTROMAGNETIC

Cuplul electromagnetic al mașinii asincrone poate fi exprimat în funcție de puterea electromagnetică  $P$ :

$$M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{P_{j2}}{s\Omega_1} = \frac{3R_2' I_2'^2}{s\Omega_1} \quad (2.20)$$

În regim de motor, corespunzător puterii nominale  $P_n$ , se poate determina cuplul nominal cu relația evidentă:  $M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} [Nm]$ , ( $P_n$  în  $[W]$  și  $n_n$  în  $[rot/sec]$ ).

Turația nominală se calculează, în funcție de alunecarea nominală astfel:

$$n_n = n_1 (1 - s_n) \quad (2.21)$$

$s_n$  fiind alunecarea nominală a motorului, corespunzătoare puterii nominale  $P_n$  a acestuia.

### 2.10.2. CARACTERISTICA $M = f(s)$ A MAȘINII ASINCRONE

Caracteristica  $M = f(s)$  a unui motor asincron, reprezintă dependența dintre cuplul electromagnetic și alunecare, pentru  $U_1 = U_{1n} = \text{const.}$  și  $f = \text{const.}$  Cuplul se exprimă cu relația (2.20), în care curentul  $\underline{I}_2'$  se determină din schema echivalentă a motorului din Fig. 2.14 și are expresia obținută cu regula divizorului de curent:

$$\underline{I}_2' = -\underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_2'} = -\frac{\underline{U}_{1f}}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_m \underline{Z}_2'}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_2'}} \cdot \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_2'} = -\frac{\underline{U}_{1f}}{\underline{Z}_1 + c \underline{Z}_2'} \quad (2.22)$$

în care  $\underline{U}_{1f}$  este tensiunea de fază a motorului,  $c$  este o constantă complexă, definită de relația:

$$c = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_m} \cong 1 + \frac{X_{\sigma 1}}{X_{\mu}} = c \quad (2.23)$$

constantă care se poate aproxima cu un număr real din intervalul (1,02 ... 1,08), în funcție de puterea nominală a motorului. Valorile superioare ale lui  $c$  corespund motoarelor de puteri mici, în timp ce valorile inferioare, corespund motoarelor de puteri mari.

Se determină modulul curentului complex  $\underline{I}_2'$  din relația (2.22), se introduce în relația (2.20) și, după efectuarea calculelor, se obține expresia:

$$M = \frac{3R_2' U_{1f}^2}{s \Omega_1 \left[ \left( R_1 + \frac{cR_2'}{s} \right)^2 + (X_{\sigma 1} + cX_{\sigma 2}')^2 \right]} \quad (2.24)$$

Adesea, în relația (2.24), se consideră  $c = 1$ . Pentru  $s = 1$ , se poate determina cuplul de pornire  $M_p$  al motorului.

Cuplul  $M$  este proporțional cu pătratul tensiunii de fază  $U_{1f}$ . Dacă se reprezintă grafic funcția  $M = f(s)$  dată de relația (2.24), se obține graficul din Fig. 2.17.

Alunecarea critică  $s_m$ , corespunzătoare cuplului maxim  $M_m$ , se deduce rezolvând ecuația  $\partial M / \partial s = 0$ , care are soluția:

$$s_m = \pm \frac{cR_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + cX_{\sigma 2}')^2}} \quad (2.25)$$

Pentru regimul de motor se consideră  $s_m > 0$  și pentru regimul de generator se consideră  $s_m < 0$ . Cuplurile maxime, corespunzătoare celor două alunecări, se obțin din relația (2.24), în care se introduc pe rând  $+s_m$ , respectiv  $-s_m$ .



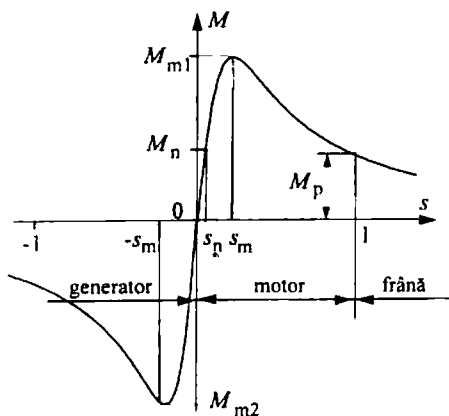


Fig. 2.17. Caracteristica  $M = f(s)$  a motorului asincron.

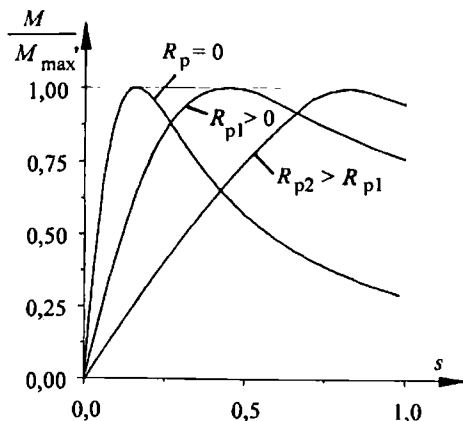


Fig. 2.18. Familia de caracteristici  $M = f(s)$  a motorului asincron.

Cele două maxime  $M_{m1}$ , pentru  $s_m > 0$ , corespund regimului de motor și  $M_{m2}$ , pentru  $s_m < 0$ , corespund regimului de generator, au expresiile:

$$M_{m1} = M(s_m) = \frac{3U_{1f}^2}{2c\Omega_1 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + cX'_{\sigma 2})^2}]}; \quad (2.26)$$

$$M_{m2} = M(-s_m) = \frac{-3U_{1f}^2}{2c\Omega_1 [\sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + cX'_{\sigma 2})^2} - R_1]}$$

Cuplul maxim  $M_{m2}$ , la funcționarea ca generator are valoare absolută mai mare decât cuplul maxim  $M_{m1}$ , la funcționarea ca motor. În ipoteza neglijării rezistenței statorice  $R_1$ , din relațiile (2.25) și (2.26), se deduc următoarele relații de proporționalitate:

$$s_m = \text{const.} \cdot \frac{R'_2}{f_1}, \quad M_m = \text{const.} \cdot \left( \frac{U_{1f}}{f_1} \right)^2 \quad (2.27)$$

din care rezultă că alunecarea critică  $s_m$  este proporțională cu rezistența  $R'_2$ , în timp ce cuplul maxim  $M_m$  este independent de  $R'_2$ . Având în vedere aceste concluzii, familia de caracteristici  $M = f(s)$  pentru valori diferite ale rezistenței  $R'_2$  arată ca în Fig. 2.18. Cu  $R_{p1}$  și  $R_{p2}$  s-au notat două valori ale rezistenței reostatului de pornire al motorului.

Motoarele cu rotorul bobinat au, în general,  $M_p < M_n$ ; mărirea lui  $M_p$  se face prin introducerea unui reostat de pornire în serie cu înfășurarea rotorică. Motoarele cu rotorul în colivie au întotdeauna  $M_p > M_n$ .

### 2.10.3. FORMULA LUI KLOSS

Sunt cazuri când folosirea relației (2.24) este inoperantă, deoarece nu se cunosc valorile rezistențelor și reactanțelor motorului. Se cunoaște în schimb, capacitatea de suprasarcină a mașinii, definită de relația:

$$k_m = \frac{M_{m1}}{M_n} \quad (2.28)$$

Capacitatea de suprasarcină are valori uzuale, în cazul motoarelor de uz general în intervalul (2 ... 3). Motoarele de macara pot avea această capacitate mai mare, ajungând până la valoarea 4. Formula lui Kloss este o relație echivalentă cu (2.24) care ține seama și de expresiile (2.25) și (2.26). Această formulă se obține făcând raportul dintre cuplul electromagnetic  $M$ , dat de (2.24) și cuplul maxim în regim de motor  $M_{m1}$ . Astfel, după câteva calcule algebrice, se găsește relația (formula lui Kloss):

$$\frac{M}{M_{m1}} = \frac{2(1 + \lambda s_m)}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2\lambda s_m}, \quad \lambda = \frac{R_1}{cR_2'} \quad (2.29)$$

Relația (2.29) se poate simplifica dacă se comnsideră că  $\lambda s_m \ll 1$  și se obține:

$$\frac{M}{M_{m1}} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}} \quad (2.30)$$

La mașinile de putere mică și foarte mică, expresia (2.30) dă erori prea mari și se recomandă relația mai exactă (2.29). Relațiile (2.29) și (2.30) în care nu mai apar rezistențele sau reactanțele și nici tensiunea  $U_1$ , sunt adesea folosite în calculele practice.

## 2.11 CARACTERISTICILE MOTORULUI ASINCRON

Principalele caracteristici de funcționare ale motorului asincron sunt: caracteristica mecanică, caracteristica randamentului și caracteristica factorului de putere.

### 2.11.1. CARACTERISTICA MECANICĂ ȘI STABILITATEA STATICĂ

Caracteristica mecanică a motorului asincron, ca de altfel a oricărui motor electric, reprezintă dependența dintre turația  $n$  și cuplul la arbore  $M_2$ , în ipoteza în care tensiunea de alimentare este constantă și parametrii motorului sunt constanți, dependență scrisă sub forma  $n = f(M_2)$ , sau sub forma echivalentă  $M_2 = f^{-1}(n)$ . Dacă se neglijează pierderile mecanice de frecare și ventilație  $P_m$ , atunci caracteristica mecanică poate fi considerată expresia  $n = f(M)$ , în care  $M$  este cuplul electromagnetic al motorului.

Caracteristica mecanică a motorului se deduce din relația  $M = f(s)$ , ținând seama de legătura dintre turație și alunecare:  $n = n_1(1 - s)$ . Graficul caracteristicii mecanice se prezintă în Fig. 2.19.a. Caracteristica mecanică a motorului se pune și sub forma  $M = f^{-1}(n)$ , formă desenată în Fig. 2.19.b. Se deduce faptul că turația  $n$  a motorului variază puțin cu cuplul de sarcină. Motorul asincron are deci o *caracteristică mecanică dură* ca și motorul de c.c. cu excitație derivație și se poate utiliza în acționările electrice de turație relativ constantă.

*Condiția de stabilitate statică* a motorului asincron se studiază pornind de la ecuația dinamică de mișcare a rotorului în regim tranzitoriu:

$$2\pi J \frac{dn}{dt} = M(n) - M_r(n) \quad (2.31)$$

în care  $M(n)$  este cuplul electromagnetic al motorului, iar  $M_r(n)$  este cuplul rezistent al mașinii antrenate de motor. Presupunem că turația  $n$  are o perturbație mică  $\Delta n$ , astfel încât ecuația dinamică de mișcare se scrie:

$$2\pi J \frac{d}{dt}(n + \Delta n) = M(n + \Delta n) - M_r(n + \Delta n)$$

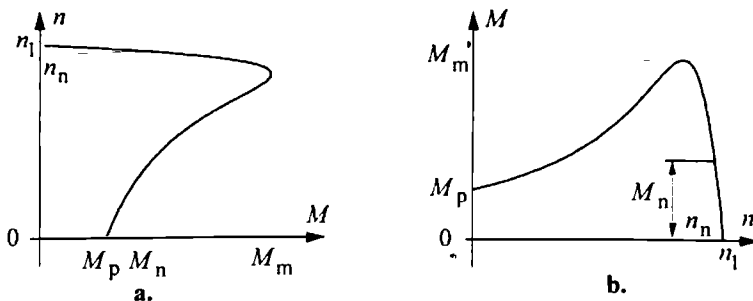


Fig. 2.19. Caracteristica mecanică a motorului asincron:

a - sub forma  $n = f(M)$  ; b - sub forma  $M = f^{-1}(n)$ .

Se dezvoltă în serie Taylor funcțiile din membrul doi al relației anterioare, neglijând termenii de ordinul 2 și mai mari (se studiază stabilitatea statică în care s-a presupus că  $\Delta n$  are o valoare mică, deci  $\Delta n^2 \cong 0$ ), obținându-se:

$$2\pi J \left[ \frac{dn}{dt} + \frac{d(\Delta n)}{dt} \right] = \left[ M(n) + \frac{\Delta n}{1!} \cdot \frac{\partial M}{\partial n} \right] - \left[ M_r(n) + \frac{\Delta n}{1!} \cdot \frac{\partial M_r}{\partial n} \right]$$

Se scade din relația de mai sus ecuația dinamică de mișcare scrisă în punctul  $n$ :

$$2\pi J \frac{d(\Delta n)}{dt} = \left( \frac{\partial M}{\partial n} - \frac{\partial M_r}{\partial n} \right) \Delta n, \text{ cu soluția } \Delta n = K \cdot e^{\alpha t}, \alpha = \frac{1}{2\pi J} \left( \frac{\partial M}{\partial n} - \frac{\partial M_r}{\partial n} \right)$$

Funcționarea sistemului se consideră static stabilă dacă la  $t \rightarrow \infty$ ,  $\Delta n \rightarrow 0$ . Acest lucru este posibil numai dacă  $\alpha < 0$ , din care se deduce condiția de stabilitate statică a sistemului având forma:

$$\frac{\partial M}{\partial n} - \frac{\partial M_r}{\partial n} < 0 \quad (2.32)$$

Să aplicăm condiția de stabilitate statică a motorului în două cazuri particulare. În primul caz, motorul asincron antrenează un generator de c.c. cu excitație independentă, funcționând pe o rezistență de sarcină. În Fig. 2.20.a, se prezintă caracteristica mecanică a motorului asincron  $M = f(n)$  și caracteristica mecanică a generatorului de c.c.  $M_r = g(n)$ , aceasta din urmă în două variante, notate cu 1 și 2. Punctele de intersecție A și B, dintre cele două caracteristici, corespund unor regimuri staționare de funcționare și sunt puncte static stabile, deoarece condiția (2.32) este îndeplinită pentru ambele cazuri. Se precizează faptul că funcționarea sistemului motor asincron generator de c.c. în punctul B, nu se preferă deoarece curentul absorbit de motorul asincron de la rețea este mult mai mare decât curentul nominal. În schimb, în punctul A motorul absoarbe un curent în jurul valorii nominale.

Al doilea caz de studiu al stabilității statice se referă la un motor asincron cu caracteristica mecanică  $M = f(n)$ , care antrenează o instalație de ridicat, cu caracteristica mecanică  $M_r = g(n)$ , ca în Fig. 2.20.b. Punctele posibile de funcționare sunt C și D. Dintre acestea, punctul C este static stabil pentru că verifică relația (2.32), iar punctul D este instabil deoarece nu o verifică.

Așadar, stabilitatea statică a motorului asincron depinde de caracteristica mașinii de lucru, antrenate de motorul asincron.

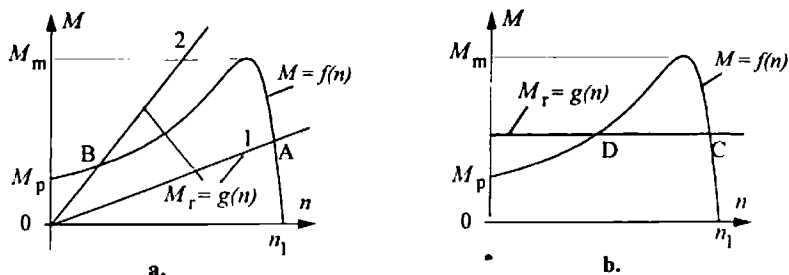


Fig. 2.20. Asupra stabilității statice a motorului asincron:

a - motorul antrenează un generator de c.c.; b - motorul antrenează o instalație de ridicat.

### 2.11.2. CARACTERISTICA FACTORULUI DE PUTERE

Caracteristica factorului de putere este dependența dintre factorul de putere al motorului și puterea lui utilă  $P_2$ , definită de relația  $\cos\varphi_1 = f(P_2)$ , în cazul în care tensiunea de alimentare a motorului și frecvența acesteia rămân constante. Factorul de putere al motorului asincron se calculează cu relația:

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_1I_1}, \quad U_1 \text{ și } I_1 \text{ sunt valori de linie} \quad (2.33)$$

Motorul asincron absoarbe întotdeauna de la rețeaua de alimentare un curent defazat în urma tensiunii de alimentare. Explicația fizică a acestui fenomen constă în necesitatea permanentă a motorului asincron de a absorbi o putere reactivă de la rețea, în scopul magnetizării circuitului său magnetic.

La funcționarea în gol a motorului asincron, factorul de putere este mic, fiind situat în gama (0,1 ... 0,2). Pe măsură ce sarcina de la axul motorului crește, factorul de putere crește și el, ajungând la puterea nominală să se situeze în gama (0,8... 0,92). Factorul de putere scăzut la sarcini reduse constituie un dezavantaj al motorului asincron. În Fig. 2.21, se reprezintă caracteristica factorului de putere a motorului asincron.

Compensarea puterii reactive se face utilizând baterii de condensatoare sau compensatoare sincrone, pentru fiecare motor în parte sau pentru grupe de motoare.

### 2.11.3. CARACTERISTICA RANDAMENTULUI.

Caracteristica randamentului este dependența dintre randamentul motorului și puterea lui utilă  $P_2$ , definită de relația  $\eta = f(P_2)$ , în cazul în care tensiunea de alimentare a motorului și frecvența acesteia, rămân constante. Randamentul motorului asincron se definește cu relația:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P}, \quad \text{unde } \Sigma P \text{ reprezintă suma tuturor pierderilor} \quad (2.34)$$

Pierderile de putere activă care se produc în motorul asincron sunt: pierderile Joule în înfășurări  $P_J = P_{J1} + P_{J2}$ , pierderile în miezul feromagnetic al statorului  $P_{Fe}$  și pierderile de frecare și ventilație  $P_m$ .

În afară de aceste pierderi, se mai produc pierderi suplimentare  $P_s$ , care se compun din pierderi suplimentare în înfășurări și pierderi suplimentare în miez. Pierderile suplimentare din înfășurări se datoresc armonicilor superioare din curba curentului statoric și efectului pelicular care are loc datorită variației în timp a acestui curent.

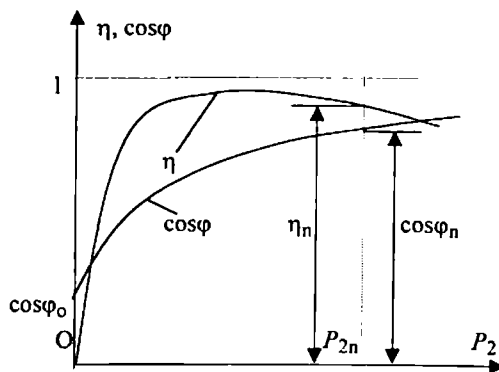


Fig. 2.21. Caracteristica randamentului și a factorului de putere.

Pierderile suplimentare din miez sunt produse de pulsația câmpului magnetic din întrefier, datorată prezenței dinților statorici și rotorici ai mașinii. Prin urmare, suma pierderilor din motor este dată de relația:

$$\Sigma P = P_{J1} + P_{J2} + P_{Fe} + P_m + P_s$$

Conform standardelor în vigoare, pierderile suplimentare  $P_s$ , reprezintă circa 0,5% din puterea  $P_1$  absorbită de motor de la rețeaua de alimentare.

Randamentul variază în funcție de puterea utilă  $P_2$  cedată la arbore instalației antrenate. De abicei, randamentul atinge valoarea maximă pentru o putere utilă aparținând intervalului  $(0,5 \dots 0,7)P_{2n}$ . Randamentul nominal al motoarelor asincrone cu puterea sub 1 kW este mai mic de 0,75. Pentru puteri cuprinse între  $(10 \dots 100)$  kW, randamentul nominal aparține intervalului  $(0,85 \dots 0,92)$ , iar pentru puteri peste 500 kW, randamentul nominal depășește 0,93. În Fig. 2.21 se prezintă caracteristica randamentului unui motor asincron trifazat.

## 2.12. TIPURI DE COLIVII ALE MOTORULUI ASINCRON TRIFAZAT CU ROTORUL ÎN SCURTCIRCUIT

Rotoarele motoarelor asincrone se construiesc în două variante constructive: rotoare bobinate și rotoare în colivie (în scurtcircuit). Cele mai folosite variante de realizare a coliviei rotorice sunt: colivia cu bare înalte și dubla colivie.

### 2.12.1. PARTICULARITĂȚI ALE MOTORULUI CU ROTORUL ÎN COLIVIE

Rotorul motorului în colivie este prevăzut cu  $Z_2$  creștături rotorice în care se găsește colivia. Înfășurarea în colivie este o înfășurare polifazată ( $Z_2$  - fazată), având numărul de faze  $m_2 = Z_2$ . Două faze rotorice succesive sunt decalate spațial cu unghiul geometric  $2\pi/Z_2$ , respectiv cu unghiul electric  $\alpha = 2\pi p/Z_2$

Curenții din bare și cei din inele sunt defazați cu unghiul  $\alpha$ , așa cum rezultă din Fig. 2.22. Relațiile dintre acești curenți sunt următoarele:

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_{23} + \underline{I}_2; \quad \underline{I}_{23} = \underline{I}_{34} + \underline{I}_3; \quad \dots; \quad I_b = 2I_i \cdot \sin \frac{\pi p}{Z_2} \quad (2.35)$$

Notăm cu  $I_b$  modulul curenților din bare și cu  $I_i$  modulul curenților din inele.

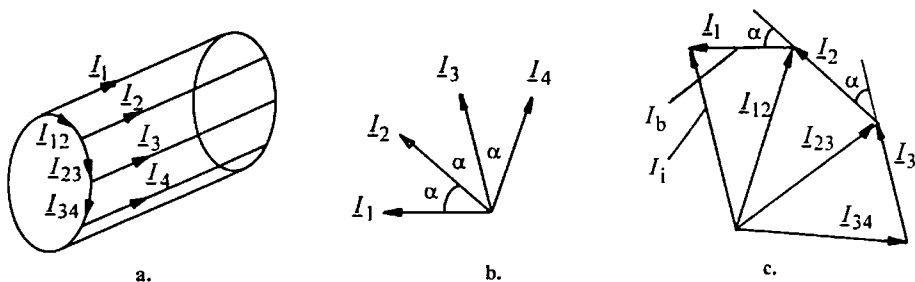


Fig. 2.22. Colivia rotorică: a - schița coliviei; b - curenții din bare; c - curenții din inele.

Dacă se consideră curentul din bară  $I_b$ , ca fiind curent de fază ( $I_b = I_2$ ), atunci se pot determina parametrii rotorici echivalenți, pe fază,  $R_2$  și  $X_{\sigma 2}$  ai motorului, din condiția ca pierderile active și reactive ale fazei rotorice echivalente, să fie egale, respectiv, cu pierderile active și reactive din bară și din cele două sectoare de inel aferente. Se deduc deci, următoarele relații energetice:

$$R_2 I_2^2 = R_b I_b^2 + 2 R_i I_i^2; \quad X_{\sigma 2} I_2^2 = X_b I_b^2 + 2 X_i I_i^2$$

în care:  $R_b, X_b; R_i, X_i$  sunt parametrii barei și segmentului de inel. Înlocuind pe  $I_2$  cu  $I_b$  găsim relațiile:

$$R_2 = R_b + \frac{R_i}{2 \sin^2 \frac{\pi p}{Z_2}}; \quad X_{\sigma 2} = X_b + \frac{X_i}{2 \sin^2 \frac{\pi p}{Z_2}} \quad (2.36)$$

Pentru raportarea mărimilor rotorice la stator se folosesc relațiile din paragraful 2.8.3, în care se consideră:  $m_2 = Z_2$  și  $w_2 k_{w2} = 1/2$ . Teoria motorului asincron cu rotorul bobinat rămâne deci valabilă și pentru motorul asincron cu rotorul în colivie.

### 2.12.2. MOTORUL CU BARE ÎNALTE

Motorul cu bare înalte are colivia rotorică alcătuită din bare de secțiune dreptunghiulară cu raportul dintre înălțime și lățime cuprins în intervalul (7 ... 15). Dacă o bară conductoare este așezată într-o creștătură feromagnetică și este parcursă de curent continuu, atunci densitatea de curent  $J$  prin bară este constantă pe toată secțiunea barei având valoarea  $J_0$ . Dacă, în schimb, bara este parcursă de curent alternativ, atunci densitatea de curent  $J$  nu mai este constantă pe secțiunea barei și variază ca în Fig. 2.23.a. Densitatea de curent este mai mare (este refulată) în imediata apropiere a întrefierului și mai mică la baza creștăturii. Acest efect de refulare a curentului spre întrefier este numit și *effect Field*.

Neuniformitatea densității de curent pe înălțimea creștăturii duce la majorarea rezistenței barei din creștătură. La pornirea motorului, frecvența rotorică  $f_2 = sf_1 = f_1$  este mare, deci curentul rotoric circulă neuniform pe secțiunea barei și bara are rezistență mare. În funcționare normală,  $f_2 \approx 0$ , iar densitatea de curent  $J$  este constantă, deci rezistența barei scade. Așadar, motorul cu bare înalte are, la pornire, rezistența rotorică majorată de (1,5 ... 2) ori și fenomenele se petrec ca și când în circuitul rotoric ar exista un reostat de pornire, cu cele două avantaje: mărirea cuplului de pornire și scăderea curentului de pornire. Motorul cu bare înalte se construiește uzual pentru puteri mijlocii. El are la pornire  $I_p \in (4,5 \dots 6) I_n$  și  $M_p \in (1,2 \dots 1,8) M_n$ .

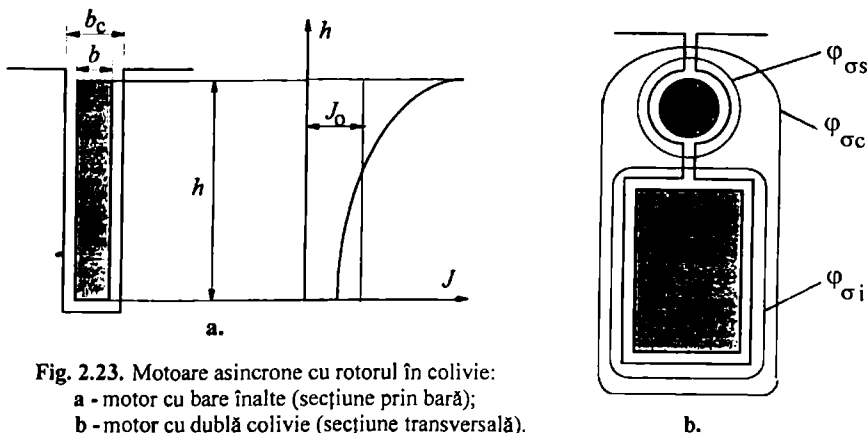


Fig. 2.23. Motoare asincrone cu rotorul în colivie:  
a - motor cu bare înalte (secțiune prin bară);  
b - motor cu dublă colivie (secțiune transversală).

### 2.12.3. MOTORUL CU DUBLĂ COLIVIE

Influența refulării curentului din bara rotorică asupra caracteristicilor de funcționare ale motorului este și mai pronunțată la motorul cu dublă colivie care are caracteristici de pornire mai bune decât motorul cu bare înalte. Rotorul motorului are două colivii: o colivie superioară, de secțiune mică și rezistivitate mare, deci de rezistență mare, numită și *colivie de pornire* și o colivie inferioară de secțiune mare și rezistivitate mică, deci de rezistență mică, numită și *colivie de lucru*.

În Fig. 2.23.b, se prezintă o secțiune transversală printr-o dublă colivie. Rezistența coliviei superioare  $R_{2s}$  este mai mare decât rezistența coliviei inferioare  $R_{2i}$ . În schimb, reactanța coliviei superioare  $X_{\sigma 2s}$  este mai mică decât reactanța coliviei inferioare  $X_{\sigma 2i}$ , deoarece fluxul de dispersie al coliviei superioare  $\varphi_{\sigma s}$  este mai mic decât fluxul de dispersie al coliviei inferioare  $\varphi_{\sigma i}$ .

La pornire, frecvența  $f_2$  a curenților rotorici este mare, deci contează mult reactanțele coliviilor, și cum reactanța coliviei superioare este mică, aproape tot curentul rotoric va circula prin colivia superioară. În funcționare normală, frecvența  $f_2$  a curenților rotorici este mică, reactanțele sunt neglijabile, deci repartizarea curenților rotorici pe cele două colivii o vor face rezistențele celor două colivii și curentul va circula, mai ales prin colivia inferioară care are rezistență mică. Așadar, la motorul cu dublă colivie, rezistența rotorică la pornire este mare și în funcționare normală ea scade foarte mult. Este ca și când, la pornire, motorul ar avea un reostat de pornire introdus în rotor.

## 2.13. ÎNCERCĂRILE MOTORULUI ASINCRON

Pentru motoarele de mare putere, încercarea în sarcină este greu de efectuat datorită consumului ridicat de energie. De aceea, la aceste motoare este de preferat efectuarea a două încercări limită și anume: încercarea de mers în gol și cea în scurtcircuit, cu ajutorul cărora se pot determina caracteristicile de funcționare în sarcină ale motorului. Încercările de laborator ale motorului asincron se determină conform STAS 7246/1 ... 10.

### 2.13.1. ÎNCERCAREA DE FUNCȚIONARE ÎN GOL

La funcționarea în gol a motorului, cuplul rezistent de la arborele motorului este nul. Schema electrică pentru determinarea caracteristicilor experimentale ale motorului

asincron, la funcționarea în gol, este prezentată în Fig. 2.24. În figură, cu RT s-a notat un regulator de tensiune alternativă (autotransformator), iar cu MA motorul de încercat.

Încercarea în gol se efectuează la tensiunea nominală a motorului. Se reglează cu ajutorul regulatorului RT, tensiunea aplicată motorului la valoare nominală  $U_{10} = U_{1n}$ , moment în care se mai măsoară curentul  $I_{10}$  și puterea trifazată  $P_{10}$ .

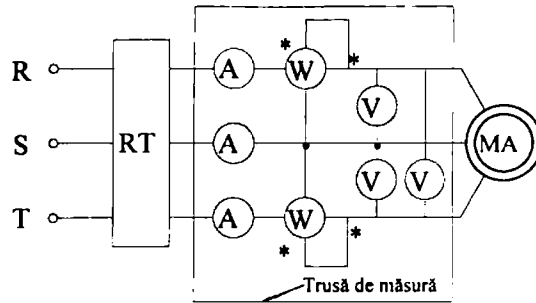


Fig. 2.24. Schemă de montaj pentru încercarea în gol a motorului asincron trifazat.

Cu ajutorul celor trei date măsurate mai sus se calculează următoarele mărimi caracteristice ale motorului:

- *factorul de putere la mersul în gol*  $\cos\varphi_{10}$ , cu relația:

$$\cos\varphi_{10} = \frac{P_{10}}{\sqrt{3}U_{10}I_{10}} \in (0,1 \dots 0,15); \quad U_{10}, I_{10} = \text{valori de linie}$$

- *curentul de mers în gol raportat*  $i_{10}[\%]$ , în procente

$$i_{10}[\%] = \frac{I_{10}}{I_n} \cdot 100 \in (25 \dots 60)\%$$

Se constată că, spre deosebire de transformator, curentul de mers în gol al motorului este mult mai mare datorită existenței întrefierului dintre stator și rotor.

- *suma pierderilor mecanice și în fier* se determină cu relația:

$$P_m + P_{Fe} = P_{10} - 3R_1 I_{10f}^2$$

în care:  $R_1$  este rezistența statorică pe fază, iar  $I_{10f}$  este curentul de mers în gol pe fază.

- *Parametrii  $R_w$  și  $X_\mu$  din ramura de magnetizare a schemei echivalente* :

$$R_w \cong \frac{0,95 \cdot U_{10f}}{I_{10f} \cos\varphi_{10}}, \quad X_\mu \cong \frac{0,95 \cdot U_{10f}}{I_{10f} \sin\varphi_{10}}$$

Factorul numeric 0,95 din relațiile de mai sus apare pentru a compensa căderile de tensiune pe impedanța primară a statorului mașinii.

### 2.13.2. ÎNCERCAREA DE FUNCȚIONARE ÎN SCURTCIRCUIT

Regimul de funcționare în scurtcircuit este regimul limită la care rotorul motorului este calat ( $s = 1$ ). Determinările experimentale se fac tot cu schema din Fig. 2.24, calând rotorul motorului. Se reglează cu ajutorul regulatorului RT tensiunea de alimentare a motorului până când curenții absorbiți de motor iau valorile nominale, citindu-se în acel



moment valorile  $U_{1k}, I_{1k} = I_{1n}, P_{1k}$ . Cu ajutorul celor trei mărimi măsurate la încercarea de scurtcircuit, se determină alte elemente caracteristice ale motorului asincron:

- *tensiunea nominală de scurtcircuit în procente:*

$$u_k[\%] = \frac{U_{1k}}{U_{1n}} \cdot 100 \in (15 \dots 25)\%$$

- *curentul de pornire raportat la curentul nominal:*

$$i_{1p} \cong \frac{I_{1p}}{I_{1n}} = \frac{100}{u_k[\%]} \in (4 \dots 7)$$

- *pierderile nominale în înfășurări  $P_{Jn}$ , la temperatura standard  $\theta_n$ :*

$$P_{Jn} = P_{1k} \cdot \frac{\theta_n + 235}{\theta + 235}, \text{ conductoare din cupru}$$

$\theta$  fiind temperatura medie a înfășurărilor motorului în momentul măsurării lui  $P_{1k}$ .

- *parametrii schemei echivalente în T:  $R_k = R_1 + R'_2$  și  $X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}$ :*

$$R_k \cong \frac{P_{1k}}{3I_{1kf}^2}; \quad X_{\sigma k} \cong \sqrt{\left(\frac{U_{1kf}}{I_{1kf}}\right)^2 - R_k^2}$$

## 2.14. MOTORUL ASINCRON MONOFAZAT

Motorul asincron monofazat este un motor cu înfășurarea statorică monofazată și înfășurarea rotorică în colivie. Înfășurarea statorică creează în întrefierul mașinii un câmp magnetic pulsatoriu, care se descompune în două câmpuri magnetice învârtitoare circulare, unul direct și altul invers, după relația:

$$b(\alpha, t) = B_m \cos \omega t \cos p\alpha = \frac{B_m}{2} \cos(\omega t - p\alpha) + \frac{B_m}{2} \cos(\omega t + p\alpha) \quad (2.37)$$

Deci, motorul asincron monofazat este echivalent cu două motoare asincrone trifazate, identice, ale căror înfășurări statorice produc câmpuri învârtitoare identice, dar de sensuri opuse și ale căror rotoare sunt solidare pe același ax. Rotorul motorului are, față de câmpul magnetic învârtitor direct, alunecarea:

$$s_d = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = s$$

ca la orice mașină asincronă trifazată obișnuită și, față de câmpul magnetic învârtitor invers, alunecarea:

$$s_i = \frac{n_1 + n_2}{n_1} = 2 - \frac{n_1 - n_2}{n_1} = 2 - s$$

Cuplul direct  $M_d$  produs de câmpul magnetic învârtitor direct se deduce cu relația (2.24), iar cel invers  $M_i$  cu aceeași relație în care se înlocuiește  $s$  cu  $2 - s$ . Aceste cupluri se reprezintă grafic în Fig. 2.25. Cuplul rezultat  $M$  al mașinii monofazate este  $M_d - M_i$ , fiind reprezentat grafic în Fig. 2.25. Se constată că mașina asincronă monofazată nu are cuplul de pornire ( $M = 0$ , la  $s = 1$ ). Dacă la pornire se dă un impuls mecanic rotorului, într-un sens sau altul, motorul pornește în acel sens, dacă  $M_{\text{impuls}} > M_r$  prinzându-se în punctele A sau B (Fig. 2.25). Pentru a obține un cuplu nenul la pornire,

motorului i se adaugă o înfășurare statorică suplimentară, decalată spațial la  $90^\circ$  electrice față de înfășurarea principală, numită *fază auxiliară*, care ocupă numai o treime din creștăturile statorice. Ambele înfășurări se conectează la aceeași rețea alternativă monofazată, înfășurarea principală legându-se direct, iar faza auxiliară înseriată cu un condensator de defazare C ca în Fig. 2.26.

În acest fel, cele două înfășurări ale mașinii, fiind decalate spațial la  $90^\circ$  electrice și fiind parcurse de curenții  $I_p$  și  $I_a$ , defazați în timp la aproape  $90^\circ$  electrice, dau naștere unui câmp magnetic învârtitor care nu este circular, ci *eliptic*, deoarece cele două înfășurări monofazate nu sunt identice. Acest câmp învârtitor eliptic care are amplitudinea variabilă pe o rotație completă asigură totuși un cuplu de pornire suficient. După ce motorul a ajuns la turația de regim, faza auxiliară se întrerupe, de exemplu, cu ajutorul unui contact centrifugal. Motorul asincron monofazat se construiește pentru puteri mici și este folosit la antrenarea mașinilor de spălat rufe, la acționarea pompelor, a ventilatoarelor și a unor instalații electrocasnice.

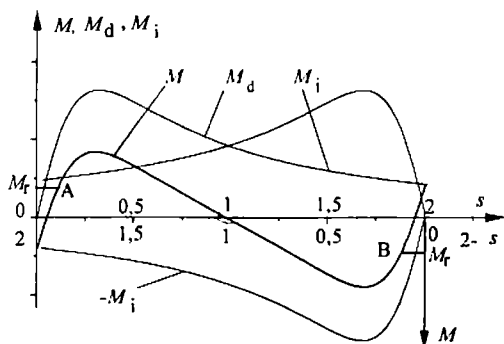


Fig. 2.25. Curbele cuplurilor mașinii monofazate.

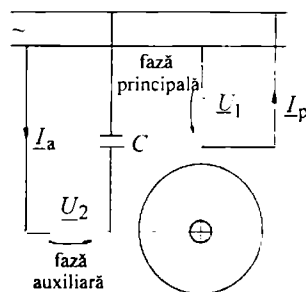


Fig. 2.26. Mașina asincronă monofazată cu fază auxiliară.

## 2.15. ACȚIONĂRI CU MOTOARE ASINCRONE

### 2.15.1. PORNIREA MOTOARELOR ASINCRONE

Pornirea motoarelor asincrone se face în funcție de tipul motorului (cu rotor bobinat sau în colivie), de cuplul și curentul de pornire și de tensiunea rețelei.

#### a. Pornirea directă

Pornirea directă conduce la cele mai simple și sigure scheme. Pornirea directă se aplică în exclusivitate la motoarele cu rotorul în colivie. Puterea nominală a celui mai mare motor asincron pornit direct nu trebuie să depășească 20 % din puterea transformatorului care alimentează rețeaua. În cazul pornirii directe, curentul de pornire al motorului ia valori în gama  $I_p \in (4 \dots 8)I_n$ .

În Fig. 2.27 este redată schema electrică de principiu pentru pornirea directă reversibilă (în ambele sensuri) a unui motor asincron trifazat. Schema de forță cuprinde: siguranțele  $e_1$ , comutatorul general K, contactoarele C1 (pornire dreapta), C2 (pornire stânga), relelele maxime de curent  $e_2$  (numai la puteri mari), relelele termice de suprasarcină  $e_3$ , motorul M. Schema de comandă cuprinde siguranțele  $e_4$ , linia (3), de

Pagină lipsă

Pagină lipsă

prin turația  $n_1$ . În acest caz, turația  $n_2$  a rotorului devine mai mare decât cea de sincronism, iar cuplul electromagnetic schimbă de semn.

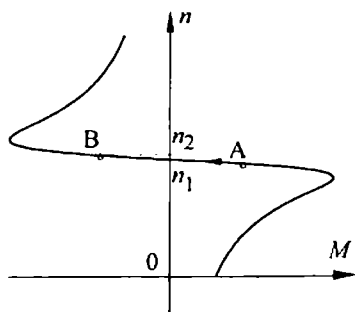


Fig. 2.30. Referitoare la frânarea suprasincronă.

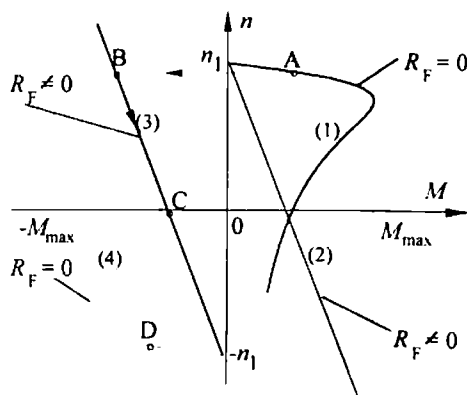


Fig. 2.31. Frânarea contracurent a motorului asincron.

Mașina debitează energie electrică în rețea, energie preluată de la energia gravitațională a trenului, producând o frânare a acestuia (de fapt o limitare a vitezei).

### b. Frânarea contracurent sau prin conexiuni inverse

Frânarea contracurent sau prin conexiuni inverse se aplică numai motoarelor cu rotorul bobinat. Frânarea este foarte eficientă și constă în inversarea a două faze ale motorului odată cu introducerea în circuitul rotoric a unui reostat trifazat de frânare  $R_F$ , de valoare mai mare decât a reostatului de pornire a aceluiași motor. Pentru evitarea reversării se poate folosi un aparat de control care provoacă deconectarea mașinii, când viteza sa de rotație se apropie de zero. În acest scop, se pot folosi întrerupătoare centrifugale sau relee de frecvență. Explicarea fenomenelor care se produc la frânarea contracurent se poate face folosind caracteristicile mecanice din Fig. 2.31. În regimul inițial de motor cu sens înainte de rotație, punctul de funcționare este A pe caracteristica mecanică naturală, notată cu (1) în figură ( $R_F = 0$ ). Aceeași caracteristică mecanică, însă cu reostatul de frânare introdus ( $R_F \neq 0$ ), se desenează sub forma curbei (2). Dacă se inversează apoi două faze de alimentare ale motorului, curba (2) devine în Fig. 2.31, curba (3), iar punctul de funcționare sare brusc din A în B, în cadranul II în care mașina funcționează în regim de frână. Instalația se frânează, cuplul electromagnetic fiind antagonist, turația se micșorează treptat și punctul de funcționare ajunge în C, după care, dacă motorul nu s-ar decupla de la rețea, mașina ar porni în sens invers, având loc o reversare a acesteia, punctul de funcționare ajungând în D.

### c. Frânarea dinamică (nerecuperativă)

Frânarea dinamică (nerecuperativă) se face deconectând înfășurarea trifazată a statorului mașinii asincrone de la rețeaua de alimentare și alimentând-o la o sursă de c.c. Curentul continuu, parcurgând fazele statorice, produce la periferia interioară a statorului un câmp magnetic fix, constant în timp. Prin mișcarea rotorului în acest câmp, datorită energiei cinetice a maselor în mișcare, se induce în înfășurarea rotorică a mașinii, t.e.m. care dau naștere la curenți electrici și care produc o anumită cantitate de căldură în această înfășurare. Această cantitate de căldură se degajă pe seama energiei cinetice a maselor rotorice în mișcare, producând astfel frânarea rotorului.

### 2.15.3. REGLAREA TURAȚIEI MOTOARELOR ASINCRONE

Având în vedere expresia analitică a turației motorului asincron trifazat

$$n = n_1(1-s) = \frac{f_1}{p}(1-s), \quad (2.38)$$

rezultă că această turație poate fi modificată prin modificarea frecvenței de alimentare  $f_1$ , prin modificarea numărului de perechi de poli  $p$  sau prin modificarea alunecării  $s$ .

#### a. Modificarea numărului de perechi de poli

Modificarea numărului de perechi de poli  $p$  conduce la o modificare discretă a vitezei de rotație a motorului și se face, fie prin modificări de conexiuni ale înfășurării statorice, fie prin echiparea motorului cu înfășurări având numere diferite de poli. Modificarea numărului de perechi de poli se face numai la motoarele asincrone cu rotorul în colivie (în scurtcircuit), deoarece colivia are proprietatea de a-și adapta automat numărul de perechi de poli ai săi la numărul de perechi de poli ai statorului.

Modificarea numărului de perechi de poli în raportul 1/2 se poate face relativ ușor prin modificarea conexiunilor înfășurării statorice (cea mai cunoscută fiind înfășurarea de tip Dahlander), obținându-se motorul asincron cu două viteze de sincronism. Acest motor este echipat cu o înfășurare statorică executată din câte două jumătăți pe fiecare fază (pentru prima fază jumătățile sunt  $U_1U_2$  și  $U_3U_4$ ), jumătățile de pe fiecare fază pot fi conectate în serie (ca în figura 2.32) sau în paralel (ca în figura 2.33). La conectarea în serie, numărul de perechi de poli este dublu față de conectarea în paralel (în opoziție). Așadar, la conectarea în serie a celor două jumătăți de înfășurare se obține o turație egală cu jumătate din turația obținută la conectarea acestora în paralel.

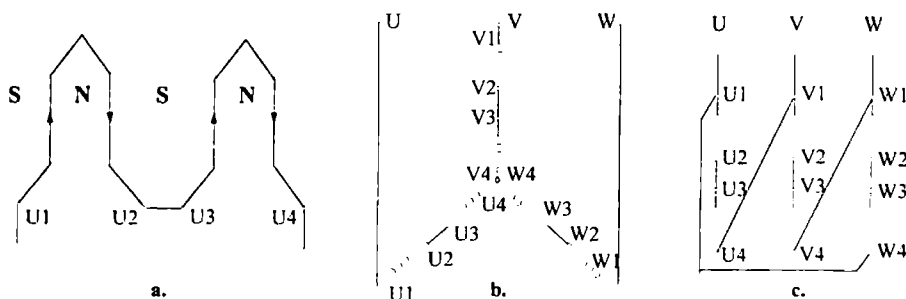


Fig. 2.32. Conectarea în serie a jumătăților de înfășurare la înfășurarea Dahlander:

a - schema de principiu; b - conexiunea stea a înfășurării; c - conexiunea triunghi a înfășurării.

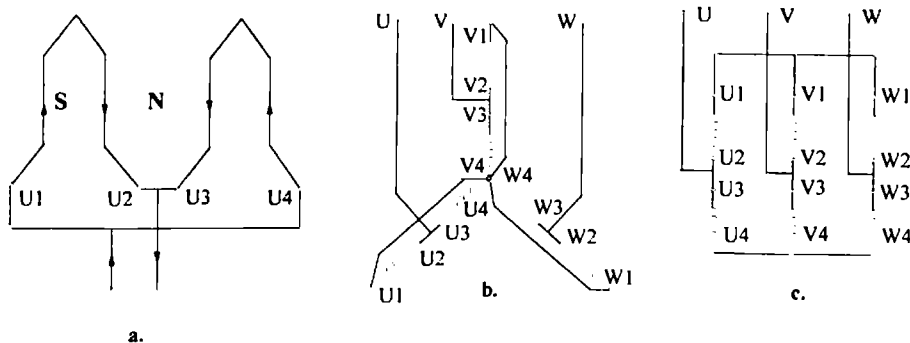
La schimbarea turației de la o valoare mare la o valoare mică, mașina trece prin regimul de generator asincron, debitând în rețea o anumită cantitate de energie activă de frânare, astfel încât trecerea la turația mică se produce lent, fără șocuri mecanice.

#### b. Modificarea alunecării

Pentru a simplifica studiul posibilităților de modificare a alunecării, vom avea în vedere că, în majoritatea cazurilor practice, funcționarea stabilă are loc pentru alunecări inferioare alunecării critice. Considerând  $s \ll s_m$ , din formula lui Kloss simplificată avem:

$$s \cong \frac{s_m}{2 M_m} \cdot M_r \quad (2.39)$$

de unde rezultă că, pentru un cuplu de sarcină dat ( $M = M_r$ ), alunecarea  $s$  se poate modifica, reglând parametri care determină alunecarea critică  $s_m$  și cuplul maxim  $M_m$ .



**Fig. 2.33.** Conectarea în paralel a jumătăților de înfășurare la înfășurarea Dahlander:  
a. - schema de principiu; b. - pentru conexiunea stea; c. - pentru conexiunea triunghi.

Analizând expresiile mărimilor  $s_m$  și  $M_m$ , rezultă că, la frecvența de alimentare  $f_1$  dată și la număr de perechi de poli dat, se pot modifica  $s_m$  și  $M_m$ , modificând tensiunea de alimentare  $U_1$  sau parametri  $R_1$ ,  $R_2'$ ,  $L_{\sigma 1}$ ,  $L_{\sigma 2}'$ . Ținând seama că, în practica acționărilor electrice, se recurge de regulă la modificarea tensiunii  $U_1$  (la frecvența  $f_1$  dată) și a rezistenței rotorice  $R_2'$ , vom prezenta în continuare aceste două metode.

#### Modificarea tensiunii de alimentare

O metodă clasică de modificare a tensiunii de alimentare (valabilă și în regimurile de pornire) constă în utilizarea unor transformatoare sau autotransformatoare reglabile, continuu sau în trepte. Actualmente, pentru modificarea tensiunii de alimentare a motoarelor asincrone se utilizează variatoare statice de tensiune alternativă (V.T.A). Modificarea valorii efective a tensiunii motorului și, în consecință, modificarea turației acestuia, se realizează prin modificarea unghiului de întârziere la aprindere a tiristoarelor, de regulă  $\alpha \in (0 \dots 150^\circ)$ . Forma de undă a tensiunilor de la ieșirea variatorului se abate tot mai mult de la o sinusoidă, aceasta conducând la apariția unor cupluri parazite, pendulatorii, precum și la pierderi Joule și în fier majorate. Modificarea tensiunii de alimentare se poate face numai în sensul scăderii acesteia sub valoarea nominală și are dezavantajul că reduce și cuplul electromagnetic al mașinii.

#### Modificarea rezistenței rotorice

Metodele clasice de reglare a rezistenței trifazate rotorice sunt: folosirea reostatelor cu cursor (la puteri mici), a reostatelor cu ploturi (reglaj în trepte) sau a reostatelor în trepte, scurtcircuitate de contactoare de putere (la puteri mari). În ultimul timp, pentru reglarea continuă a rezistenței din circuitul rotor, se folosesc tot mai des scheme cu elemente semiconductoare de putere (tiristoare, tranzistoare, triacuri).

În Fig. 2.34.a, tensiunea rotorică (variabilă cu alunecarea) se redresează și apoi se conectează pe rezistența  $R$  a cărei valoare poate fi modificată cu un contactor static CS, conectat în paralel cu rezistența. Dacă CS este închis un timp  $t_c$  și este deschis un timp

$t_d = T - t_c$ , atunci rezistența echivalentă  $R_e$  a grupării  $R + CS$  are variația în timp prezentată în Fig. 2.34.b. Valoarea medie a acestei rezistențe se calculează astfel:

$$R_e = \left(1 - \frac{t_c}{T}\right)R \quad (2.40)$$

Modificând continuu factorul  $t_c/T$  între 1 și 0, se obține un reglaj continuu al rezistenței  $R_e$  între zero și  $R$ .

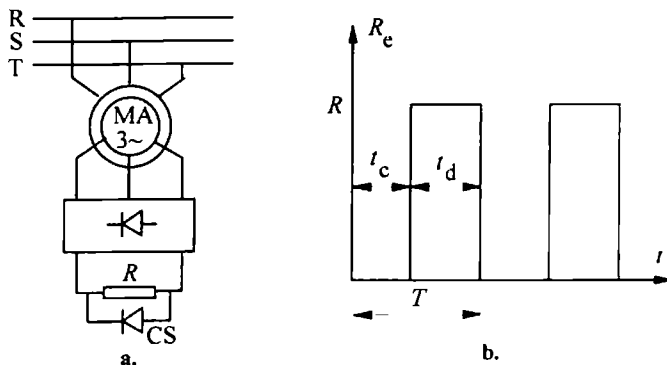


Fig. 2.34. Variația rezistenței rotorice cu contactoare statice individuale.

În loc ca puterea de alunecare  $sP$  să se disipe integral în circuitul rotoric sub formă de căldură, o bună parte din aceasta poate fi recuperată în două moduri: a) folosind un procedeu mecanic (*cascada Kramer*) prin care puterea de alunecare se returnează axului motorului asincron în cauză, cu ajutorul unui motor de c.c. cuplat pe același ax cu motorul asincron și b) folosind un procedeu electric, prin care puterea de alunecare este returnată rețelei de alimentare a motorului asincron prin intermediul unui redresor și a unui invertor cu comutație de la rețea (*cascada Scherbius*).

### c. Modificarea frecvenței tensiunii de alimentare

Reglarea turației prin modificarea frecvenței tensiunii de alimentare se realizează alimentând motorul de la un convertor de frecvență care poate fi un invertor sau un cicloconvertor. Frecvența nu poate fi variată independent de tensiunea de alimentare. Într-adevăr, neglijând căderile de tensiune pe impedanța de fază a statorului motorului, putem scrie:

$$U_1 \cong E_1 = 4,44 f_1 w_1 k_{w1} \Phi_m = \text{const} \cdot f_1 \Phi_m \quad (2.41)$$

în care  $U_1$  este valoarea efectivă a tensiunii de fază aplicată motorului. Pentru a nu influența performanțele motorului (cuplul, curentul de mers în gol, curentul nominal), fluxul magnetic  $\Phi_m$  trebuie să rămână, pe cât posibil, constant. Prin urmare, din ecuația (2.41) se deduce că raportul  $U_1/f_1 = \text{const.}$ , adică tensiunea trebuie să fie proporțională cu frecvența. Această relație se adoptă la scăderea frecvenței  $f_1$  sub valoarea nominală. La creșterea frecvenței peste valoarea nominală, tensiunea  $U_1$  rămâne însă constantă ( $U_1 = U_{1n}$ ) din motive de izolație și de majorare a pierderilor în fier, astfel încât odată cu creșterea frecvenței peste valoarea nominală are loc o scădere a fluxului magnetic  $\Phi_m$ .

Dacă în expresia cuplului maxim  $M_m$  se neglijează rezistența  $R_1$  a înfășurării,



cuplul maxim al motorului este dat de relația:  $M_m \approx \text{const.}(U_1 / f_1)^2$ . Ținând seama de această relație, se poate spune că pentru  $f_1 < f_n$ , cuplul maxim al motorului este constant, iar pentru  $f_1 > f_n$  cuplul maxim este invers proporțional cu pătratul frecvenței  $f_1$ . La

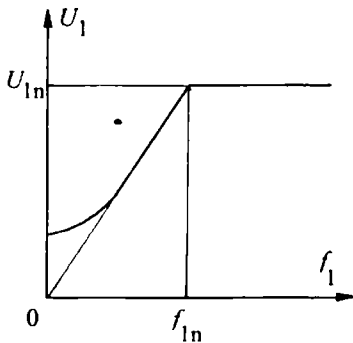


Fig. 2.35. Dependenta  $U_1 = f(f_1)$ .

frecvențe mici, reactanțele motorului sunt mici și rezistența  $R_1$  nu se mai poate neglija. Altfel spus, cuplul maxim nu se va mai menține constant, dacă  $U_1/f_1 = \text{const.}$  Pentru a rămâne cuplul maxim constant și la frecvențe mici, trebuie ca tensiunea  $U_1$  să varieze mai repede decât frecvența, adică dependența  $U_1 = f(f_1)$  să se abată de la o dreaptă, așa cum se arată în Fig. 2.35.

Metoda de reglare a vitezei motorului asincron prin variația frecvenței tensiunii de alimentare este foarte eficientă din punct de vedere al sensului reglării, al gamei de reglare, al sensibilității reglării (reglarea este practic continuă) și al randamentului reglării. Instalația de reglare prin frecvență a vitezei motorului poate fi un cicloconvertor sau un invertor. Cicloconvertorul se folosește la frecvențe mici, iar invertorul se folosește atât la frecvențe mici, cât și la frecvențe mari.

## 2.16. PROBLEME CU MOTOARE ASINCRONE

### PROBLEMA 2.1

Un motor asincron trifazat funcționează în sarcină la turația  $n_2 = 1440$  rot/min. Să se determine numărul perechilor de poli  $p$ , alunecarea  $s$ , frecvența curenților din rotor  $f_2$ , turația câmpului magnetic învârtitor de reacție, produs de curenții rotorici, în raport cu rotorul și în raport cu statorul, dacă frecvența tensiunii de alimentare este  $f_1 = 50$  Hz.

**Soluție:** Turația nominală a oricărui motor asincron este valoarea imediat inferioară din șirul turațiilor de sincronism corespunzătoare frecvenței de 50 Hz: 3000, 1500, 1000, 750, ... rot/min. Rezultă, pentru motorul considerat, valoarea turației de sincronism  $n_1 = 1500$  rot/min, prin urmare, numărul de perechi de poli este  $p = 2$ . Alunecarea motorului se deduce cu relația  $s = (n_1 - n_2)/n_1 = (1500 - 1440)/1500 = 0,04$ . Frecvența curenților rotorici este  $f_2 = sf_1 = 0,04 \cdot 50 = 2$  Hz, turația câmpului magnetic învârtitor de reacție, față de rotor este  $n_r = f_2/p = 2/2 = 1$  rot/sec = 60 rot/min și turația câmpului magnetic față de stator are valoarea  $n_s = n_2 + n_r = 1440 + 60 = 1500$  rot/min, adică egală cu valoarea turației de sincronism. Rezultă următoarea regulă: *turația câmpului magnetic de reacție al unui motor asincron este egală cu turația câmpului magnetic învârtitor inductor, indiferent de valoarea alunecării motorului.*

### PROBLEMA 2.2

Un motor asincron are următoarele date nominale:  $P_n = 2,2$  kW;  $U_n = 220/380$  V;  $I_n = 8,67/5,01$  A;  $n_n = 1425$  rot/min;  $\cos\phi_n = 0,82$ ;  $f_n = 50$  Hz. Ce alte mărimi caracteristice ale motorului se pot calcula folosind datele lui nominale?

**Soluție:** Mărimile caracteristice care se pot afla din datele nominale sunt:

- a. Cuplul nominal al motorului:  $M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{2200 \cdot 60}{2\pi \cdot 1425} = 14,75 \text{ Nm}$ ;
- b. Randamentul nominal:  $\eta_n = \frac{P_n}{P_1} = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi_n} = \frac{2200}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 8,67 \cdot 0,82} = 0,81$ ;
- c. Alunecarea nominală:  $s_n = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1500 - 1425}{1500} = 0,05$ ;
- d. Numărul de perechi de poli ai motorului:  $p = \frac{f_n}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2 \text{ perechi}$ ;
- e. Suma pierderilor din motor:  $\sum P = P_1 - P_n = P_1 - \eta_n P_1 = P_1 (1 - \eta_n) = 516 \text{ W}$ .

### PROBLEMA 2.3

Un motor asincron este caracterizat de următoarele date:  $U_n = 220 \text{ V}$  (conexiune stea în stator);  $f_n = 50 \text{ Hz}$ ;  $R_1 = 0,3 \Omega$ ;  $R'_2 = 0,15 \Omega$ ;  $X_{\sigma 1} = 0,4 \Omega$ ;  $X'_{\sigma 2} = 0,2 \Omega$ ;  $P_{Fe} = 0$ . ( $R_w = \infty$ ). Să se calculeze curentul absorbit de motor și puterea activă absorbită în următoarele situații: a. mașina funcționează cu rotorul blocat,  $s = 1$  (la pornire); b. mașina funcționează în gol ideal,  $s = 0$ ; c. mașina funcționează ca motor cu alunecarea  $s = 0,02$ .

*Soluție:* a. Schema echivalentă a mașinii cu rotorul calat este desenată în Fig. 2.36.a. Din această schemă se obține curentul complex  $\underline{I}_1$  cu relația:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1 (\underline{Z}'_2 + jX_\mu)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}'_2 + jX_\mu \underline{Z}_1 + jX_\mu \underline{Z}'_2} = 102 - j137$$

în care tensiunea de fază  $\underline{U}_1$  s-a ales origine de fază, adică  $\underline{U}_1 = U_1 = 220/\sqrt{3} = 127 \text{ V}$ .

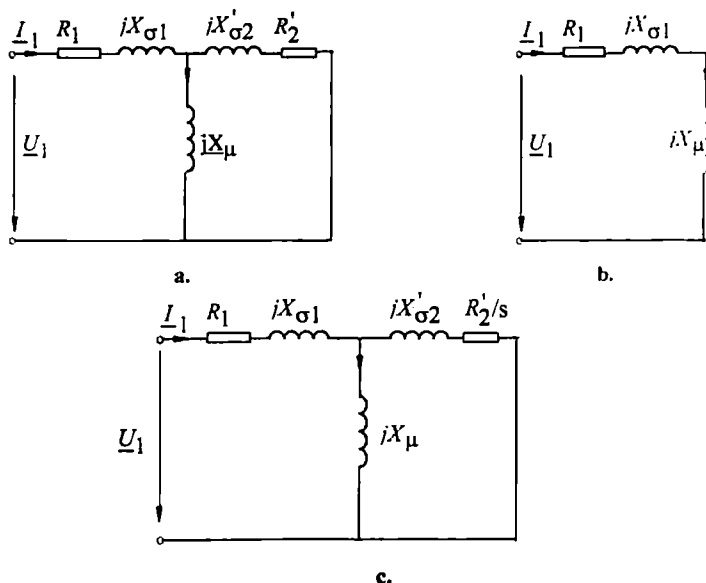


Fig. 2.36. Scheme echivalente pentru problema 2.3: a - schema motorului cu rotorul blocat; b - schema la mersul în gol ideal; c - schema la mersul în sarcină.

Curentul absorbit de mașină de la rețea are valoarea efectivă  $I_1 = 172 \text{ A}$ , iar puterea activă absorbită se determină astfel:

$$P_1 = \operatorname{Re}\{3 \underline{U}_1 \underline{I}_1^*\} = \operatorname{Re}\{3 \cdot 127(102 + j137)\} = 32470 \text{ W}$$

b. Schema echivalentă a mașinii la funcționarea în gol ideal cu  $s = 0$  este prezentată în Fig. 2.36.b. În acest caz, rezultă curentul complex absorbit de mașină are următoarea expresie:

$$\underline{I}_{10} = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j(X_{\sigma 1} + X_{\mu})} = \frac{127}{0,3 + j(0,4 + 10)} = 0,352 - j12,2$$

Valoarea efectivă a curentului este  $I_{10} = 12,21 \text{ A}$ , iar puterea activă absorbită de mașină are expresia:

$$P_{10} = \operatorname{Re}\{3 \underline{U}_1 \underline{I}_{10}^*\} = \operatorname{Re}\{3 \cdot 127(0,352 + j12,2)\} = 134 \text{ W}$$

c. Schema echivalentă a mașinii în sarcină este reprezentată în Fig. 2.36 c. Din această schemă rezultă curentul complex absorbit:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1 + \frac{jX_{\mu} \underline{Z}_2'}{\underline{Z}_2' + jX_{\mu}}}, \text{ cu } \underline{Z}_2' = \frac{R_2'}{s} + jX_{\sigma 2}' \Rightarrow \underline{I}_1 = 14,6 + j11,8$$

Valoarea efectivă a curentului absorbit este  $I_1 = 18,76 \text{ A}$ , iar puterea activă a motorului are valoarea  $P_1 = 5563 \text{ W}$ .

## PROBLEMA 2.4

Un motor asincron trifazat este caracterizat de următoarele date nominale:  $P_n = 11 \text{ kW}$ ;  $U_n = 220/380 \text{ V}$ ;  $n_n = 1440 \text{ rot/min}$ ;  $\eta_n = 87 \%$ ;  $\cos\phi_{1n} = 0,84$  și pierderile mecanice  $P_m = 400 \text{ W}$ . Să se calculeze: alunecarea nominală  $s_n$ , frecvența rotorică  $f_2$ , puterea mecanică  $P_M$ , puterea electromagnetică  $P$ , Pierderile Joule în rotor  $P_{J2}$ , curentul absorbit de motor  $I_1$ , rezistența înfășurării statorice  $R_1$ , dacă pierderile în fierul statoric sunt  $P_{Fe} = 300 \text{ W}$ .

*Soluție:* Alunecarea nominală a motorului are valoarea:

$$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0,04$$

Frecvența curenților rotorici este  $f_2 = sf_1 = 0,04 \cdot 50 = 2 \text{ Hz}$ , iar puterea mecanică are expresia  $P_M = P_n + P_m = 11 + 0,4 = 11,4 \text{ kW}$ . Puterea electromagnetică este  $P = P_M / (1 - s_n) = 11,4 / (1 - 0,04) = 11,875 \text{ kW}$  și pierderile Joule în rotor sunt date de relația  $P_{J2} = s_n P = 0,475 \text{ kW}$ .

Puterea  $P_1$ , absorbită de motor și curentul  $I_1$  statoric, sunt următoarele:

$$P_1 = \frac{P_n}{\eta_n} = \frac{11}{0,87} = 12,64 \text{ kW}; \quad I_1 = \frac{P_1}{3U_{1f} \cos\phi_{1n}} = \frac{12640}{2 \cdot 220 \cdot 0,84} = 22,8 \text{ A}$$

Pierderile Joule în înfășurarea statorică, precum și rezistența statorică pe fază se deduc astfel:

$$P_{J1} = P_1 - P_{Fe} - P = 12640 - 300 - 11875 = 465 \text{ W}; \quad R_1 = \frac{P_{J1}}{3 \cdot I_1^2} = \frac{465}{3 \cdot 22,8^2} = 0,3 \, \Omega.$$

### PROBLEMA 2.5

Un motor asincron trifazat are  $f_n = 50 \text{ Hz}$ ;  $2p = 4$  poli, factorul de suprasarcină  $k_m = M_m/M_n = 2,2$ ;  $P_n = 5 \text{ kW}$ ; puterea electromagnetică în regim nominal  $P = 5,5 \text{ kW}$ ; pierderile de frecare și ventilație  $P_m = 150 \text{ W}$ . Să se determine alunecarea critică  $s_m$ , cuplul nominal  $M_n$ , și cuplul de pornire  $M_p$  al motorului.

*Soluție:* Aplicăm relația (2.16), scrisă pentru regimul nominal în care se înlocuiește  $P_{J2} = sP$ . Această relație permite determinarea alunecării nominale  $s_n$ :

$$s_n = \frac{P - P_n - P_m}{P} = \frac{5500 - 5000 - 150}{5500} = 0,0636$$

Se aplică formula lui Kloss pentru regimul nominal și avem:

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{2}{\frac{s_n + s_m}{s_m} + \frac{s_m}{s_n}} \Rightarrow \frac{1}{2,2} = \frac{2}{\frac{0,0636}{s_m} + \frac{s_m}{0,0636}} \Rightarrow s_{m1} = 0,155; \quad s_{m2} = 0,404$$

Valoarea convenabilă a alunecării critice este de (2,5... 4) ori mai mare decât valoarea nominală, adică  $s_m = 0,155$ .

Cuplul nominal este  $M_n = P_n / (2\pi n_n) = 34 \text{ Nm}$ . Cuplul de pornire se deduce tot din formula lui Kloss aplicată pentru regimul de pornire ( $s = 1$ ) în care se introduce cuplul maxim dat de relația  $M_m = k_m M_n = 2,2 \cdot 34 = 74,8 \text{ Nm}$ ;  $M_p / 74,8 = 2 / (s_m + 1/s_m)$ , din care rezultă  $M_p = 22,64 \text{ Nm} < M_n$ . Deci, motorul calculat mai sus nu poate porni direct la cuplul nominal. Din această cauză se folosește un reostat de pornire care mărește cuplul de pornire și micșorează curentul de pornire.

### PROBLEMA 2.6

Pe plăcuța indicatoare a unui motor asincron trifazat, cu rotorul bobinat, sunt trecute următoarele *date nominale*:  $P_n = 0,75 \text{ kW}$ ;  $U_n = 220/380 \text{ V}$  ( $\Delta/Y$ ):  $f_n = 50 \text{ Hz}$ ;  $n_n = 1385 \text{ rot/min}$ ;  $I_n = 3,6/2,08$  ( $\Delta/Y$ );  $\cos\varphi_n = 0,76$ ; capacitatea de suprasarcină  $k_m = M_{\max}/M_n = 2,6$ . Ce alte elemente se mai pot afla cu datele de pe plăcuță? Se precizează că, dacă valoarea capacității de suprasarcină nu este trecută pe plăcuță, aceasta se ia din datele de catalog ale mașinii.

*Soluție:* Elementele caracteristice care se pot calcula din datele nominale sunt:

1. *Alunecarea nominală:*  $s_n = (n_1 - n_n) / n_1 = (1500 - 1385) / 1500 = 0,076$ ;

2. *Randamentul nominal:*

$$\eta_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n I_n \cos\varphi_n} = \frac{750}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 3,6 \cdot 0,76} = 0,72;$$

3. *Cuplul nominal:*  $M_n = P_n / \Omega_n = P_n / (2\pi n_n) = 750 / (2\pi \cdot 1385/60) = 5,17 \text{ Nm}$ ;

4. Suma tuturor pierderilor din motor este:

$$\Sigma P = P_{1n} - P_n = \sqrt{3} U_n I_{1n} \cos \varphi_n - P_n = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 3,6 \cdot 0,76 - 750 = 291 \text{ W};$$

5. Alunecarea critică:  $s_m$ , corespunzătoare cuplului maxim  $M_{m1}$  se deduce cu formula lui Kloss, aplicată în regimul nominal, care se scrie:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{M_n}{M_{m1}} = \frac{2}{\frac{s_m + s_n}{s_n} + \frac{s_n}{s_m}} \Rightarrow s_m = s_n (k_m \pm \sqrt{k_m^2 - 1}), \Rightarrow s_m = s_n (k_m + \sqrt{k_m^2 - 1})$$

care, după înlocuirea datelor numerice, conduce la valoarea  $s_m = 0,383$ ;

6. Cuplul maxim:  $M_{m1}$ , se determină astfel :  $M_{m1} = k_m M_n = 2,6 \cdot 5,17 = 13,44 \text{ Nm}$ ;

7. Cuplul de pornire:  $M_p$ , se determină din formula lui Kloss scrisă la pornire:

$$\frac{M_p}{M_{m1}} = \frac{2}{\frac{1}{s_m} + s_m} \Rightarrow M_p = \frac{2 M_{m1} s_m}{s_m^2 + 1} = \frac{2 \cdot 13,44 \cdot 0,383}{0,383^2 + 1} = 8,98 \text{ Nm} > M_n;$$

## PROBLEMA 2.7

Un motor asincron trifazat de putere nominală  $P_n = 7 \text{ kW}$ , tensiune nominală  $U_n = 3 \times 380 \text{ V}$  (conexiune stea pe stator), frecvență nominală  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ , turație nominală  $n_n = 2910 \text{ rot/min}$  are rezistența înfășurării statorice  $R_1 = 0,6 \Omega$ , reactanța  $X_{\sigma 1} = 1,3 \Omega$ , și pierderile mecanice  $P_m = 180 \text{ W}$ . La încercarea de mers în gol, la tensiune nominală s-au măsurat  $P_{10} = 396 \text{ W}$  și  $I_{10} = 4,07 \text{ A}$ , iar la încercarea în scurtcircuit la tensiunea  $U_{1k} = 80 \text{ V}$  s-au măsurat  $P_{1k} = 850 \text{ W}$  și  $I_{1k} = 14 \text{ A}$ . Să se determine: a. frecvența curenților rotorici și puterea electromagnetică; b. parametrii schemei echivalente; c. cuplul nominal  $M_n$ , cuplul maxim  $M_m$ , alunecarea critică  $s_m$  și cuplul de pornire  $M_p$ .

**Soluție:** a. Alunecarea nominală  $s_n$ , frecvența curenților rotorici  $f_2$ , puterea mecanică  $P_M$  și puterea electromagnetică  $P$ , se determină astfel:

$$s_n = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{3000 - 2910}{3000} = 0,03; \quad f_2 = s f_1 = 0,03 \cdot 50 = 1,5 \text{ Hz};$$

$$P_M = P_n + P_m = 7000 + 180 = 7180 \text{ W}; \quad P = \frac{P_M}{1 - s_n} = \frac{7180}{1 - 0,03} = 7402 \text{ W}$$

b. Se determină pierderile în fier  $P_{Fe}$  și rezistența corespunzătoare acestora  $R_w$ :

$$P_{Fe} = P_{10} - 3 R_1 I_{10}^2 - P_m = 396 - 3 \cdot 0,6 \cdot 4,07^2 - 180 = 186 \text{ W}; \quad R_w = \frac{3(U_n / \sqrt{3})^2}{P_{Fe}} = 775 \Omega$$

Factorul de putere  $\cos \varphi_{10}$ , reactanța de magnetizare  $X_\mu$ , rezistența de scurtcircuit  $R_k$ , impedanța  $Z_k$ , reactanța de dispersie  $X_{\sigma k}$  și factorul  $c$ , se determină astfel:

$$\cos \varphi_{10} = \frac{P_{10}}{\sqrt{3} U_n I_{10}} = 0,148; \quad X_\mu = \frac{U_{1f}}{I_\mu} = \frac{U_n / \sqrt{3}}{I_{10} \cdot \sin \varphi_{10}} = 54 \Omega;$$

$$R_k = R_1 + cR'_2 = \frac{P_{1k}}{3 \cdot I_{1k}^2} = 1,446 \Omega; \Rightarrow cR'_2 = R_k - R_1 = 0,846 \Omega; Z_k = \frac{U_{1f}}{I_{1k}} = 3,3 \Omega;$$

$$X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + cX'_{\sigma 2} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 2,97 \Omega; c \cong 1 + \frac{X_{\sigma 1}}{X_{\mu}} = 1 + \frac{1,3}{54} = 1,024;$$

c. Cuplul nominal  $M_n$ , cuplul maxim  $M_m$ , alunecarea critică  $s_m$  și cuplul de pornire  $M_p$ , se calculează astfel:

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = 22,98 Nm;$$

$$M_m = \frac{3 \cdot U_{1f}^2}{2c\Omega_1 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}]} = \frac{3 \cdot (380/\sqrt{3})^2}{2 \cdot 1,024 \cdot 100\pi \cdot [0,6 + \sqrt{0,6^2 + 2,97^2}]} = 61,83 Nm;$$

$$s_m = \frac{cR'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}} = 0,279; M_p = \frac{3 \cdot U_{1f}^2}{\Omega_1} \cdot \frac{R'_2}{R_k^2 + X_{\sigma k}^2} = 34,8 Nm$$

### PROBLEMA 2.8

Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat are următoarele date caracteristice:

$R_1 = R'_2 = 1 \Omega$ ;  $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = 3 \Omega$ ;  $s_n = 4\%$ ;  $k_m = M_m/M_n = 2,5$ ;  $w_1 k_{w1}/w_2 k_{w2} = 1,8$ . Mașina merge ca motor și trebuie să frâneze contracurent așa încât cuplul său să nu depășească, în timpul frânării, dublul cuplului nominal, iar cuplul minim în timpul frânării, să nu fie mai mic decât cuplul nominal. Frânarea începe de la alunecarea  $s_n$ . Să se determine rezistența de frânare  $R_F$ , inserată în rotor, pentru a realiza frânarea.

**Soluție:** În momentul inversării celor două faze statorice, când se trece de la regimul de motor la cel de frânare contracurent, alunecarea corespunzătoare regimului de frână este  $s_f = 2 - s = 1,96$ . Aplicând formula lui Kloss, se poate deduce alunecarea critică în regimul de frânare  $s_{kf}$ , cu relația:

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2}{\frac{s_f}{s_{kf}} + \frac{s_{kf}}{s_f}}, \text{ unde } M = 2M_n \text{ iar } M_m = 2,5M_n; \Rightarrow s_{kf} = 3,92$$

Din expresia alunecării critice  $s_{kf}$ , unde se pune  $c = 1$ , se deduce valoarea rezistenței  $R_F$  raportată și neraportată:

$$s_{kf} = \frac{R'_2 + R_F}{\sqrt{(R_1^2 + (X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2})^2)}} = \frac{1 + R_F}{\sqrt{1 + 36}} \Rightarrow R'_F = 22,8 \Omega, R_F = \frac{R'_F}{1,8^2} = 7,04 \Omega$$

Să determinăm cuplul minim în perioada frânării. Acesta se obține pentru  $s = 1$  și se calculează folosind formula lui Kloss:

$$\frac{M_p}{M_m} = \frac{2}{\frac{1}{s_{kf}} + s_{kf}} \Rightarrow \frac{M_p}{M_m} = 0,479 \Rightarrow M_p = 0,479 \cdot 2,5M_n = 1,19M_n$$

Deci, cuplul de pornire minim este  $1,19 M_n$  și prin urmare se îndeplinește condiția problemei. Rezistența de frânare are o singură treaptă.

### PROBLEMA 2.9

Un motor asincron are cuplul maxim  $M_m$ , alunecarea critică  $s_m$ , momentul de inerție  $J$ , alunecarea de mers în gol  $s_0$  și viteza unghiulară de sincronism  $\Omega_1$ . Să se determine timpul de pornire în gol al motorului  $T_{po}$ .

*Soluție:* Ecuația dinamică de mișcare a motorului este următoarea:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M - M_r = M; \quad (M_r = 0, \text{ motorul fiind în gol})$$

Cuplul electromagnetic  $M$  se deduce din formula lui Kloss, iar  $d\Omega/dt$  o aflăm din relația  $\Omega = \Omega_1(1 - s)$ , prin derivare:

$$M = \frac{2M_m}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}}; \quad \frac{d\Omega}{dt} = -\Omega_1 \frac{ds}{dt}$$

Înlocuim relațiile de mai sus, în ecuația de mișcare și integrăm ecuația cu variabile separabile obținută:

$$-J\Omega_1 \frac{ds}{dt} = \frac{2M_m}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}}; \quad \int_0^{T_{po}} dt = \int_{s_i=1}^{s_0} \left( -\frac{J\Omega_1}{2M_m} \right) \left( \frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} \right) ds$$

După efectuarea integralei se obține expresia timpului de pornire în gol

$$T_{po} = \frac{J\Omega_1}{2M_m} \left( \frac{1-s_0^2}{2s_m} - s_m \ln s_0 \right)$$

### PROBLEMA 2.10

Un motor asincron cu momentul de inerție  $J$  și cu viteza de sincronism  $\Omega_1$  pornește în gol. Să se determine cantitatea de căldură disipată în rotor în perioada pornirii, considerând alunecarea de mers în gol  $s_0 = 0$ .

*Soluție:* Puterea dezvoltată în rotor în perioada pornirii se calculează cu relația  $P_{J2} = sP = sM\Omega_1$ . Pentru pornirea în gol cuplul rezistent  $M_r = 0$ , deci din ecuația de mișcare se poate deduce cuplul electromagnetic  $M$ :

$$M = J \frac{d\Omega}{dt} = -J\Omega_1 \frac{ds}{dt}$$

Se calculează energia degajată în rotor prin integrarea pierderilor Joule rotorice:

$$W_2 = \int_{s=1}^{s=0} P_{J2} dt = \int_1^0 s \left( -J\Omega_1 \frac{ds}{dt} \right) \Omega_1 dt = J\Omega_1^2 \int_0^1 s ds = \frac{J\Omega_1^2}{2}$$

Prin urmare, energia pierdută în înfășurarea rotorică în perioada pornirii este egală cu energia cinetică a maselor rotorice în mișcare.

## PROBLEMA 2.11

Un motor asincron trifazat are datele:  $R_1 = R'_2 = 0,2 \Omega$ ,  $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = 0,65 \Omega$ ,  $X_\mu = 30 \Omega$ ,  $p = 3$  perechi de poli,  $U_{1f} = 220 \text{ V}$ ,  $f_1 = 50 \text{ Hz}$ ,  $P_{Fe} = 0$ . **a.** Să se determine cuplul electromagnetic maxim, alunecarea critică, alunecarea și turația, la un cuplu rezistent (inclusiv cuplul de frecări)  $M_s = 220 \text{ Nm}$ ; **b.** Dacă  $f_1$  scade la  $f'_1 = 10 \text{ Hz}$  cu respectarea condiției  $U_1/f_1 = \text{const.}$ , care este cuplul electromagnetic maxim în noul regim? **c.** Cât trebuie să fie tensiunea  $U_1$  pentru ca la  $f'_1 = 10 \text{ Hz}$ , cuplul electromagnetic maxim să fie același ca la punctul a. Cât sunt alunecarea și turația motorului în acest caz, la cuplu rezistent de  $220 \text{ Nm}$ ?

**Soluție:** **a.** Folosim formula cuplului maxim al motorului:

$$M_{m1} = \frac{3U_{1f}^2}{2c \cdot \frac{2\pi f_1}{p} \cdot \left[ R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + cX'_{\sigma 2})^2} \right]}, \quad c \approx 1 + \frac{X_{\sigma 1}}{X_\mu} = 1,02 \Rightarrow M_{m1} = 445 \text{ Nm}$$

Alunecarea critică obținută cu datele numerice indicate are valoarea  $s_m = 0,153$ . Alunecarea  $s$  corespunzătoare cuplului  $M_s = 220 \text{ Nm}$  se află cu relația lui Kloss:

$$\frac{M_s}{M_{m1}} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}} \Rightarrow s_1 = 0,0374 \text{ și } s_2 = 0,88; \text{ se alege } s = 0,0374$$

iar turația se determină cu relația  $n = 1000(1-s) = 963 \text{ rot/min.}$

**b.** Calculăm tensiunea  $U'_1$  corespunzătoare frecvenței  $f'_1$ :  $U'_1 = U_{1f} f'_1 / f_1 = 44 \text{ V}$ .

Cuplu electromagnetic maxim calculat în noua situație va avea expresia:

$$M'_{m1} = \frac{3R'_2 (U')^2}{2c\Omega_1 \frac{f'_1}{f_1} \left[ R_1 + \sqrt{R_1^2 + \left( \frac{f'_1}{f_1} \right)^2 (X_{\sigma 1} + cX'_{\sigma 2})^2} \right]} = 51,3 \text{ Nm}$$

În consecință, motorul nu poate funcționa în această situație deoarece  $M_s > M'_m$ .

**c.** Pentru ca, la frecvența  $f'_1 = 10 \text{ Hz}$ , cuplul maxim să păstreze valoarea de la punctul a), trebuie ca tensiunea  $U_1$  să se modifice la valoarea  $U''_1$  calculată astfel:

$$\frac{M'_m}{M_m} = \left( \frac{U'_1}{U''_1} \right)^2 \Rightarrow U''_1 = U'_1 \sqrt{\frac{M_m}{M'_m}} = 130 \text{ V}$$

La această tensiune și la cuplu rezistent  $M_s = 220 \text{ Nm}$ , alunecarea motorului  $s'$  va rezulta din ecuația:

$$220 = \frac{3 \cdot 0,2 \cdot 130^2}{s' \cdot 104,7 \cdot \frac{10}{50} \left[ (0,2 + 1,02 \cdot 0,2/s')^2 + (10/50)^2 \cdot (0,65 + 1,02 \cdot 0,65)^2 \right]} \Rightarrow s' = 0,219$$

Turația  $n = 1000 \cdot (10/50) \cdot (1 - 0,219) = 156 \text{ rot/min.}$  De remarcat că, la noua frecvență  $f'_1 = 10 \text{ Hz}$ , alunecarea  $s'$  este mult mai mare decât în cazul funcționării la



aceiași cuplu rezistent la  $f_1 = 50$  Hz. Aceasta ne conduce la concluzia că la frecvențe reduse, caracteristica mecanică a motorului devine mai puțin dură, iar randamentul motorului scade, crescând pierderile în înfășurarea rotorică.

### PROBLEMA 2.12

Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat are datele nominale  $P_n = 7,5$  kW,  $n_n = 1445$  r/min,  $R_1 = 0,6 \Omega$ ,  $R'_2 = 0,21 \Omega$ ,  $X_{\sigma k} = 1,8 \Omega$ , raportul de transformare  $k = 2,1$  și capacitatea de suprasarcină  $\lambda = M_m/M_n = 2,095$ . La pornire, motorul trebuie să aibă  $M_p = 1,6 M_n$ . Să se calculeze rezistența totală  $R_{2s}$  în rotor, raportată și neraportată.

*Soluție:* Alunecările critice  $s_k$  și  $s_{kr}$  (pentru rezistența  $R_{2s}$  în rotor) se deduc astfel:

$$s_k = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}} = \frac{0,21}{\sqrt{0,6^2 + 1,8^2}}; s_{kr} = \frac{R'_2 + R'_{2s}}{\sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}} \Rightarrow \frac{s_{kr}}{s_k} = \frac{R'_2 + R'_{2s}}{R'_2}$$

Cuplul nominal este  $M_n = P_n / (2\pi n_n) = 49,6$  Nm și cuplul maxim  $M_m = 103,8$  Nm. Din formula lui Kloss aplicată pentru regimul de pornire, rezultă alunecarea critică  $s_{kr}$ :

$$\frac{M_p}{M_m} = \frac{2}{s_{kr} + 1/s_{kr}} \Rightarrow (s_{kr})_1 = 0,232; (s_{kr})_2 = 1,076, \text{ se alege } s_{kr} = 1,076$$

Din relația de mai sus găsim valorile rezistențelor  $R'_{2s}$  raportată și  $R_{2s}$  neraportată:

$$R'_{2s} = R'_2 \cdot \frac{s_{kr}}{s_k} - R'_2 = 1,7 \Omega; R_{2s} = \frac{R'_{2s}}{k^2} = 0,385 \Omega$$

### PROBLEMA 2.13

Un motor asincron are capacitatea de suprasarcină  $k_m = M_m/M_n = 2,5$  și frecvența  $f_n = 50$  Hz. Dacă cuplul la arbore rămâne constant și egal cu cuplul nominal, să se determine capacitatea de suprasarcină a motorului în cazul când: **a.**  $f = f_n = \text{const.}$  și tensiunea la borne scade la  $U = 0,8 U_n$ ; **b.**  $U = U_n = \text{const.}$  și frecvența scade la  $f = 0,92 f_n$ .

*Soluție:* **a.** Capacitatea de suprasarcină a motorului asincron este proporțională cu raportul  $(U/f)^2$ . Deci, în cazul variației tensiunii, capacitatea de suprasarcină este:

$$k_{mU} = k_m \left( \frac{U}{U_n} \right)^2 = 2,5 \cdot (0,8)^2 = 1,6$$

**b.** În cazul variației frecvenței, capacitatea de suprasarcină variază după legea:

$$k_{mf} = k_m \left( \frac{f_n}{f} \right)^2 = 2,5 \left( \frac{1}{0,92} \right)^2 = 2,95$$

## CAPITOLUL 3

### MAȘINA SINCRONĂ

#### 3.1. GENERALITĂȚI

Mașina sincronă este o mașină electrică de curent alternativ cu câmp magnetic învârtitor, la care turația rotorului este egală cu turația câmpului magnetic învârtitor, indiferent de valoarea sarcinii.

Mașina sincronă poate funcționa în regim de *generator* sau în regim de *motor*, nefiindu-i caracteristic regimul de frână. De asemenea, mașina sincronă se folosește pe scară largă și în regim de *compensator* sincron (motor sincron supraexcitat, funcționând în gol), caz în care compensează energia reactivă a rețelei de alimentare.

Pentru mașina sincronă, *inductorul* (partea care creează câmpul magnetic) este rotorul, iar *indusul* (partea în care se induce t.e.m.) este statorul. Acest tip constructiv de mașină sincronă este cel mai folosit și se numește mașină sincronă *de construcție normală* sau directă. Mai rar, se construiesc și mașini sincrone *de construcție inversată*, la care inductorul este statorul, iar indusul este rotorul (ca la mașina asincronă sau de curent continuu).

#### 3.2. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE MAȘINII SINCRONE

Ca orice mașină electrică rotativă, mașina sincronă este formată din două părți constructive de bază: statorul și rotorul.

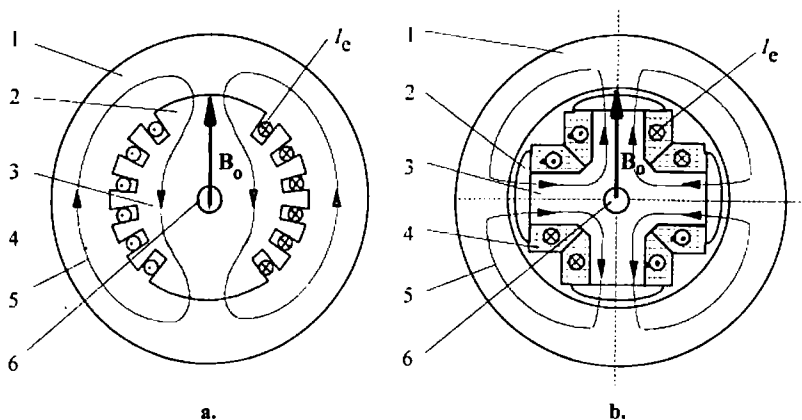
*Statorul* este partea fixă a mașinii, fiind constituit, ca și la mașina asincronă, din aceleași părți: miezul feromagnetic statoric și înfășurarea statorică. În plus, statorul mai include și carcasa mașinii împreună cu elementele ei caracteristice (tâlpi de fixare, scuturi laterale etc.).

*Miezul feromagnetic statoric* se execută din tole sau segmente de tole, ștanțate din tablă silicioasă, izolate cu lacuri sau cu oxizi ceramici. Tolele se împachetează în interiorul carcasei, iar miezul se consolidează cu tole marginale de grosime mai mare. În cazul mașinilor sincrone de putere mare, miezul feromagnetic statoric se realizează din mai multe pachete de tole de aproximativ 5 cm grosime, între pachete prevăzându-se canale radiale de răcire.

*Înfășurarea statorică* se construiește uzual în varianta trifazată și este uniform repartizată în creștăturile statorice. Materialul conductor din care se execută înfășurarea este cuprul de secțiune circulară sau dreptunghiulară. La generatoarele sincrone trifazate, înfășurarea statorică se conectează în *stea*, pentru a se evita închiderea armonicilor curentului de ordinul 3 sau multiplu de 3, precum și apariția unor armonici de același ordin în curba tensiunii de fază.

*Rotorul* mașinii sincrone de construcție normală se deosebește fundamental de rotorul mașinii asincrone și este constituit, în principal, din miezul rotoric și din înfășurarea rotorică. După construcția miezului rotorului, se deosebesc *mașini sincrone cu poli înecați* și *mașini sincrone cu poli aparenti*.

*Mașinile cu poli înecați* se construiesc uzual ca mașini bipolare și au viteza rotorică periferică mare (Fig. 3.1.a). Acest tip de mașină rezistă bine la acțiunea forțelor centrifuge care solicită rotorul din punct de vedere mecanic și se numește mașină de tip *turboalternator*, care se realizează de obicei cu axul orizontal, fiind antrenată de o turbină cu abur. Pentru a avea forțe centrifuge cât mai reduse, turboalternatoarele au lungimea rotorului mare și diametrul mic. Miezul rotoric al mașinii cu poli înecați este construit din oțel masiv și se realizează uzual prin turnare. În miezul rotoric, sunt frezate creștături radiale, repartizate uniform pe aproape 2/3 din periferia rotorului. Dacă se neglijează deschiderea creștăturilor rotorice, lărgimea întrefierului dintre stator și rotor poate fi considerată constantă.



**Fig. 3.1.** Secțiune transversală printr-o mașină sincronă: **a** - cu poli înecați; **b** - cu poli aparenti: 1 - armătură statorică; 2 - talpă polară rotorică; 3 - armătură feromagnetică rotorică; 4 - înfășurare rotorică (de excitație); 5 - linie a câmpului magnetic de excitație; 6 - ax.

*Mașinile cu poli aparenti* se construiesc ca mașini multipolare și au viteza rotorică periferică mai mică (Fig. 3.1.b). Din acest punct de vedere, mașina se construiește cu rotorul de diametru mare și lungime mică, forțele centrifuge care solicită rotorul din punct de vedere mecanic fiind mai mici. Acest tip de mașină se numește mașină de tip *hidroalternator*, care se realizează de obicei cu axul vertical, fiind antrenată de o turbină cu apă. La mașina cu poli aparenti, întrefierul dintre stator și rotor nu mai este constant; în dreptul polilor inductori, întrefierul este mic, iar în spațiul dintre poli întrefierul este mare. Mașina sincronă cu poli aparenti este anizotropă din punct de vedere magnetic.

*Înfășurarea de excitație* (rotorică) a mașinii sincrone cu poli înecați se realizează din bobine repartizate în creștăturile rotorului, iar a mașinii cu poli aparenti se realizează din bobine concentrate așezate pe polii inductori și înseriate astfel încât să formeze poli magnetici alternați. Înfășurarea de excitație este parcursă de curentul continuu de excitație  $I_e$ , care creează, la rândul lui, câmpul magnetic de excitație de inducție  $B_0$  (Fig. 3.1), câmp fix față de rotor și învârtitor față de stator (a se vedea paragraful 2.3.c.).

La mașinile sincrone de putere mijlocie și mare, în piesele polare de pe partea dinspre întrefier, sunt prevăzute creștături în care se plasează un sistem de bare scurtcircuitate la capete, ce pot fi privite ca elemente ale unei colivii rotorice, asemănătoare unei colivii de mașină asincronă, colivie care are rol important la pornirea în asincron a motoarelor sincrone sau la amortizarea pendulațiilor rotorului, fiind denumită, din această cauză, *colivie de pornire și amortizare*.

Legătura dintre înfășurarea rotorică și exterior se realizează prin intermediul contactelor alunecătoare perie - colector. Capetele înfășurării rotorice sunt legate la două inele colectoare, fixate la unul din extremitățile axului. Periile care calcă pe inele asigură legătura între sursa exterioară de curent continuu și înfășurarea de excitație.

### 3.3. DOMENII DE UTILIZARE, DATE NOMINALE, SIMBOLIZARE

Mașinile sincrone pot funcționa în regim de generator când primesc energie mecanică la arbore și o transformă, prin intermediul câmpului magnetic de excitație, în energie electrică, cedată rețelei pe la borne, sau pot funcționa în regim de motor, când primesc energie electrică de la rețeaua de c.a. și o transformă în energie mecanică, cedată la ax mecanismului antrenat.

#### 3.3.1. DOMENIILE DE UTILIZARE ALE MAȘINII SINCRONE

*a. Generatoarele sincrone*, numite și alternatoare, au cea mai mare răspândire, fiind utilizate practic, în exclusivitate pentru producerea energiei electrice de c.a. Acestea echipează în prezent centralele electrice racordate la sistemele energetice sau centralele electrice cu rețele proprii. Generatoarele sincrone antrenate de turbine hidraulice (hidrogeneratoare) se realizează, în funcție de potențialul hidroenergetic al apelor curgătoare, cu puteri de la câteva zeci de kVA la câteva sute de MVA și tensiuni între 400 V și 25 kV. Generatoarele sincrone antrenate de turbine cu abur (turbogeneratoare) se utilizează până la puterea de 1200 MVA și până la tensiunea de 30 kV. Generatoarele sincrone antrenate de motoare Diesel formează *grupurile electrogene* care se construiesc pentru puteri de la câteva sute de wați la puteri de ordinul megawaților. Ele se utilizează ca surse de energie în locurile în care nu sunt rețele electrice sau ca grupuri de intervenție în cazul întreruperii alimentării cu energie electrică a unor obiective de importanță mare (spitale, teatre, instituții publice sau oficiale etc.).

*b. Motoarele sincrone* sunt competitive în raport cu motoarele asincrone numai la puteri de peste 100 kW și turații sub 1000 rot/min, când funcționează la factor de putere dorit sau când sunt utilizate pentru compensarea locală a factorului de putere. În prezent, s-au realizat motoare sincrone cu puteri de până la 20 MVA și tensiuni de alimentare de până la 10 kV. Ele prezintă dezavantajul că necesită o sursă de c.c. pentru excitație, iar pornirea este mai dificilă. Totodată, nu sunt recomandate în scheme de acționare cu variații bruște de sarcină. De aceea, sunt folosite la antrenarea pompelor, a ventilatoarelor, a turbosuflantelor, a concasoarelor, a elicelor de propulsie ale navelor și, în general, a mecanismelor la care cuplul crește odată cu turația. Motoarele sincrone cu puteri mai mici sunt utilizate în instalațiile de automatizare, la dispozitivele de cronometrare și de înregistrare, în cinematografie.

*c. Compensatoarele sincrone* sunt mașini sincrone construite special pentru a produce numai putere reactivă, în scopul îmbunătățirii factorului de putere al rețelilor, având același rol cu bateriile de condensatoare. Ele sunt motoare sincrone cu poli aparenti, puternic supraexcitate, care funcționează în gol. Spre deosebire de motoarele sincrone obișnuite, compensatoarele sincrone au axul mai subțire și înfășurarea de excitație mai voluminoasă. Compensatoarele sincrone prezintă avantaje față de bateriile de condensatoare prin faptul că permit un reglaj continuu al puterii reactive, precum și al tensiunii rețelei locale, tensiune care variază cu sarcina și cu caracterul ei. Compensatoarele sincrone se realizează pentru tensiuni de până la 25 kV și puteri de până la 200 MVar.

Pagină lipsă

Pagină lipsă

același timp, rotorul este antrenat de motorul primar cu o viteză unghiulară constantă  $\Omega$ , într-un sens dat, motor care dezvoltă la arbore cuplul activ  $M_a$ . Fie că rotorul are poli aparenti, fie că are poli înecați, înfășurarea de excitație parcursă de curentul  $I_e$  produce un câmp magnetic învârtitor de natură mecanică, numit *câmp magnetic de excitație* (inductor), care are expresia (2.7):

$$b_o(\alpha_s, t) = B_{om} \cos(\omega t - p\alpha_s) \quad (3.1)$$

în care  $\omega = p\Omega$ ,  $p$  fiind numărul de perechi de poli ai înfășurării. Acest câmp magnetic produce, în înfășurările statorice fixe, fluxuri magnetice variabile în timp. În faza de referință (de exemplu faza U), fluxul magnetic este sinusoidal, de pulsație  $\omega$ , de expresie:

$$\Phi_o = \Phi_{om} \cos \omega t \quad (3.2)$$

Fluxul  $\Phi_o$  induce în faza de referință o t.e.m. de aceeași pulsație  $\omega$ , defazată cu  $\pi/2$  în urma fluxului, având expresia:

$$e_o(t) = E_o \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad (3.3)$$

Dacă fazele statorului sunt conectate pe o împedanță de sarcină sau la o rețea de putere infinită, atunci prin înfășurările U, V, W ale indusului vor circula curenții:

$$\begin{aligned} i_U(t) &= I \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varepsilon); \\ i_V(t) &= I \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varepsilon - \frac{2\pi}{3}); \\ i_W(t) &= I \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varepsilon - \frac{4\pi}{3}). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Sistemul trifazat de curenți (3.4) va da naștere unui câmp magnetic învârtitor de natură electrică (a se vedea paragraful 2.3.a), numit câmp magnetic de reacție a indusului, care are aceeași viteză unghiulară  $\Omega$  cu a câmpului magnetic învârtitor de excitație. Câmpul magnetic de reacție are expresia:

$$b_a(\alpha_s, t) = B_{am} \cos(\omega t - p\alpha_s - \frac{\pi}{2} - \varepsilon) \quad (3.5)$$

Cele două câmpuri magnetice învârtitoare, de excitație și de reacție, se compun și dau un câmp magnetic rezultat:

$$b(\alpha_s, t) = b_o(\alpha_s, t) + b_a(\alpha_s, t) \quad (3.6)$$

Vectorii câmpurilor magnetice, care apar în relația (3.6), se reprezintă într-un plan așa cum se arată în Fig. 3.3.a. Aceste câmpuri magnetice învârtitoare au aceeași viteză unghiulară  $\Omega$ . În regim de generator sincron, câmpul magnetic de excitație se află înaintea câmpului magnetic rezultat cu unghiul  $\delta$ . Acest unghi este de o mare importanță în teoria mașinii sincrone și se numește *unghiul intern* al mașinii. Deoarece direcția câmpului magnetic de excitație coincide cu axa polului rotoric, se poate considera că *unghiul intern al mașinii sincrone este unghiul dintre axa polului rotoric și direcția câmpului magnetic rezultat din mașină*. Unghiul intern se mai numește unghi de sarcină.

Axa polului rotoric se mai numește *axă longitudinală* a mașinii [notată cu ( $d$ ) în Fig. 3.3]. În cvadratură electrică cu axa longitudinală, se găsește axa interpolară sau *axa transversală* a mașinii [notată cu ( $q$ ) în Fig. 3.3].

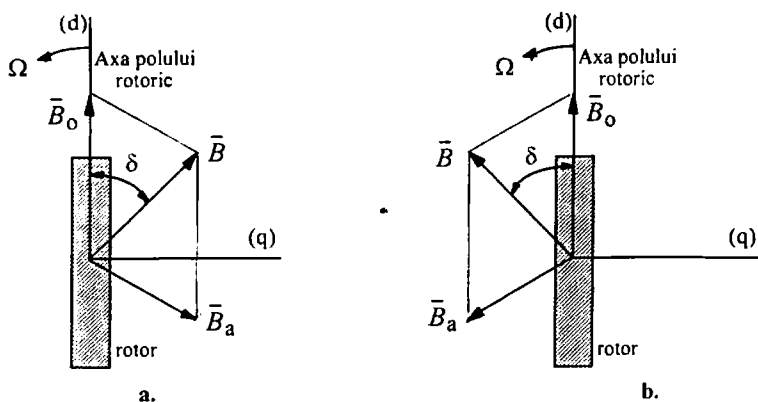


Fig. 3.3. Câmpurile magnetice învârtitoare din mașina sincronă:  
a – pentru generatorul sincron; b – pentru motorul sincron.

Puterea mecanică  $P_1$ , primită de generator la arbore, este  $P_1 = M_a \Omega$ . Cea mai mare parte a acestei puteri (mai puțin pierderile care se produc în mașină) este transformată în putere electrică  $P_2 = 3UI \cos \varphi$  prin intermediul fenomenului de conversie electromecanică. Încărcarea generatorului cu putere activă duce la mărirea unghiului intern  $\delta$ . Ieșirea din sincronism a generatorului se produce atunci când unghiul intern ia valoarea critică ( $90^\circ$  la mașina cu poli înecați) și se manifestă prin ambalarea rotorului peste turația nominală.

*Bilanțul de puteri active* al generatorului sincron se poate face pornind de la puterea  $P_1 = M_a \Omega$ , absorbită de generator de la motorul primar. Din această putere, o parte  $P_m$  se pierde sub formă de pierderi mecanice de frecare și ventilație și o altă parte  $P_e$  se pierde pentru excitarea generatorului. Cea mai mare parte din puterea  $P_1$  trece din rotor în stator prin întrefier (prin câmp electromagnetic). Aceasta se numește *putere electromagnetică*  $P$  a mașinii în regim de generator și se definește de relația  $P = -M\Omega$ , în care  $-M$  este cuplul electromagnetic al generatorului, semnul minus arată faptul că este un cuplu rezistent, caracteristic oricărui generator.

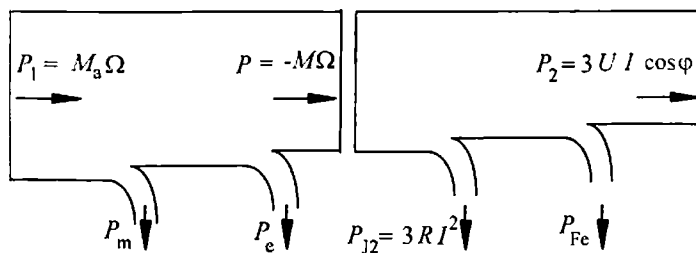


Fig. 3.4. Bilanțul de puteri active al generatorului sincron.

Putem scrie relația:  $P_1 = M_a \Omega = P_m + P_e + P$ , unde  $P = -M\Omega > 0$ . Din puterea  $P$ , ajunsă în stator, o parte  $P_{J2}$  se pierde sub formă de pierderi Joule în înfășurarea statorică, o altă parte  $P_{Fe}$  se pierde în fierul statoric și cea mai mare parte  $P_2 = 3UI \cos \varphi$  se transmite sarcinii generatorului. În armătura feromagnetică a rotorului, nu se produc



pierderi în fier, deoarece fluxul magnetic rotoric este constant. Putem scrie relația de bilanț a puterilor active pentru generatorul sincron astfel:

$$P = P_{J2} + P_{Fe} + P_2 \Rightarrow P_1 = P_m + P_e + P_{J2} + P_{Fe} + P_2 \quad (3.7)$$

Ecuția (3.7) se poate ilustra sugestiv în diagrama de bilanț energetic din Fig. 3.4.

### 3.4.2. MOTORUL SINCRON

Regimul de motor sincron se poate obține, de exemplu, pornind de la regimul de generator sincron conectat la o rețea de putere infinită, căruia i se decuplează motorul primar de antrenare. În această situație, rotorul mașinii rămâne în continuare sincron cu câmpul magnetic învârtitor rezultat, dar trece, odată cu decuplarea motorului primar, în urma acestui câmp, unghiul intern  $\delta$  schimbându-și semnul (Fig.3.3.b). Ieșirea motorului din sincronism, la încărcarea puternică în sarcină a acestuia, este echivalentă cu rămânerea în urmă a rotorului față de câmp cu un unghi intern mai mare decât cel critic, care duce în final la oprirea motorului.

Așadar, în regim de generator sincron, rotorul mașinii este înaintea câmpului învârtitor cu unghiul intern  $\delta$  și ieșirea din sincronism duce la ambalarea rotorului la turații mari, iar în regim de motor sincron, câmpul magnetic învârtitor este înaintea rotorului cu unghiul intern  $\delta$ , ieșirea din sincronism ducând la oprirea rotorului.

În ambele regimuri energetice, de generator sau motor, rotorul este sincron cu câmpul magnetic învârtitor rezultat, înainte aflându-se elementul care constituie cauza producerii conversiei electromecanice a energiei: rotorul, antrenat de motorul primar, la generatorul sincron, respectiv câmpul magnetic învârtitor rezultat, creat de rețeaua de alimentare, la motorul sincron. Mașina sincronă nu poate funcționa în regim de frână.

Bilanțul de puteri active al motorului sincron se deduce asemănător cu bilanțul de puteri al generatorului sincron și este prezentat în Fig. 3.5.

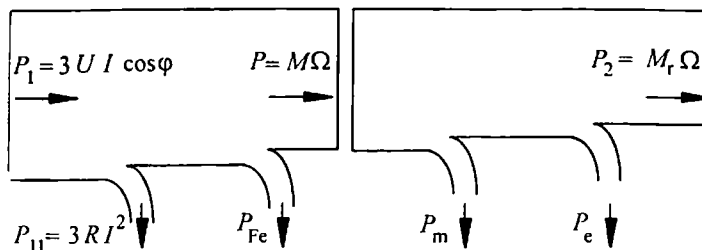


Fig. 3.5. Bilanțul de puteri active al motorului sincron.

Cu  $M_r$  s-a notat cuplul rezistent de la arborele motorului sincron, iar indicele 1 a fost folosit pentru a indica mărimile statorice (primare).

## 3.5. TEORIA GENERATORULUI SINCRON CU POLI ÎNECAȚI

### 3.5.1. MĂRIMI COMPLEXE

În acest paragraf se va prezenta teoria generatorului sincron în regimul staționar de funcționare. Generatorul sincron cu poli înecați are ecuațiile de funcționare mai simple decât ale generatorului cu poli aparenți. Din acest motiv, se studiază întâi teoria generatorului sincron cu poli înecați, urmând ca după aceea să se aducă completări

și teoriei generatorului cu poli aparenti. În cazul de față, se pornește de la rezultatele obținute în paragraful 3.4.1.

Fie  $\Omega$  viteza unghiulară a rotorului și  $I_e$  curentul de excitație constant al mașinii, care creează câmpul magnetic învârtitor din mașină.

Definim *curentul de excitație raportat*  $I'_e$  valoarea alternativă a unui sistem trifazat simetric de curenți fictivi care dacă ar parcurge înfășurarea trifazată statorică ar crea același câmp magnetic învârtitor ca și înfășurarea rotorică reală. Acest curent este proporțional cu curentul de excitație real  $I_e$  și cu raportul numerelor de spire ale înfășurărilor:

$$I'_e = k \cdot I_e \cdot \frac{w_e}{w_l} \quad (3.8)$$

în care  $k$  este o constantă constructivă a mașinii. Câmpul magnetic învârtitor de excitație  $b_o(\alpha_s, t)$  produce în faza de referință (faza U), un flux magnetic fascicular  $\Phi_o$ , dat de relația (3.2), care induce în faza de referință t.e.m.  $e_o(t)$  dată de relația (3.3). Toate mărimile instantanee definite mai sus sunt sinusoidale și de aceea se poate folosi reprezentarea acestora în complex simplificat.

Dacă  $L_l$  este inductivitatea ciclică proprie a statorului, atunci valoarea efectivă a t.e.m. indusă la mersul în gol al mașinii (de câmpul magnetic învârtitor inductor) este:

$$\underline{E}_o = -j\omega L_l \underline{I}'_e \quad (3.9)$$

În cazul în care înfășurarea statorică este conectată pe o sarcină (sau pe o rețea), atunci prin aceasta va circula sistemul trifazat de curenți  $i_U, i_V, i_W$ , dat de relațiile (3.4), sistem care creează un câmp magnetic învârtitor de reacție  $b_a$ , a cărui expresie este dată de relația (3.5).

Câmpul magnetic învârtitor de reacție produce, prin spirele fazei statorice de referință, fluxul magnetic fascicular:

$$\Phi_a = \Phi_{am} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varepsilon) \quad (3.10)$$

Se remarcă faptul că fluxul magnetic  $\Phi_a$ , în fază cu curentul  $i$ , este defazat în timp cu unghiul  $\pi/2 + \varepsilon$  față de fluxul de excitație  $\Phi_o$  și respectiv față de curentul  $I'_e$  de excitație raportat la stator. Reamintim faptul că *unghiul  $\varepsilon$  reprezintă defazajul dintre t.e.m.  $e_o$  și curentul  $i$* . Fluxului fascicular  $\Phi_a$  îi corespunde un sistem trifazat simetric de t.e.m. induse în fazele statorului, expresia t.e.m. în faza de referință fiind:

$$e_a(t) = E_a \sqrt{2} \cos(\omega t - \pi - \varepsilon) \quad (3.11)$$

În mod analog cu ecuația (3.9) se poate deduce relația fazorială dintre curentul statoric  $\underline{I}$  și t.e.m. de reacție  $\underline{E}_a$ :

$$\underline{E}_a = -j\omega L_l \underline{I} \quad (3.12)$$

Analog cu transformatorul și mașina asincronă, se pot defini fluxul magnetic rezultant  $\underline{\Phi}_\mu$ , curentul de magnetizare  $\underline{I}_\mu$  și t.e.m rezultantă de fază  $\underline{E}_\mu$ , cu relațiile:

$$\underline{\Phi}_\mu = \underline{\Phi}_o + \underline{\Phi}_a, \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}'_e + \underline{I}, \quad \underline{E}_\mu = \underline{E}_o + \underline{E}_a \quad (3.13)$$

T.e.m. rezultantă  $\underline{E}_\mu$  se mai numește *t.e.m. utilă*, deoarece la inducerea ei într-o fază statorică contribuie numai câmpurile utile de excitație și de reacție, care trec prin întrefier din stator în rotor. În afară de câmpul util de reacție, înfășurările de fază sunt parcurse și de fluxurile proprii de dispersie (din creștături, de la dinte la dinte, de la capetele frontale sau diferențiale). Corespunzător acestor câmpuri, va apărea în faza de referință o t.e.m. de dispersie  $\underline{e}_\sigma$ , a cărei valoare complexă este următoarea:

$$\underline{E}_\sigma = -j\omega L_\sigma \underline{I} \quad (3.14)$$

unde  $L_\sigma$  este *inductivitatea de dispersie* a fazei statorice.

### 3.5.2. ECUAȚII DE FUNCȚIONARE, SCHEMA ECHIVALENTĂ

Fie  $R$  rezistența pe fază a indusului mașinii sincrone și  $X_\sigma = \omega L_\sigma$  reactanța de dispersie. Dacă  $\underline{U}$  este tensiunea de fază a generatorului și dacă luăm în seamă rezultatele stabilite în paragraful precedent, atunci ecuațiile de regim staționar ale generatorului sincron cu poli înecați, au forma următoare:

$$\underline{U} + R\underline{I} + jX_\sigma \underline{I} = \underline{E}_\mu, \quad \underline{E}_\mu = -j\omega L_1 \underline{I}_\mu, \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}'_e + \underline{I} \quad (3.15)$$

Necunoscutele care apar în sistemul de mai sus sunt:  $\underline{I}_\mu$ ,  $\underline{I}'_e$ ,  $\underline{I}$  și  $\underline{U}$ . Sistemul este complet dacă celor trei ecuații (3.15) li se mai adaugă ecuația sarcinii generatorului  $\underline{U} = \underline{Z}\underline{I}$ , în care  $\underline{Z}$  este impedanța sarcinii.

O altă formă a ecuațiilor de tensiuni ale generatorului se obține dacă se ține seama de expresia t.e.m. rezultante  $\underline{E}_\mu = \underline{E}_o + \underline{E}_\sigma = \underline{E}_o - j\omega L_1 \underline{I}$ , astfel încât avem:

$$\underline{U} + R\underline{I} + jX_\sigma \underline{I} = \underline{E}_o - j\omega L_1 \underline{I} \Rightarrow \underline{U} + R\underline{I} + j(X_\sigma + \omega L_1)\underline{I} = \underline{E}_o$$

Se notează reactanța sincronă a mașinii cu poli înecați, mărimea  $X_s$ , definită astfel:

$$X_s = \omega(L_\sigma + L_1) = X_\sigma + X_{as} \quad (3.16)$$

în care  $X_{as} = \omega L_1$  reprezintă reactanța corespunzătoare fluxului magnetic de reacție a indusului. În final ecuația de tensiuni a generatorului sincron cu poli înecați se scrie:

$$\underline{U} + R\underline{I} + jX_s \underline{I} = \underline{E}_o = -j\omega L_1 \underline{I}'_e \quad (3.17)$$

Corespunzător ecuațiilor (3.15) și (3.17) se poate desena și o schemă echivalentă a generatorului sincron, pe fază, schemă care se prezintă în Fig. 3.6.

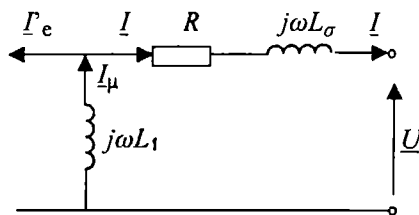


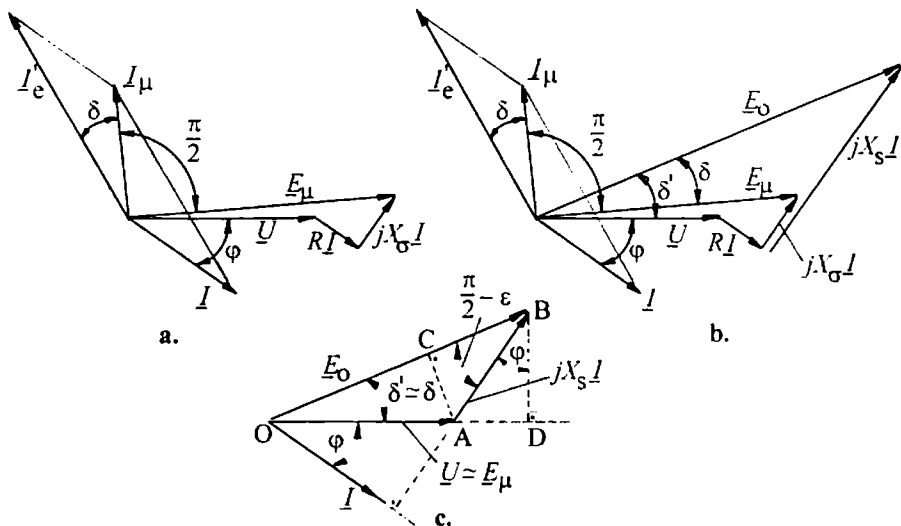
Fig. 3.6. Schema echivalentă a generatorului sincron cu poli înecați.

*Interpretare geometrică.* Neglijând fenomenul de histerezis, din relația (3.8) se deduce că, într-o diagramă combinată (de fazori și vectori) fazorul curentului de excitație raportat este paralel cu vectorul câmpului magnetic de excitație  $B_o$  ( $\underline{I}'_e \parallel \underline{B}_o$ ). Pe de altă parte vectorul  $B_o$  este orientat de-a lungul polului rotoric (axa longitudinală  $d$ ), conform

Fig. 3.3. și, prin urmare, și fazorul  $\underline{I}_e'$  este orientat de-a lungul aceleiași axe (d). Din relația (3.9) se deduce că fazorul  $\underline{E}_0$  este perpendicular pe axa (d), adică este orientat de-a lungul axei transversale (q).

### 3.5.3. DIAGrame DE FAZORI

Pentru construcția diagramelor de fazori corespunzătoare ecuațiilor (3.15) și (3.17), se alege origine de fază fazorul tensiunii  $\underline{U}$  de la bornele generatorului. Se presupune sarcina generatorului de natură inductivă, curentul  $\underline{I}$  fiind defazat în urma tensiunii. În Fig. 3.7.a, se prezintă diagrama de fazori corespunzătoare celor trei ecuații (3.15). Conturul fazorilor  $\underline{U}$ ,  $R\underline{I}$ ,  $jX_s\underline{I}$  și  $\underline{E}_\mu$  este reprezentarea grafică a primei ecuații (3.15), faptul că fazorul  $\underline{E}_\mu$  este defazat în urma fazorului  $\underline{I}_\mu$  cu  $90^\circ$  este consecința celei de a doua ecuații (3.15), iar a treia ecuație (a curenților) din (3.15) este și ea reprezentată în diagrama fazorială de paralelogramul curenților  $\underline{I}$ ,  $\underline{I}_e'$  și  $\underline{I}_\mu$ .



**Fig. 3.7.** Diagramele de fazori ale mașinii sincrone cu poli înecați: **a** - diagrama corespunzătoare ecuațiilor (3.15); **b** - diagrama corespunzătoare ecuației (3.17); **c** - diagrama simplificată ( $R = 0$ ).

În paragraful 3.4.1, s-a definit unghiul intern  $\delta$  al mașinii sincrone ca fiind unghiul dintre vectorul câmpului magnetic de excitație  $\underline{B}_0$  și vectorul câmpului magnetic rezultant  $\underline{B}$ . Neglijând pierderile în fierul armăturii feromagnetice a indusului, putem spune că același unghi intern  $\delta$  se stabilește între fazorul t.e.m. la mersul în gol  $\underline{E}_0$  și fazorul t.e.m. rezultante  $\underline{E}_\mu$  (Fig. 3.7.b). Același unghi  $\delta$  se regăsește și între fazorii curenților  $\underline{I}_e'$  și  $\underline{I}_\mu$ , cum se vede din Fig. 3.7.a.

În Fig. 3.7.b, se prezintă diagrama de fazori corespunzătoare primei ecuații din (3.15) și ecuației fazoriale de tensiuni (3.17). Din această diagramă se deduce că fazorul  $\underline{U}$  al tensiunii de la bornele generatorului este aproximativ egal cu fazorul t.e.m. rezultante:  $\underline{U} \cong \underline{E}_\mu$ . Acest lucru se întâmplă deoarece căderile de tensiune datorate rezistenței și dispersiilor înfășurării indusului sunt mici, chiar dacă curentul  $\underline{I}$  ia valori mari. La mașinile sincrone obișnuite, rezistența  $R$  a înfășurării indusului se poate neglija și ecuația (3.17) se mai poate scrie:

$$\underline{U} + jX_s \underline{I} \cong \underline{E}_o = -j\omega L_1 \underline{I}'_e, \quad (3.17')$$

iar diagrama de fazori din Fig. 3.7.b se simplifică având forma din Fig. 3.7.c. Dacă  $\underline{U} \cong \underline{E}_\mu$  putem spune că unghiul intern  $\delta$  al mașinii dintre fazorii  $\underline{E}_o$  și  $\underline{E}_\mu$  este aproximativ egal cu unghiul  $\delta'$  dintre fazorii  $\underline{E}_o$ , și  $\underline{U}$ .

**Concluzie:** Indiferent că mașina sincronă are poli înecați sau poli aparenti, unghiul intern  $\delta$  reprezintă, cu bună aproximație, defazajul dintre  $\underline{E}_o$  și  $\underline{U}$ .

### 3.5.4. CUPLUL ELECTROMAGNETIC

Cuplul electromagnetic al mașinii sincrone cu poli înecați, care corespunde unei faze statorice, se determină folosind teorema forțelor generalizate, astfel:

$$M = \left( \frac{\partial W}{\partial \alpha} \right)_{i=\text{const.}}, \quad W = \Phi_o i \quad (3.18)$$

în care  $W$  este energia magnetică de interacțiune a rotorului și a înfășurării de fază statorice, corespunzătoare curentului  $i$ . Să determinăm, mai întâi, energia de interacțiune a fazei de referință statorice  $U$  cu rotorul. Presupunem că rotorul, cu înfășurarea sa de excitație, parcursă de c.c.  $I_e$ , se rotește cu viteza unghiulară constantă  $\Omega$ . Conform relației (3.2), fluxul magnetic produs de câmpul învârtitor de excitație prin spirele fazei  $U$  va fi:

$$\Phi_{0U} = \Phi_{om} \cos \omega t = \Phi_{om} \cos p\Omega t = \Phi_{om} \cos p\alpha \quad (3.19)$$

în care  $\alpha = \Omega t$  reprezintă unghiul geometric de rotație al rotorului în raport cu faza de referință statorică  $U$ . În faza  $U$ , fluxul  $\Phi_{0U}$  va induce o t.e.m.  $e_o$  de mers în gol:

$$e_o = -\frac{d\Phi_{0U}}{dt} = E_o \sqrt{2} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}), \text{ cu } E_o \sqrt{2} = \Phi_{om} \cdot \omega = \Phi_{om} \cdot p\Omega, \quad (3.20)$$

iar curentul care parcurge faza  $U$ , produs de  $e_o$ , va fi  $i_U(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t - \pi/2 - \varepsilon)$ ,  $\varepsilon$  fiind defazajul dintre  $e_o$  și  $i$  care depinde de natura sarcinii generatorului. Cu relația (3.18) se determină cuplul instantaneu, care se exercită asupra fazei  $U$  statorice, rezultând:

$$\begin{aligned} M_U &= \left( \frac{\partial W_U}{\partial \alpha} \right)_{i_U=ct.} = i_U \cdot \frac{\partial \Phi_{0U}}{\partial \alpha} = -p\Phi_{om} I\sqrt{2} \sin \omega t \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varepsilon) = \\ &= -\frac{p\Phi_{om} I\sqrt{2}}{2} (\sin \beta + \cos \varepsilon) = -\frac{E_o I}{\Omega} (\sin \beta + \cos \varepsilon) \end{aligned} \quad (3.21)$$

în care s-a ținut seama că  $p\Phi_{om} = E_o \sqrt{2}/\Omega$  și s-a notat  $\beta = 2\omega t - \pi/2 - \varepsilon$ . Analog, se determină cuplurile care se exercită asupra fazelor  $V$  și  $W$ :

$$M_V = -\frac{E_o I}{\Omega} [\sin(\beta - \frac{4\pi}{3}) + \cos \varepsilon]; \quad M_W = -\frac{E_o I}{\Omega} [\sin(\beta - \frac{8\pi}{3}) + \cos \varepsilon]$$

Cuplul mașinii se determină prin însumarea celor trei cupluri de fază:

$$M = M_U + M_V + M_W = -\frac{3E_o I}{\Omega} \cos \varepsilon \quad (3.22)$$

semnul minus referindu-se la faptul că, în regim de generator, cuplul electromagnetic este antagonist cuplului activ de la arbore. Din diagrama de fazori simplificată 3.7.c, în care  $\varepsilon$

este unghiul dintre fazorii  $\underline{E}_o$  și  $\underline{I}$ , se poate deduce  $\cos \varepsilon = \cos(\varphi + \delta)$ , exprimând segmentul AC din triunghiurile dreptunghice OAC și ABC se deduce:

$$AC = U \sin \delta = X_s I \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right) \Rightarrow \cos \varepsilon = \frac{U \sin \delta}{X_s I} \quad (3.23)$$

Cuplul sincron  $M$  al mașinii sincrone cu poli înecați se calculează folosind relațiile (3.22) și (3.23), având expresia:

$$M = -\frac{3E_o I}{\Omega} \cdot \frac{U \sin \delta}{X_s I} = -\frac{3E_o U}{\Omega X_s} \cdot \sin \delta \quad (3.24)$$

În Fig. 3.8, se reprezintă caracteristica unghiulară  $-M = f(\delta)$  a mașinii sincrone.

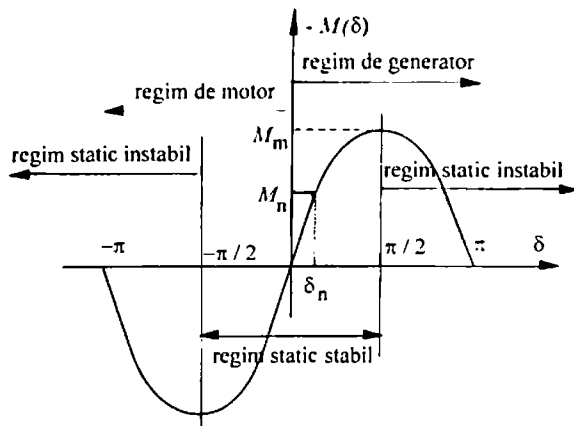


Fig. 3.8. Caracteristica cuplului electromagnetic la mașina sincronă cu poli înecați.

Caracteristica cuplului este o sinusoidă în raport cu unghiul intern  $\delta$  al mașinii. Pe caracteristica din Fig. 3.8. s-au marcat cuplul nominal  $M_n$ , unghiul intern nominal  $\delta_n$  și cuplul maxim  $M_m$ .

Se definește *capacitatea de suprasarcină* a mașinii sincrone raportul  $k_m$ , dintre cuplul maxim și cuplul nominal, definită de relația:

$$k_m = \frac{M_m}{M_n} = \frac{\frac{3E_o U}{X_s \Omega} \cdot 1}{\frac{3E_o U}{X_s \Omega} \cdot \sin \delta_n} = \frac{1}{\sin \delta_n} \in (2...3) \quad (3.25)$$

Unghiul intern nominal are valori uzuale în intervalul  $\delta_n \in (20^\circ \dots 30^\circ)$  electrice.

### 3.5.5. PUTEREA ELECTROMAGNETICĂ

Conform celor arătate în paragraful 3.4.1, puterea electromagnetică  $P$ , care în regimul de generator al mașinii sincrone trece prin intermediul câmpului electromagnetic din rotor în stator, a fost definită de relația:  $P = -M\Omega$ , așa încât, pe baza relației (3.24), se poate scrie:

$$P = -M\Omega = \frac{3E_o U}{X_s} \cdot \sin \delta \quad (3.26)$$

În condițiile  $U = \text{const.}$  și  $E_o = \text{const.}$  (curent de excitație constant), puterea electromagnetică a generatorului prezintă un maxim de valoare:  $P_{\max} = 3E_o U / X_s$ , care se obține pentru  $\delta = \pi/2$ . Această putere are o mare importanță în funcționarea mașinii, deoarece ea reprezintă limita de putere activă care poate fi transferată din rotor în stator prin intermediul câmpului electromagnetic. Chiar dacă există putere mecanică disponibilă la arborele generatorului (de la motorul primar), puterea  $P_{\max}$ , nu poate fi depășită decât cu riscul ieșirii generatorului din sincronism (al ambalării mecanice a rotorului), în cazul în care acesta este cuplat la o rețea de putere infinită. În acest caz, mărirea puterii maxime se poate face prin mărirea t.e.m. la mersul în gol  $E_o$ , deci prin mărirea curentului de excitație  $I_e$ , prin așa-numitul fenomen de *forțare a excitației*

### 3.5.6. PUTEREA REACTIVĂ

Puterea reactivă schimbată de generatorul sincron cu rețeaua este dată de relația cunoscută:  $Q = 3UI \sin \varphi$ , în care  $U$  și  $I$  sunt mărimile de fază ale tensiunii și curentului generatorului sincron trifazat.

Se consideră diagrama fazorială simplificată a generatorului sincron cu poli înecați, reprezentată în Fig.3.7.c, în care proiectăm fazorul  $\underline{E}_o$  pe direcția fazorului  $\underline{U}$ , găsindu-se expresia:  $OD = E_o \cos \delta = U + X_s I \sin \varphi$ . Din relația de mai sus se deduce produsul  $I \sin \varphi$ , astfel încât puterea reactivă  $Q$ , devine:

$$Q = \frac{3U(E_o \cos \delta - U)}{X_s} = \frac{3E_o U}{X_s} \cos \delta - \frac{3U^2}{X_s} \quad (3.27)$$

Dacă se consideră mașina sincronă cu caracteristică de magnetizare liniară, se poate considera că t.e.m. indusă la mersul în gol este proporțională cu curentul de excitație

$$E_o = k I_e, \quad (3.28)$$

astfel încât puterea reactivă a mașinii sincrone trifazate cu poli înecați devine:

$$Q = \alpha I_e \cos \delta - \beta; \quad \alpha = \frac{3kU}{X_s}, \quad \beta = \frac{3U^2}{X_s} \quad (3.27')$$

în care  $\alpha$  și  $\beta$  reprezintă două constante, dacă tensiunea rețelei la care este cuplat generatorul se consideră constantă.

Considerând relația (3.27') a puterii reactive, se pot deduce câteva *concluzii importante* privind funcționarea generatorului sincron:

- puterea reactivă a generatorului sincron se poate regla prin variația curentului de excitație al generatorului și poate fi pozitivă, negativă sau nulă;

- există o anumită valoare a curentului de excitație  $I_e^*$  pentru care puterea reactivă a generatorului este nulă ( $\cos \varphi = 1$ ), această valoare numindu-se *curent optim de excitație* care are expresia:

$$I_e^* = \frac{\beta}{\alpha \cos \delta} = \frac{U}{k \cos \delta}; \quad (3.29)$$

- curentul optim de excitație este invers proporțional cu cosinusul unghiului intern  $\delta$ , deci, cu cât unghiul intern crește (încărcarea generatorului crește),  $\cos\delta$  scade deci  $I_c^*$  crește. Așadar, valoarea optimă a curentului de excitație are o ușoară creștere odată cu creșterea puterii active debitate de generator în rețea;

- mărirea curentului de excitație peste valoarea optimă este denumită *supraexcitarea generatorului* și corespunde situației  $Q > 0$ , adică generatorul debitează putere reactivă în rețeaua la care este cuplat, îmbunătățind factorul de putere al rețelei. Aceasta reprezintă un important avantaj al mașinii sincrone în raport cu mașina asincronă.

### 3.5.7. STABILITATEA STATICĂ A GENERATORULUI SINCRON

Stabilitatea statică a generatorului sincron caracterizează comportarea acestuia la variații mici și lente ale mărimilor în jurul valorilor de regim staționar și se poate studia, pornind de la expresia (3.26) a puterii electromagnetice  $P = f(\delta)$ .

Spunem că o mașină este static stabilă dacă aceasta face față oricărei mici perturbații a unghiului intern  $\Delta\delta$  și își continuă funcționarea normală (eventual după câteva oscilații amortizate), după ce perturbația a dispărut. Deoarece variația  $\Delta\delta$  are valoare mică, rezultă  $\Delta\delta^2 \cong 0$ ,  $\Delta\delta^3 \cong 0$ , ... și deci, la dezvoltarea în serie Taylor a puterii electromagnetice  $P(\delta)$ , în jurul punctului  $\delta$ , se pot neglija termenii care conțin derivatele de ordinul doi sau mai mari:

$$P(\delta + \Delta\delta) = P(\delta) + \frac{dP}{d\delta} \Delta\delta = P(\delta) + P_s \Delta\delta \text{ în care } P_s = \frac{dP}{d\delta} = \frac{3E_o U}{X_s} \cos \delta, \quad (3.30)$$

$P_s$  se numește *putere sincronizantă specifică*. Conform relației (3.30), spunem că mașina sincronă este static stabilă dacă puterea sincronizantă specifică este pozitivă. Într-adevăr, din relația (3.30), se deduce că o creștere a unghiului intern  $\delta$  conduce la o creștere a puterii electromagnetice  $P$  și, ca urmare, mașina poate face față acestei creșteri numai dacă  $P_s > 0$ . În caz contrar, la o creștere a unghiului  $\delta$ , puterea  $P$  scade și  $\delta$  crește și mai mult până când mașina iese din sincronism.

*Mașina are o rezervă de stabilitate cu atât mai mare cu cât puterea sincronizantă specifică este mai mare.* Prin urmare, condiția de stabilitate statică a mașinii sincrone cu poli înecați este  $P_s > 0$ , adică  $\cos\delta > 0$ , deci  $\delta \in (-\pi/2 \dots \pi/2)$ .

## 3.6. TEORIA GENERATORULUI SINCRON CU POLI APARENȚI

Mașina sincronă cu poli aparenți are întrefierul neuniform la periferia interioară a statorului, dar îndeplinește condiția  $\delta(\alpha) = \delta(\alpha + \pi/p)$ , în care  $\alpha$  este unghiul geometric măsurat într-un sistem de referință FS, fix față de stator. Această nesimetrie conduce la anumite particularități ale mașinii cu poli aparenți în raport cu mașina cu poli înecați. Cea mai importantă este aceea că mașina cu poli aparenți nu mai este caracterizată de o singură reactanță sincronă  $X_s$ , ci de două: una *longitudinală*  $X_d$  și alta *transversală*  $X_q$ .

### 3.6.1. DESCOMPUNEREA MĂRIMILOR DUPĂ DOUĂ AXE

Conform Fig. 3.3, în mașina sincronă se definesc două axe: axa longitudinală  $d$  (axa polului rotoric), respectiv axa transversală  $q$ , perpendiculară pe axa longitudinală. Inducția magnetică de reacție a indusului  $B_a$  (creată de curentul  $I$  și în fază cu acesta) se



descompune, după cele două axe, în două componente: una longitudinală  $B_{ad}$  și cealaltă transversală  $B_{aq}$ .

În ipoteza neglijării pierderilor în miezul feromagnetic statoric al generatorului sincron, într-o diagramă combinată (fazorială și vectorială), fazorul  $\underline{I}$  al curentului este orientat după aceeași direcție cu vectorul câmpului magnetic de reacție  $\bar{B}_a$  (Fig. 3.9) și, în mod asemănător, fazorul curentului de excitație raportat  $\underline{I}'_e$  este orientat în aceeași direcție cu vectorul câmpului magnetic de excitație  $\bar{B}_o$ . Așa cum s-a arătat în paragraful 3.5.2, fazorul t.e.m. la mersul în gol este orientat în lungul axei transversale  $q$ . Prin urmare, defazajul  $\varepsilon$  dintre fazorii  $\underline{E}_o$  și  $\underline{I}$  este egal cu unghiul dintre axa  $q$  și fazorul  $\underline{I}$ .

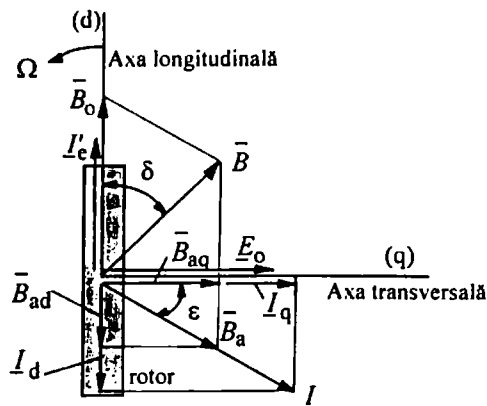


Fig. 3.9. Diagrama combinată a mărimilor fazoriale (barate inferior) și vectoriale (barate superior) la generatorul sincron cu poli aparenti.

Curentul prin faza statorică de referință  $U$  are două componente: una longitudinală  $I_d$  și cealaltă transversală  $I_q$ , date de relațiile:

$$I_d = I \sin \varepsilon, I_q = I \cos \varepsilon \quad (3.31)$$

Rezultă așa-numita *teorie după cele două axe* a mașinii sincrone cu poli aparenti. În această teorie formele de undă ale câmpurilor magnetice de reacție longitudinală și transversală rămân invariabile, iar amplitudinile acestora  $B_{ad}$  și  $B_{aq}$  sunt proporționale cu componentele  $I_d$ , respectiv  $I_q$  ale curenților:  $B_{ad} = k_B k_{ad} I_d$ ,  $B_{aq} = k_B k_{aq} I_q$ , în care  $k_B$  este un factor de proporționalitate depinzând, în principal, de numărul de spire al înfășurării statorice și de mărimea întrefierului, iar  $k_{ad}$  și  $k_{aq}$  sunt factorii de formă ai câmpurilor magnetice de reacție longitudinală, respectiv transversală. Valorile acestor factori se dau în lucrările tehnice de specialitate.

### 3.6.2. ECUAȚIILE MAȘINII ȘI DIAGramele DE FAZORI

Ecuatiile mașinii sincrone cu poli aparenti se vor deduce prin analogie cu ecuațiile mașinii sincrone cu poli înecați. Corespunzător t.e.m. de reacție  $\underline{E}_a$ , definită de relația (3.12), în cazul mașinii cu poli aparenti, se pot defini două tensiuni de reacție notate  $\underline{E}_{ad}$  și  $\underline{E}_{aq}$  și numite t.e.m. de reacție a indusului longitudinală și transversală, având expresiile:

$$\underline{E}_{ad} = -j\omega L_{ad} I_d, \underline{E}_{aq} = -j\omega L_{aq} I_q, \text{ unde } L_{ad} = k_{ad} L_1, L_{aq} = k_{aq} L_1 \quad (3.32)$$

în care  $L_{ad}$  și  $L_{aq}$  sunt inductivitățile ciclice proprii longitudinală și transversală ale mașinii, care depind de factorii de formă  $k_{ad}$  și  $k_{aq}$ .

Prin analogie cu relațiile (3.13), pentru mașina cu poli aparenti putem scrie:

$$\underline{\Phi}_\mu = \underline{\Phi}_o + \underline{\Phi}_{ad} + \underline{\Phi}_{aq}, \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}'_e + \underline{I}_d + \underline{I}_q, \quad \underline{E}_\mu = \underline{E}_o + \underline{E}_{ad} + \underline{E}_{aq}, \quad (3.33)$$

astfel încât ecuația de tensiuni a generatorului sincron cu poli aparenti se poate scrie:

$$\underline{E}_\mu = \underline{E}_o + \underline{E}_{ad} + \underline{E}_{aq} = \underline{E}_o - j\omega L_{ad} \underline{I}_d - j\omega L_{aq} \underline{I}_q = \underline{U} + R \underline{I} + j\omega L_\sigma \underline{I}$$

După ce se consideră că  $\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q$ , ecuația de mai sus se mai scrie:

$$\underline{E}_o = \underline{U} + R \underline{I} + j\omega(L_\sigma + L_{ad}) \underline{I}_d + j\omega(L_\sigma + L_{aq}) \underline{I}_q$$

Se introduc două mărimi specifice mașinii sincrone cu poli aparenti: *reactanța sincronă longitudinală*  $X_d$  și *reactanța sincronă transversală*  $X_q$ :

$$\omega(L_\sigma + L_{ad}) = \omega L_d = X_d, \quad \omega(L_\sigma + L_{aq}) = \omega L_q = X_q \quad (3.34)$$

Ecuația de tensiuni a mașinii sincrone cu poli aparenti capătă forma:

$$\underline{E}_o = \underline{U} + R \underline{I} + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q = -j\omega L_{ad} \underline{I}'_e \quad (3.35)$$

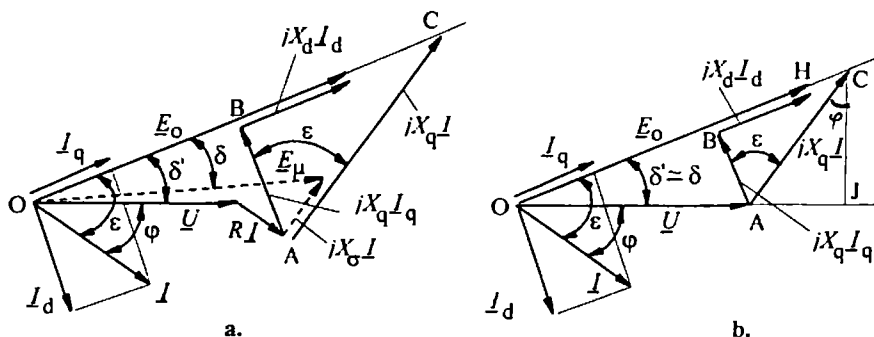


Fig. 3.10. Diagramele de fazori ale generatorului sincron cu poli aparenti:  
a - cu considerarea rezistenței  $R$  a indusului; b - cu neglijarea rezistenței  $R$ .

În Fig. 3.10.a, s-a reprezentat diagrama de fazori a generatorului sincron cu poli aparenti, diagramă corespunzătoare ecuației (3.35). Cu linie punctată s-a desenat diagrama corespunzătoare ecuației:  $\underline{E}_\mu = \underline{U} + R \underline{I} + jX_\sigma \underline{I}$ , care are aceeași formă cu ecuația de tensiuni a generatorului sincron cu poli înecați.

Construcția diagramei de fazori se face astfel: se pun cap la cap fazorii  $\underline{U}$ , și  $R \underline{I}$ , cunoscând tensiunea  $U$ , curentul de sarcină  $I$  și unghiul  $\varphi$ . Direcția fazorului  $\underline{E}_o$  (axa  $q$ ) se determină adăugând la conturul fazorial  $\underline{U}$ ,  $R \underline{I}$ , fazorul  $jX_q \underline{I}$ , astfel încât axa  $q$  este determinată de începutul fazorului  $\underline{U}$  (punctul  $O$  în diagrama de fazori) și de sfârșitul fazorului  $jX_q \underline{I}$  (punctul  $C$  în diagrama de fazori). Într-adevăr, din triunghiul dreptunghic  $ABC$ , în care unghiul  $BAC = \epsilon$ , rezultă relațiile:  $X_q I_q = X_q I \cos \epsilon \Rightarrow I_q = I \cos \epsilon$ , ultima relație fiind în concordanță cu (3.31).

Dacă neglijăm rezistența indusului, ecuația de tensiuni a generatorului se scrie:

$$\underline{E}_o = \underline{U} + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q, \quad (3.36)$$

iar diagrama de fazori se reprezintă ca în Fig. 3.10.b. Și la generatorul cu poli aparenți, ca și la generatorul cu poli înecați, se face aproximația  $\delta' = \delta$  și unghiul intern al mașinii poate fi aproximat cu unghiul dintre fazorii  $\underline{E}_o$  și  $\underline{U}$ .

Dacă, în ecuațiile mașinii sincrone cu poli aparenți, se consideră  $X_d = X_q = X_s$  se deduc ecuațiile mașinii sincrone cu poli înecați. Adesea se fac notațiile:  $\omega L_{ad} = X_{ad}$ ,  $\omega L_{aq} = X_{aq}$ . Cu aceste notații, relațiile de definiție (3.34) ale reactanțelor sincrone longitudinală și, respectiv, transversală se mai pot scrie și astfel:

$$X_d = X_\sigma + X_{ad}; \quad X_q = X_\sigma + X_{aq} \quad (3.37)$$

### 3.6.3. CUPLUL ELECTROMAGNETIC

Expresia (3.22) a cuplului electromagnetic este valabilă și pentru mașina cu poli aparenți. Se va deduce cuplul electromagnetic în ipoteza  $R = 0$ . În această ipoteză, din diagrama de fazori reprezentată în Fig. 3.7.c se deduce relația între tensiuni  $E_o \cos \varepsilon = U \cos \varphi = U \cos(\varepsilon - \delta)$ , relație care este valabilă și pentru mașina cu poli aparenți și care, înlocuită în expresia cuplului, conduce la:

$$M = -\frac{3E_o I}{\Omega} \cos \varepsilon = -\frac{3UI \cos(\varepsilon - \delta)}{\Omega} = -\frac{3U}{\Omega} (I_q \cos \delta + I_d \sin \delta)$$

Din diagrama de fazori reprezentată în Fig. 3.10.b se proiectează fazorii de tensiune pe direcția axei  $d$  și pe direcția axei  $q$ , obținându-se:

$$E_o \cos \delta = U \cos \delta + X_d I_d; \quad U \sin \delta = X_q I_q \quad (3.38)$$

Se scot curenții  $I_d$  și  $I_q$  din expresiile de mai sus și se introduc în expresia cuplului electromagnetic obținându-se:

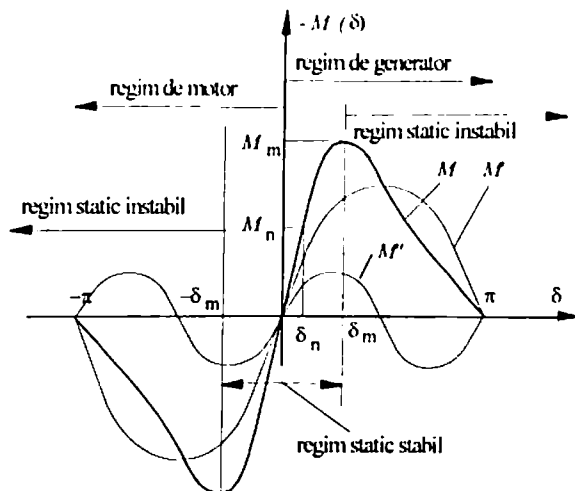
$$M = - \left[ \underbrace{\frac{3E_o U}{X_d \Omega} \sin \delta}_{M'} + \underbrace{\frac{3U^2}{2\Omega} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta}_{M''} \right] = -(M' + M'') \quad (3.39)$$

Cuplul electromagnetic al mașinii sincrone cu poli aparenți are două componente: una  $M'$ , care depinde de valoarea curentului de excitație (prin intermediul t.e.m.  $E_o = kI_e$ ) și cea de a doua  $M''$ , care este nenulă și în lipsa excitației (când  $E_o = 0$ ) și care se numește *cuplu reactiv* sau de *cuplu de anizotropie*. Se constată că valoarea cuplului reactiv este cu atât mai mare cu cât raportul  $X_d/X_q$  este mai mare. În mod uzual, acest raport este cuprins în gama (1,5 ... 2).

Reprezentarea grafică a caracteristicii -  $M = f(\delta)$ , pentru mașina cu poli aparenți, se face în Fig. 3.11. Se constată că valoarea cuplului electromagnetic maxim se obține pentru o valoare  $\delta_m$  mai mică decât  $90^\circ$ .

Puterea electromagnetică  $P = -M\Omega$  se determină ținând seama de relația (3.39):

$$P = -M\Omega = - \left[ \frac{3E_o U}{X_d} \sin \delta + \frac{3U^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta \right] = -(P' + P'') \quad (3.40)$$



**Fig. 3.11.** Caracteristica unghiulară  $-M = f(\delta)$  a generatorului sincron cu poli aparenti.

Stabilitatea statică a generatorului cu poli aparenti se studiază asemănător cu aceea a generatorului cu poli înecați. Generatorul funcționează stabil pentru  $\delta \in (0 \dots \delta_m)$ . Concluziile referitoare la puterea reactivă, care s-au dedus pentru generatorul cu poli înecați rămân, în principiu, valabile și pentru generatorul cu poli aparenti.

### 3.7. FUNCȚIONAREA GENERATORULUI SINCRON PE REȚEA PROPRIE

În această situație, când generatorul alimentează o rețea receptoare de impedanță dată, tensiunea la bornele generatorului, frecvența acestuia și curentul debitat depind numai de parametrii generatorului, de curentul de excitație și de puterea mecanică transmisă de motorul primar propriu, care antrenează generatorul. Motorul primar împreună cu generatorul formează un grup energetic independent (grup electrogen), folosit în locuri izolate în care nu se dispune de o rețea electrică și utilizat mai rar.

În cele ce urmează, pentru a simplifica lucrurile, vom presupune că generatorul sincron are poli înecați, iar viteza de antrenare rămâne constantă. Vom studia caracteristicile de funcționare ale generatorului.

#### 3.7.1. CARACTERISTICA DE FUNCȚIONARE ÎN GOL

Reprezintă dependența dintre tensiunea la bornele generatorului, la mersul în gol, și curentul de excitație:  $E_o = f(I_e)$ , pentru  $\Omega = \text{const.}$  și  $I = 0$ . Se știe că t.e.m.  $E_o$  este proporțională cu curentul de excitație. Caracteristica de mers în gol are forma desenată în Fig. 3.12. Când circuitul magnetic al mașinii începe să se satureze, creșterea curentului de excitație nu mai conduce la o creștere proporțională a t.e.m.  $E_o$ . Există un anumit curent de excitație  $I_{es}$ , definit în Fig. 3.12, de la care începe saturația circuitului magnetic al mașinii sincrone.

Dacă mașina a funcționat anterior, atunci pentru  $I_e = 0$ , fluxul magnetic nu mai este nul, ci are o valoare redusă, numită *flux magnetic remanent*. În consecință, la  $I_e = 0$ , putem spune că  $E_o = E_{rem}$ . Uzual, t.e.m. remanentă reprezintă numai câteva procente din tensiunea nominală a mașinii.

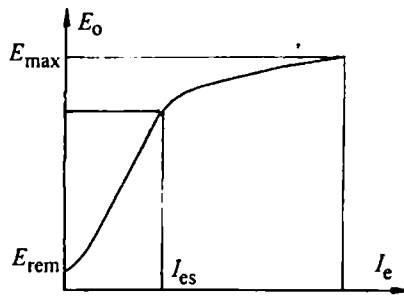


Fig. 3.12. Caracteristica de mers în gol  $E_0 = f(I_e)$  a mașinii sincrone.

### 3.7.2. CARACTERISTICILE EXTERNE

Aceste caracteristici arată cum variază tensiunea la bornele generatorului în funcție de curentul debitat, pentru un anumit curent de excitație. Definiția caracteristicilor externe este următoarea:  $U = f(I)$ , pentru  $I_e = \text{const.}$  și  $\cos\varphi = \text{const.}$  În Fig. 3.13 se prezintă familia de caracteristici externe a generatorului sincron funcționând pe rețea proprie pentru câteva valori particulare ale defazajului  $\varphi$ . Punctul N de pe abscisa sistemului de coordonate caracterizează regimul nominal al generatorului și zona din stânga ordonatei dusă prin N corespunde caracteristicilor din regimul normal de funcționare.

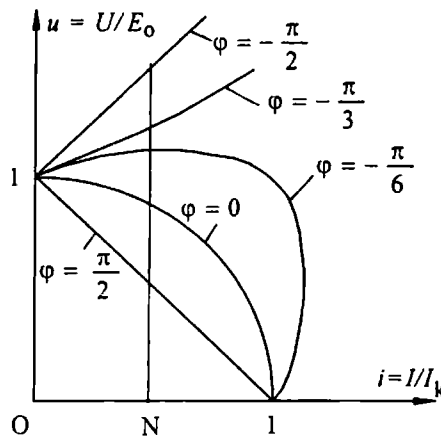


Fig. 3.13. Familia de caracteristici externe a generatorului sincron.

Se constată că forma caracteristicilor externe ale generatorului sincron se aseamănă cu aceea a transformatorului electric, diferind de aceasta prin căderi de tensiune mult mai mari de la gol la sarcină.

### 3.7.3. CARACTERISTICA DE SCURTCIRCUIT

Este definită de relația  $I_k = f(I_e)$ , pentru  $U = 0$  și  $n = \text{const.}$  Caracteristica de scurtcircuit prezintă o anumită importanță în aprecierea calităților generatorului. Ecuația de tensiuni a generatorului la scurtcircuit se obține din (3.17) în care se consideră  $U = 0$ :

$$R\underline{I}_k + jX_s\underline{I}_k = -j\lambda\underline{I}'_e, \text{ dacă } R=0 \Rightarrow jX_s\underline{I}_k = -j\lambda\underline{I}'_e \Rightarrow \underline{I}_k = \frac{\lambda\underline{I}'_e}{X_s}$$

Caracteristica de scurtcircuit este deci, o dreaptă ce trece prin origine.

### 3.8. FUNCȚIONAREA GENERATORULUI SINCRON ÎN PARALEL CU O REȚEA DE PUTERE INFINITĂ

Pentru simplificare, se va considera un generator sincron cu poli înecați, fenomenele desfășurându-se asemănător și pentru generatorul cu poli aparenti. Se numește rețea de putere infinită, rețeaua pentru care tensiunea și frecvența rămân constante, indiferent de mărimile puterilor active sau reactive schimbate cu aceasta.

#### 3.8.1. CUPLAREA LA REȚEA A GENERATORULUI SINCRON

Cuplarea în paralel cu rețeaua a unui generator sincron se poate face prin *metoda sincronizării fine* sau prin *metoda autosincronizării*. Prima se aplică generatoarelor sincrone sau compensatoarelor sincrone în situații normale, iar cea de a doua se aplică motoarelor sau compensatoarelor sincrone pornite în asincron, ori generatoarelor sincrone în condiții de avarie a rețelei (tensiunea și frecvența rețelei sunt lent variabile).

##### a. Metoda sincronizării fine

În cadrul metodei sincronizării fine, generatorul se cuplează la rețea astfel încât curentul, în momentul cuplării, să fie nul. Din ecuația de tensiuni a generatorului rezultă curentul de cuplare:

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_o - \underline{U}}{R + jX_s}$$

în care  $\underline{U}$  este tensiunea rețelei și  $\underline{E}_o$  este t.e.m a generatorului necuplat (în gol). Din această ecuație se deduce faptul că șocul de curent la cuplare este nul, dacă avem îndeplinită condiția complexă:

$$\underline{E}_o = \underline{U} \quad (3.41)$$

Condiția fazorială (3.41) este echivalentă cu 4 condiții scalare și anume:

- aceeași succesiune a fazelor rețelei cu fazele generatorului;
- egalitatea frecvențelor tensiunii generatorului și tensiunii rețelei ( $f = f_g$ );
- egalitatea valorilor efective ale tensiunilor generatorului și rețelei ( $E_o = U$ );
- defazaj nul între  $\underline{E}_o$  și  $\underline{U}$  în momentul cuplării (opозиția tensiunilor).

Primele două condiții de mai sus asigură identitatea planelor complexe de reprezentare ale fazorilor  $\underline{E}_o$  și  $\underline{U}$ , iar următoarele două condiții asigură egalitatea modulelor și argumentelor numerelor complexe  $\underline{E}_o$  și  $\underline{U}$ .

Abaterile maxime admisibile la îndeplinirea condițiilor de mai sus sunt următoarele: prima condiție, de succesiune a fazelor, nu admite erori, a doua condiție permite ca frecvențele să difere cu maximum 0,2 %, condiția a treia poate fi îndeplinită cu erori de maximum 20 %, iar ultima condiție permite un defazaj maxim de 15° electrice între  $\underline{E}_o$  și  $\underline{U}$  în momentul cuplării.

Metoda sincronizării fine urmărește îndeplinirea celor 4 condiții în ordinea în care au fost enunțate. Pentru verificarea condițiilor de cuplare, se folosește schema de montaj

din Fig. 3.14.a. În schemă, se folosesc trei voltmetre și un sincronoscop cu lămpi S. Voltmetrele  $V_1$  și  $V_2$  se aleg de tensiuni egale cu tensiunea rețelei, iar voltmetrul  $V_3$  și lămpile sincronoscopului se aleg de tensiuni egale cu dublul tensiunii rețelei.

Cele 4 condiții de cuplare se verifică experimental astfel:

- succesiunea fazelor se verifică cu sincronoscopul S, la care cele 3 lămpi se aprind și se sting succesiv, dând senzația unui foc învârtitor. Dacă succesiunea fazelor nu este aceeași, cele 3 lămpi se aprind și se sting simultan. În acest caz, se inversează două faze între ele la generator sau la rețea;
- egalitatea frecvențelor se verifică tot cu sincronoscopul, deoarece focul învârtitor se rotește cu o viteză unghiulară proporțională cu diferența de frecvență  $f - f_g$ . Se reglează turația motorului primar (prin variația cuplului activ  $M_a$ , de antrenare al generatorului) până când focul învârtitor stă pe loc, caz în care  $f = f_g$ ;
- egalitatea valorilor efective ale tensiunilor  $E_o$  și  $U$  se verifică cu ajutorul voltmetrelor  $V_1$  și  $V_2$ . Dacă cele două valori nu sunt egale, se reglează curentul de excitație  $I_e$  al generatorului până când condiția este satisfăcută;
- defazajul nul din momentul cuplării se verifică cu voltmetrul  $V_3$ , care trebuie să indice valoarea zero în momentul cuplării întrerupătorului K, de punere în paralel a generatorului cu rețeaua.

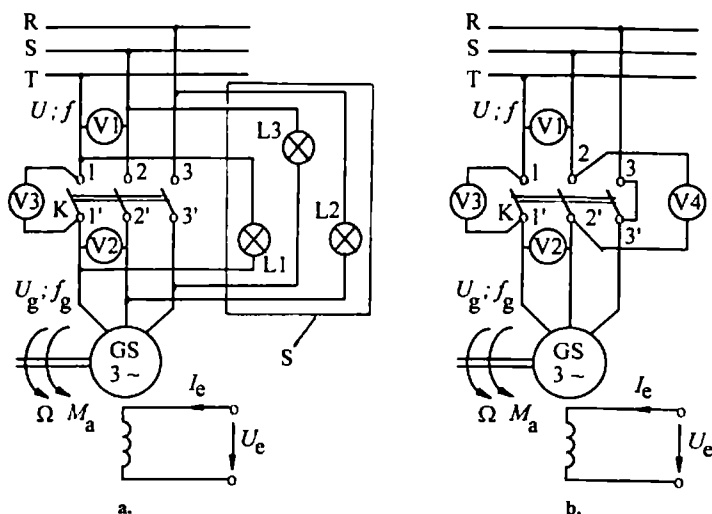


Fig. 3.14. Schema de verificare experimentală a condițiilor de cuplare în paralel cu rețeaua a generatorului sincron: a - utilizând sincronoscopul cu lămpi; b - utilizând 4 voltmetre.

**Observație:** Condițiile de cuplare în paralel cu rețeaua ale generatorului sincron, descrise mai sus, pot fi verificate experimental și printr-un procedeu special utilizând 4 voltmetre, montate ca în Fig. 3.14.b. În plus, trebuie să se efectueze o legătură electrică suplimentară între bornele omoloage 3 și 3' ale rețelei și generatorului, iar voltmetrele  $V_3$  și  $V_4$ , de tensiuni nominale egale cu dublul tensiunii rețelei, trebuie să fie, analogice și identice (inerția echipajelor mobile să fie aceeași). Cele 4 condiții de cuplare în paralel sunt îndeplinite când voltmetrele  $V_1$  și  $V_2$  arată tensiuni egale, iar voltmetrele  $V_3$  și  $V_4$  oscilează lent, în același mod, indicând simultan valori maxime și valori minime. Când voltmetrele  $V_3$  și  $V_4$  indică simultan valoarea zero, întrerupătorul K se închide și

generatorul sincron se consideră cuplat la rețea. Dacă voltmetrele  $V_3$  și  $V_4$  nu oscilează în același mod (unul indică valoarea minimă și celălalt valoarea maximă), atunci succesiunea fazelor generatorului nu este aceeași cu succesiunea fazelor rețelei și, în consecință, se schimbă două faze între ele, fie spre rețea, fie spre generator.

### b. Metoda autosincronizării

Este aplicată îndeosebi la motoarele sincrone care pornesc în asincron. Metoda autosincronizării este mai rapidă decât metoda sincronizării fine, putându-se aplica și în cazuri de avarie, când tensiunea și frecvența rețelei variază de la un moment la altul. Datorită șocului de curent de autosincronizare, metoda se poate aplica dacă acest șoc nu depășește de 3,5 ori curentul nominal. Metoda va fi descrisă la paragraful pornirea în asincron a motorului sincron.

## 3.8.2. FUNCȚIONAREA GENERATORULUI SINCRON ÎN PARALEL CU O REȚEA DE PUTERE INFINITĂ, LA EXCITAȚIE VARIABILĂ ȘI PUTERE ACTIVĂ CONSTANTĂ - CARACTERISTICILE ÎN V

Caracteristicile în V ale generatorului sincron se definesc de relațiile următoare:

$$I = f(I_e) \Big|_{\substack{P=\text{const.} \\ \Omega=\text{const.}}} \quad \text{și} \quad \cos \varphi = f(I_e) \Big|_{\substack{P=\text{const.} \\ \Omega=\text{const.}}}$$

Se consideră un generator sincron cu poli înecați căruia i se neglijează rezistența statorică. Considerăm diagrama de fazori a generatorului desenată în Fig. 3.15.

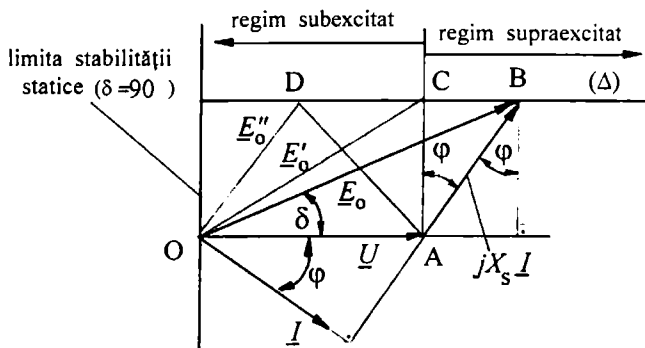


Fig. 3.15. Diagrama de fazori a generatorului, pentru explicarea caracteristicilor în V.

Deoarece puterea activă a generatorului este constantă ( $\sqrt{3}UI \cos \varphi = \text{const.}$ ) și cum  $U = \text{const.}$ , rezultă  $I \cos \varphi = \text{const.}$ , care se mai scrie  $X_s I \cos \varphi = AC = \text{const.}$  Pentru că rețeaua are putere infinită, fazorul  $\underline{U}$  este fix și, prin urmare, locul geometric al vârfului fazorului  $\underline{E}_0$  (când  $P = \text{const.}$  și  $I_e = \text{variabil}$ ) este *dreapta de putere egală*, notată cu  $(\Delta)$  în Fig. 3.15, paralelă cu fazorul  $\underline{U}$  și dusă la distanța  $AC$  de acesta.

Segmentul  $AB = X_s I$  este proporțional cu curentul  $I$ . La variația curentului de excitație  $I_e$  al mașinii, vârful fazorului  $\underline{E}_0$  se deplasează pe dreapta  $(\Delta)$ , astfel încât defazajul  $\varphi$  dintre tensiunea  $\underline{U}$  și curentul  $\underline{I}$  este variabil. Se constată că, la variația curentului de excitație, mărimea segmentului  $AB$  este variabilă, deci curentul  $I$  este variabil. Așadar, la putere activă constantă, curentul debitat de generator în rețea este



variabil, având un minim pentru curentul de excitație optim  $I_e^*$ . Curentul optim de excitație corespunde situației în care vârful fazorului  $E_o$  (notat cu  $E'_o$ ) ajunge în punctul C din diagrama de fazori din Fig. 3.15.

Dacă reprezentăm grafic dependența dintre curentul  $I$  și curentul  $I_e$ , obținem caracteristica  $I = f(I_e)$  numită curbă în V a curentului statoric. În Fig. 3.16 se desenează familiile de caracteristici în V ale curenților statorici și ale factorului de putere, corespunzătoare la trei puteri active  $P_1, P_2, P_3$  ( $P_1 < P_2 < P_3$ ). Pe măsură ce puterea activă crește, curba în V se deplasează ca în Fig. 3.16. Minimele caracteristicilor în V se deplasează spre dreapta, așa cum se deduce din relația (3.29).

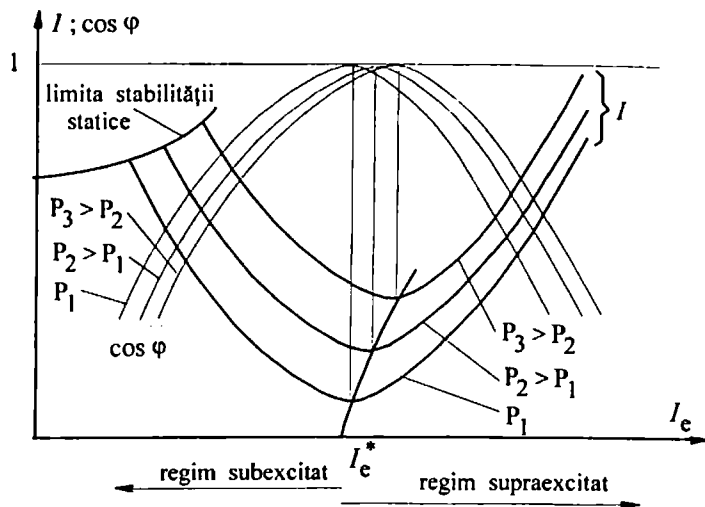


Fig. 3.16. Caracteristicile în V ale generatorului sincron.

Caracteristicile în V ale factorului de putere  $\cos \varphi = f(I_e)$  sunt asemănătoare cu cele ale curentului, doar că reprezintă un V răsturnat. Este evident că minimele caracteristicilor în V ale curenților se află pe aceleași ordonate cu maximele caracteristicilor în V ale factorilor de putere. Aceste extreme corespund defazajelor nule dintre tensiunile și curenții generatorului.

Indiferent că mașina sincronă funcționează ca generator sau ca motor, regimul pentru care  $I_e < I_e^*$  se numește *regim subexcitat*, mașina absorbind putere reactivă din rețea, iar regimul pentru care  $I_e > I_e^*$  se numește *regim supraexcitat*, mașina debitând putere reactivă în rețea.

Puterea activă a generatorului sincron se reglează cu ajutorul debitului turbinei de antrenare de la arbore, iar puterea reactivă se reglează cu ajutorul curentului rotor de excitație.

### 3.9. SCURTCIRCUIT TRIFAZAT BRUSC LA GENERATORUL SINCRON

Acest tip de scurtcircuit se întâlnește când cele trei faze U, V, W ale generatorului sunt scurtcircuitate simultan. Consecințele negative ale scurtcircuitului trifazat sunt: scăderea tensiunii la bornele generatorului până la valoarea zero; curenți mari de

scurtcircuit, în primul moment, care conduc la forțe electrodinamice mari în capetele de bobină ale generatorului, ce le pot deteriora; cuplul electromagnetic tranzitoriu foarte mare, care solicită foarte mult arborele mașinii și o poate scoate din funcțiune.

### 3.9.1. CALCULUL CURENȚILOR DE SCURTCIRCUIT

Calculul curenților de scurtcircuit se face considerând următoarele ipoteze simplificatoare: mașina se consideră liniară, curenții inițiali (de regim permanent) sunt nuli, viteza de rotație a rotorului se presupune constantă și, de asemenea, tensiunea care alimentează înfășurarea de excitație se consideră și ea constantă. Generatorul nu are fir neutru, adică  $i_U + i_V + i_W = 0$ .

Pentru determinarea curenților de scurtcircuit ai generatorului se folosesc ecuațiile Park [31], ecuații care descriu comportarea acestuia în regim tranzitoriu. Calculul curenților de scurtcircuit ai generatorului sincron, în ipotezele anunțate, se face aplicând metoda operațională (transformarea Laplace directă și inversă) ecuațiilor Park.

Calculul curenților sunt relativ lungi și se găsesc tratate complet în manualele de mașini electrice [5], [25].

De exemplu, pentru curentul  $i_U(t)$  din faza de referință, se găsește expresia generală de regim tranzitoriu:

$$i_U(t) = E_o \sqrt{2} \left\{ \left[ \frac{1}{X_d} + \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d'}} + \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d''}} \right] \cdot \cos(\omega t + \gamma) - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos \gamma - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos(2\omega t + \gamma) \right\}. \quad (3.42)$$

Examinând expresia (3.42) a curentului  $i_U(t)$ , constatăm că aceasta conține trei componente și anume:

- *componenta simetrică*, care, la rândul ei, este și ea compusă din trei componente:
- componenta staționară  $\frac{E_o \sqrt{2}}{X_d} \cos(\omega t + \gamma)$ ;
- componenta tranzitorie  $E_o \sqrt{2} \left( \frac{1}{X_d'} - \frac{1}{X_d} \right) e^{-\frac{t}{T_d'}} \cdot \cos(\omega t + \gamma)$ ;
- componenta supratranzitorie  $E_o \sqrt{2} \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_d'} \right) e^{-\frac{t}{T_d''}} \cdot \cos(\omega t + \gamma)$ .
- *componenta asimetrică*  $-\frac{E_o \sqrt{2}}{2} \left( \frac{1}{X_d''} + \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_a}} \cdot \cos \gamma$ ;

• componenta de frecvență dublă  $-\frac{E_o \sqrt{2}}{2} \left( \frac{1}{X_d''} - \frac{1}{X_q''} \right) e^{-\frac{t}{T_d}} \cdot \cos(2\omega t + \gamma)$ .

Curenții de regim tranzitoriu de pe celelalte faze satorice V și W se deduc cu ușurință. Pentru faza V, se înlocuiește în relația (3.42) unghiul  $\gamma$  cu  $\gamma - 120^\circ$ , iar pentru faza W în loc de unghiul  $\gamma$  se pune  $\gamma - 240^\circ$ . Unghiul  $\gamma$  reprezintă unghiul dintre axa rotorică (axa d) și axa fazei de referință (axa fazei U), în momentul producerii scurtcircuitului.

Constantele de timp  $T_d'$  și  $T_d''$  se numesc tranzitorii și supratranzitorii,  $T_a$  este constanta de timp aperiodică, reactanțele  $X_d, X_d', X_d''$  sunt reactanțele longitudinale de regim permanent, respectiv de regim tranzitoriu și supratranzitoriu, iar  $X_q, X_q''$  sunt reactanțele transversală de regim permanent respectiv de regim supratranzitoriu.

Aceste mărimi se exprimă, de cele mai multe ori, în unități relative și sunt indicate în cataloagele mașinilor sincrone. Reactanțele sincrone se raportează la impedanța nominală de fază a mașinii  $Z_{nf}$ , definită de relația  $Z_{nf} = U_{nf} / I_{nf}$ . De exemplu, reactanțele sincrone longitudinale, exprimate în unități relative, au expresile :

$$x_d = \frac{X_d}{Z_{nf}} [u.r], \quad x_d' = \frac{X_d'}{Z_{nf}} [u.r], \quad x_d'' = \frac{X_d''}{Z_{nf}} [u.r] \quad (3.43)$$

În Fig. 3.17, se prezintă schemele echivalente ale reactanțelor sincrone relative ale mașinii din axa longitudinală a mașinii, iar în Fig. 3.18 se prezintă schemele reactanțelor sincrone din axa transversală.

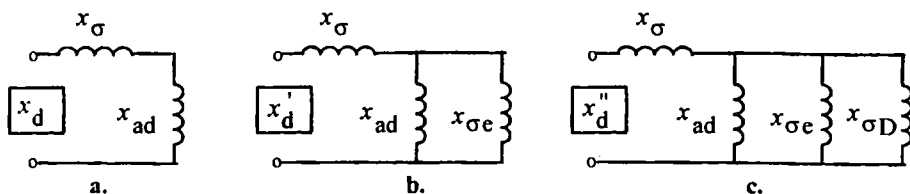


Fig. 3.17. Schemele echivalente ale reactanțelor din axa longitudinală:  
a - pentru  $x_d$ ; b - pentru  $x_d'$ ; c - pentru  $x_d''$ .

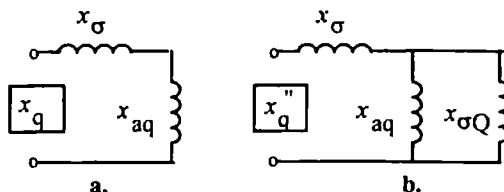


Fig. 3.18. Schemele echivalente ale reactanțelor din axa transversală:  
a - pentru  $x_q$ ; b - pentru  $x_q''$ .

În tabelul 3.1, se prezintă valorile uzuale raportate ale parametrilor mașinilor sincrone, funcționând în regim de generator (turbogenerator sau hidrogenerator) sau de motor.

Tabelul 3.1 - Valorile uzuale ale parametrilor mașinilor sincrone

Parametrul	Turbogeneratoare bipolare	Hidrogeneratoare cu înfășurări de amortizare	Motoare sincrone
$x_d$ [u.r]	0,95 ... 1,45	0,60 ... 1,45	1,50 ... 2,20
$x_q$ [u.r]	0,92 ... 1,47	0,40 ... 1,00	0,95 ... 1,40
$\dot{x}_d$ [u.r]	0,12 ... 0,21	0,20 ... 0,50	0,30 ... 0,60
$\ddot{x}_d$ [u.r]	0,07 ... 0,14	0,13 ... 0,35	0,18 ... 0,38
$\ddot{x}_q$ [u.r]	0,08 ... 0,15	0,13 ... 0,35	0,17 ... 0,37
$r$ [u.r]	0,003 ... 0,008	0,003 ... 0,008	0,004 ... 0,01
$T_d$ [sec]	2,80 ... 6,20	1,50 ... 9,50	6,00 ... 11,50
$\dot{T}_d$ [sec]	0,35 ... 0,90	0,50 ... 3,30	1,20 ... 2,80
$\ddot{T}_d$ [sec]	0,02 ... 0,05	0,01 ... 0,035	0,02 ... 0,05

Șocul maxim de curent de scurtcircuit din faza U se deduce din expresia (3.42), luând în seamă cel mai defavorabil caz și anume acela pentru care se neglijează amortizările pe exponențiale (toate exponențialele se consideră egale cu unitatea) și se consideră :  $\cos(\omega t + \gamma) = 1$ ,  $\cos \gamma = -1$ ,  $X_d'' = X_q''$ . În aceste condiții, curentul maxim posibil de scurtcircuit are expresia:

$$(i_k)_{\max.} = \frac{2E_o \sqrt{2}}{X_d''} \quad (3.44)$$

Acest șoc de curent se obține după timpul  $t^* = (2\pi - \gamma)/\omega$  de la producerea scurtcircuitului și, cum  $\gamma = \pi$ , rezultă  $t^* = \pi/\omega$ , adică după o semiperioadă.

Curentul de scurtcircuit, de regim permanent  $I_{km}$  (valoare de vârf), se obține tot din expresia (3.42), făcând timpul să tindă către infinit (exponențialele sunt nule), deci:

$$I_{km} = \frac{E_o \sqrt{2}}{X_d} \quad (3.45)$$

Raportul  $k$  dintre curentul maxim posibil de scurtcircuit în regim tranzitoriu și curentul maxim de scurtcircuit din regim permanent are valori posibile într-o gamă largă. Expresia acestui raport este următoarea:

$$k = \frac{(i_k)_{\max.}}{I_{km}} = \frac{2X_d}{X_d''} \quad (3.46)$$

### 3.9.2. INTERPRETAREA FIZICĂ A FENOMENELOR LA SCURTCIRCUIT

Mașina sincronă are trei înfășurări monofazate statorice U, V, W și două înfășurări rotorice: una de excitație (indice "e") parcursă de curentul  $i_e$  și cealaltă de pornire și amortizare. Înfășurarea de excitație "e" este plasată în axa longitudinală ( $d$ ) a mașinii, identică cu axa polui nord rotorice. Înfășurarea de amortizare, implantată în creștăturile tălpilor polare este asemănătoare unei colivii rotorice de mașină asincronă cu rotorul în

scurtcircuit și se echivalează cu două înfășurări echivalente în scurtcircuit: prima, notată cu "D", situată în axa longitudinală ( $d$ ), și a doua, notată cu "Q", situată în axa transversală ( $q$ ). Așadar, mașina sincronă are fizic 5 înfășurări (3 pe stator și 2 pe rotor) și teoretic 6 înfășurări (3 pe stator - U, V, W - și 3 pe rotor - e, D, Q -).

În funcționarea normală, fără pendulații ale rotorului, mașina sincronă are curenți nuli în cele două înfășurări de amortizare ( $i_D = i_Q = 0$ ), iar curentul de excitație este constant, neavând componente variabile. În regimul tranzitoriu de scurtcircuit brusc, apar curenți variabili amortizați în circuitele D, Q și e. De exemplu, curentul de scurtcircuit de pe faza U este maxim după o semiperioadă de la producerea scurtcircuitului, iar mașina se comportă ca o reactanță supratranzitorie  $X_d''$ , care are valori foarte mici. După un timp scurt (câteva constante de timp  $T_d''$ ), curenții  $i_D$  și  $i_Q$  din circuitele de amortizare se sting primii. Regimul în care există curenți variabili în circuitele D și Q se numește *regim supratranzitoriu*.

După câteva constante de timp  $T_d''$  mai rămân componente variabile numai în circuitul de excitație al mașinii, caz în care regimul se numește *tranzitoriu*, mașina se comportă acum ca o reactanță tranzitorie  $X_d'$ , mai mare decât  $X_d''$ , dar mai mică decât  $X_d$ . După câteva constante de timp  $T_d'$ , se sting și componentele alternative ale curentului de excitație, adică dispare și regimul tranzitoriu și regimul devine de scurtcircuit permanent, când amplitudinea curentului este dată de relația (3.45).

### 3.9.3. ȘOCUL MAXIM DE CUPLU LA SCURTCIRCUIT

În regimul de scurtcircuit permanent, curenții statorici sunt practic reactivi, deoarece rezistența înfășurării este foarte mică în raport cu reactanța sincronă. În această situație, cuplul electromagnetic al generatorului este foarte mic. În regim tranzitoriu de scurtcircuit însă, cuplul electromagnetic poate înregistra șocuri importante. Aceste șocuri se obțin după un sfert de perioadă de la producerea scurtcircuitului și se calculează cu valorile curenților și fluxurilor din acel moment.

Cuplul electromagnetic maxim nu depinde de mărimea unghiului  $\gamma$  și are în cel mai defavorabil caz valori de până la  $(6 \dots 10)M_n$ . Se cunosc cazuri când arborii mașinilor au fost distruși la producerea unui scurtcircuit.

### 3.10. STABILITATEA DINAMICĂ A MAȘINII SINCRONE

Spre deosebire de stabilitatea statică, stabilitatea dinamică a mașinii sincrone depinde atât de regimul inițial, cât și de natura și mărimea perturbației. Să considerăm, pentru simplificare, o mașină sincronă cu poli înecați funcționând în regim de generator, cu caracteristica unghiulară ca în Fig. 3.19, la care cuplul activ  $M_a$  de la arbore face un salt brusc de la valoarea inițială  $M_{a1}$ , corespunzătoare unghiului intern  $\delta_1$ , la valoarea finală  $M_{a2}$ , corespunzătoare unghiului intern  $\delta_2$ . Curentul de excitație este constant.

Datorită inerției mecanice a rotorului, în urma saltului de cuplu, punctul de funcționare de pe caracteristica unghiulară nu se oprește în B, ci ajunge până în punctul C (Fig. 3.19), astfel încât unghiul intern crește până la valoarea  $\delta_3$ .

Din partea inferioară a figurii 3.19, se observă că în momentele  $t_1$  și  $t_3$ , adică atunci când unghiul intern ia valorile  $\delta_1$ , respectiv  $\delta_3$ , putem scrie relațiile:

$$\left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{t=t_1} = \left. \frac{d\delta}{dt} \right|_{t=t_3} = 0 \quad (3.47)$$

În final, unghiul intern se stabilizează, după câteva oscilații amortizate, la valoarea  $\delta_2$ . Stabilizarea unghiului intern se produce, prin reacție, de către curenții induși în înfășurarea de amortizare a mașinii.

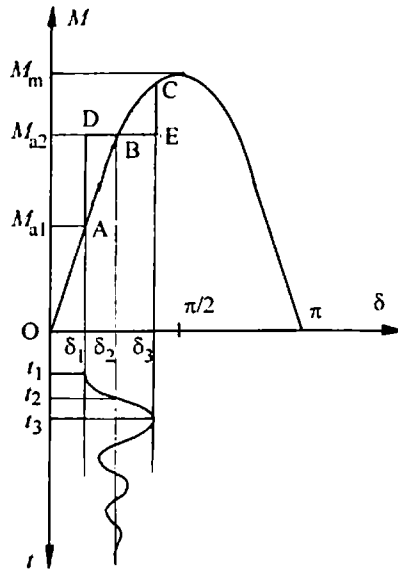


Fig. 3.19. Referitoare la stabilitatea dinamică a generatorului sincron.

Pentru a găsi un criteriu cantitativ de apreciere a stabilității dinamice a mașinii sincrone, se scrie ecuația dinamică de mișcare a subansamblului rotor:

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M_a - M \quad (3.48)$$

în care  $\Omega$  este viteza unghiulară a rotorului,  $J$  reprezintă momentul de inerție al rotorului,  $M_a$  este cuplul activ de la arborele generatorului,  $M$  este cuplul electromagnetic, iar cuplul de frecări mecanice al rotorului s-a neglijat. Conform Fig. 3.19, unghiul electric  $\theta$  dintre axele FS (fixă față de stator) și FR (fixă față de rotor) are expresia:  $\theta = \omega t + \delta$ , în care  $\omega$  este pulsația mărimilor statorice, iar  $\delta$  este unghiul intern al mașinii (analog unei faze inițiale). Se derivează de două ori relația și se găsește:

$$\frac{d\theta}{dt} = p\Omega = \omega + \frac{d\delta}{dt}; \quad \omega = \text{const.} \Rightarrow p \frac{d\Omega}{dt} = \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Ecuația de mișcare a rotorului se scrie acum sub următoarea formă:

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} = M_a - M \quad (3.49)$$

Se amplifică relația (3.49) cu  $d\delta/dt$ , astfel încât putem scrie:

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d^2\delta}{dt^2} \cdot \frac{d\delta}{dt} = (M_a - M) \frac{d\delta}{dt} \Rightarrow \frac{J}{2p} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 = (M_a - M) \frac{d\delta}{dt}$$

Integrăm ecuația de mai sus între limitele  $t_1$  și  $t_3$  și găsim:

$$\frac{J}{2p} \cdot \int_{t_1}^{t_3} \frac{d}{dt} \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 dt = \int_{t_1}^{t_3} (M_a - M) \frac{d\delta}{dt} dt$$

care, după simplificare cu  $dt$  și integrare, cu limitele de integrare corespunzătoare, devine:

$$\frac{J}{2p} \cdot \int_{t_1}^{t_3} d \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2 = \int_{\delta_1}^{\delta_3} (M_a - M) d\delta \Rightarrow \frac{J}{2p} \left[ \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2_{t=t_3} - \left( \frac{d\delta}{dt} \right)^2_{t=t_1} \right] = \int_{\delta_1}^{\delta_3} (M_a - M) d\delta$$

Ținând seama de relația (3.47), expresia de mai sus se scrie sub forma:

$$\int_{\delta_1}^{\delta_3} (M_a - M) d\delta = 0$$

care, conform proprietății de aditivitate a integralei, capătă forma:

$$\int_{\delta_1}^{\delta_2} (M_a - M) d\delta = \int_{\delta_2}^{\delta_3} (M - M_a) d\delta \quad (3.50)$$

Relația (3.50) reprezintă exprimarea matematică a condiției de stabilitate dinamică a mașinii sincrone, denumită și *criteriul ariilor*. Această condiție exprimă faptul că aria triunghiului curbiliniu ABD din Fig. 3.19 este egală cu aria triunghiului curbiliniu BCE.

Așadar, mașina funcționează stabil din punct de vedere dinamic dacă la un salt de cuplu pe curba  $M = f(\delta)$ , există posibilitatea construirii de arii egale ca în Fig. 3.19.

### Caz limită de stabilitate

În Fig. 3.20, se prezintă un caz limită de salt al cuplului până la care mașina își păstrează stabilitatea dinamică. Dacă mașina funcționează în punctul  $(M_{a1}, \delta_1)$ , aceasta permite un salt maxim de cuplu până în punctul  $(M_{a2}, \delta_2)$ , astfel încât aria  $S_1$  să fie egală cu aria  $S_2$ .

Dacă se face însă, începând din punctul  $(M_{a1}, \delta_1)$ , un salt de cuplu egal cu  $M_{a3} - M_{a1}$ , astfel încât  $M_{a3} > M_{a2}$ , mașina iese din sincronism. De asemenea, dacă inițial mașina funcționa în gol și se face saltul de cuplu tot până la  $M_{a2}$ , mașina iese din sincronism, deoarece aria triunghiului curbiliniu  $OM_{a2}B$  este mai mare decât aria  $S_2$ .

Așadar, stabilitatea dinamică a mașinii sincrone depinde atât de valoarea inițială a cuplului, cât și de mărimea saltului de cuplu.

### Forțarea excitației

O mărire a rezervei de stabilitate dinamică se face prin așa-numitul fenomen de *forțare a excitației* în momentul apariției saltului de cuplu, când caracteristica unghiulară

devine ca aceea desenată în Fig. 3.20 și când aria  $S_2$  se mărește considerabil, mașina având o rezervă de stabilitate mult mai mare.

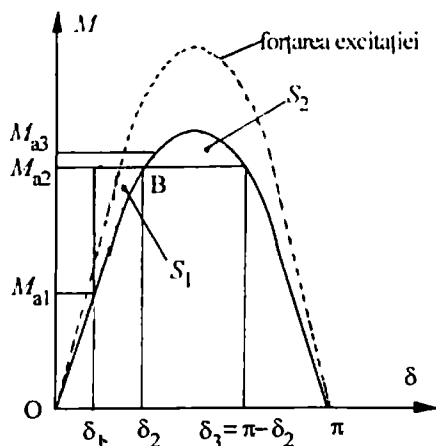


Fig. 3.20. Caz limită de stabilitate dinamică.

### Cazul deconectării și reanclanșării rapide a generatorului

Să considerăm un generator sincron care funcționează, cu un cuplu activ  $M_a$  la unghiul intern  $\delta_1$ , când intervine o deconectare a liniei de transmisie, cuplul electromagnetic al generatorului scăzând brusc la zero (Fig. 3.21). Dacă motorul primar nu are regulator de viteză, atunci rotorul generatorului se accelerează și unghiul intern crește. Se poate determina, cu criteriul ariilor egale ( $S_1 = S_2$ ), care este unghiul intern  $\delta_2$ , care poate fi atins de rotor astfel încât, reanclanșând linia la acest unghi, generatorul să nu iasă din sincronism (să nu se desprindă și să se accelereze).

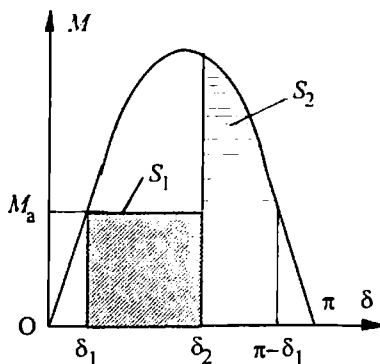


Fig. 3.21. Criteriul ariilor egale aplicat în cazul deconectării și reanclanșării rapide a unui generator.

Cunoscând unghiurile interne  $\delta_1$  și  $\delta_2$ , se poate determina timpul corespunzător ca rotorul să-și varieze unghiul intern între cele două limite, dat fiind faptul că, după declanșarea liniei și până la reanclanșarea ei, cuplul rezistent este practic nul, iar cuplul de accelerare este chiar  $M_a$ .



### 3.11. MAȘINI SINCRONE SPECIALE

#### 3.11.1 MOTORUL SINCRON REACTIV

Motorul sincron reactiv (cu reluctanță variabilă) are poli aparenti pe rotor, neavând înfășurare de excitație. Funcționarea lui se bazează pe cuplul de anizotropie de formă  $M'$  care se mai numește cuplu reactiv. Motorul reactiv se construiește atât în variantă monofazăată (în care caz are fază auxiliară și condensator de defazare pentru pornire), cât și în variantă trifazăată, prezentând avantajul unei construcții simple și al lipsei sursei de c.c. necesare excitației. Mașina reactivă nu se utilizează în regim de generator.

Factorul de putere al motorului sincron reactiv este totdeauna inductiv, neavând t.e.m.  $E_o$ , (datorită lipsei excitației), deci nefiindu-i specific regimul supraexcitat. Valoarea maximă a factorului de putere inductiv este dată de relația:

$$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{X_d / X_q - 1}{X_d / X_q + 1}$$

și este cu atât mai mare cu cât raportul  $X_d/X_q$  este mai mare. La mașinile sincrone obișnuite:  $X_d/X_q \cong 1,5$ , iar la motoarele sincrone reactive raportul reactanțelor sincrone atinge valori mult mai mari,  $X_d/X_q \in (8 \dots 10)$ .

Motorul reactiv se utilizează în acționările de mică putere (la aparatele de înregistrare și redare a sunetului și imaginilor), având turația fixă (la o frecvență dată a sursei de alimentare) și nu prezintă paraziți electromagnetici specifici inelelor colectoare și periiilor, caracteristici mașinilor electrice sincrone cu excitație electromagnetică.

#### 3.11.2. GENERATORUL SINCRON FĂRĂ CONTACTE ALUNECĂTOARE

Generatoarele *cu comutație statică* nu au contacte alunecătoare și sunt mai fiabile decât cele cu excitație electromagnetică. De asemenea, performanțele în regim dinamic sunt mai bune (timp de răspuns mai mic).

Generatorul este format din două mașini sincrone incorporate în aceeași construcție: una principală, de construcție normală (rotorul este inductor și statorul este indus), notată cu 1 (înfășurarea trifazăată statorică) și 2 (înfășurarea monofazăată rotorică) în Fig. 3.22, și cealaltă secundară, de dimensiuni mai reduse, de construcție inversată (rotorul este indusul, iar statorul este inductorul), notată cu 10 (înfășurarea monofazăată statorică) și cu 8 (înfășurarea trifazăată statorică). Energia necesară înfășurării de excitație a mașinii principale este introdusă în rotor nu prin intermediul inelelor colectoare și al periiilor, ci prin intermediul câmpului electromagnetic, folosind mașina secundară 8 -10.

Generatorul sincron cu comutație statică conține, pe lângă înfășurările 1, 2, 8, 10, tiristoarele rotitoare 5, 6, 7, două dispozitive electronice de comandă 4 și 11, un traductor de câmp magnetic 3 și o punte redresoare 12, alimentată de la înfășurarea 9, cuplată inductiv cu o înfășurare indusă de fază a mașinii inversate (secundare).

Funcționarea generatorului este următoarea: pentru a putea fi amorsată tensiunea mașinii, trebuie să existe, în circuitul magnetic al acesteia, un flux magnetic remanent, deci trebuie ca mașina să fie magnetizată anterior livrării (de exemplu, prin alimentarea înfășurării 2 în c.c. cu rotorul în repaus). Prin rotirea generatorului de către motorul său primar de antrenare, fluxul magnetic remanent rotoric, induce în înfășurarea 1, t.e.m. care sunt redresate de 11 și produc în înfășurarea 10, un curent continuu care, la rândul său,

produce un câmp magnetic redus, dar fix față de stator. Acest câmp magnetic induce, în înfășurarea 8, t.e.m. alternative, redresate de tiristoarele 5, 6, 7, care produc, în înfășurarea 2, un curent continuu care mărește fluxul magnetic remanent rotoric. Acest flux rotoric mărit induce din nou, în înfășurarea 1, t.e.m. și procesul se continuă în avalanșă până când, la bornele R, S, T ale generatorului, tensiunea ia valoarea nominală, generatorul considerându-se autoexcitat.

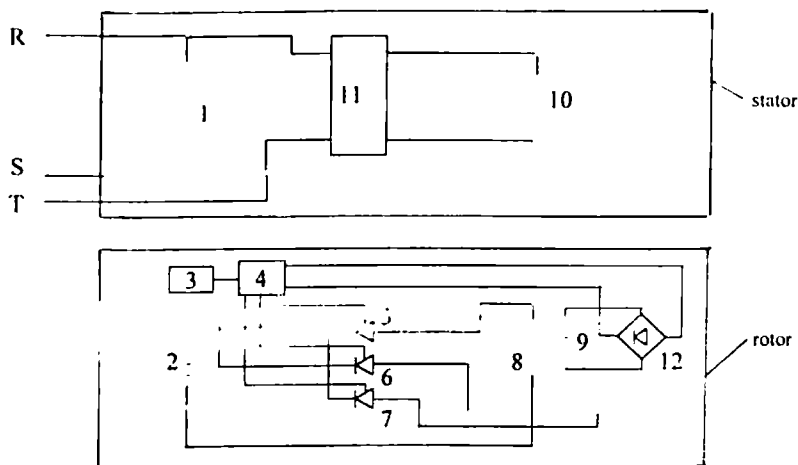


Fig. 3.22. Schema de principiu a unui generator sincron cu comutație statică.

Reglarea tensiunii la bornele R, S, T (sau menținerea ei constantă) se face cu ajutorul regulatorului de tensiune 11, care reglează și limitează valoarea curentului din înfășurarea 10 și cu ajutorul dispozitivului 4, care reglează curentul de excitație din înfășurarea 2, prin comenzile primite de la puntea 12, respectiv, limitează acest curent, prin comenzile primite de la traductorul de câmp 3.

### 3.12. ACȚIONĂRI CU MOTOARE SINCRONE

#### 3.12.1. MOTORUL SINCRON. UTILIZĂRI, AVANTAJE, DEZAVANTAJE

Mașina sincronă se folosește, ca generator sincron, în centralele de producere a energiei electrice, respectiv ca motor sincron, în acționările electrice. În comparație cu motorul asincron, motorul sincron prezintă anumite avantaje și dezavantaje.

*Domeniile de utilizare* ale motoarelor sincrone sunt dintre cele mai variate. Actualmente, se folosesc la acționarea pompelor centrifugale sau cu piston, a compresoarelor, ventilatoarelor, suflantelor, exhaustoarelor de diferite tipuri, a morilor cu bile, a unor concasoare etc. Asociate cu cuple reglabile hidraulice sau electromagnetice ori cu convertizoare de frecvență, motoarele sincrone se utilizează și în mecanismele care necesită reglarea vitezei. În acest fel, s-a ajuns la unități de putere de ordinul zecilor de megawați, după cum motoare sincrone de ordinul waților sau fracțiunilor de watt se utilizează în automație, electronică și mecanică fină.

*Avantajele principale ale motorului sincron față de cel asincron* sunt următoarele:

- viteza de rotație este constantă (dacă frecvența rețelei rămâne constantă);
- cuplul electromagnetic depinde liniar de tensiunea de alimentare, fiind mai puțin sensibil la variațiile acesteia;

- factorul de putere este mult mai bun, putând fi unitar sau chiar capacitiv, în vederea îmbunătățirii factorului de putere al rețelei;
- randamentul este mai bun în raport cu motorul asincron de aceeași putere;
- reglarea simplă, prin variația curentului de excitație, a unor caracteristici.


Motorul sincron prezintă și anumite *dezavantaje* față de cel asincron:

- nu are cuplu de pornire și deci, pornirea este mai dificilă și mai costisitoare;
- tendință de pendulare sau de ieșire din sincronism în cazul șocurilor de cuplu sau al scăderilor accentuate ale tensiunii de alimentare;
- are nevoie de o sursă de c.c. pentru alimentarea excitației, iar inelele și periile necesită o întreținere atentă și reprezintă puncte de eventuale defecțiuni;
- este mai voluminos și mai greu, la aceleași date nominale;
- procesul de fabricație este mai complicat, îndeosebi în comparație cu mașinile asincrone cu rotorul în colivie și, în mod firesc, prețul este mai mare.

### 3.12.2. COMPENSATORUL SINCRON

Compensatorul sincron este o mașină sincronă funcționând în gol, în regim de motor supraexcitat, absorbind din rețeaua de alimentare puterea activă necesară numai pentru acoperirea pierderilor active. De aici rezultă că, spre deosebire de motoarele sincrone, compensatoarele sincrone au arborii mai subțiri și înfășurările de excitație mai voluminoase, spre a putea avea solenaii de excitație mărite.

Fiind supraexcitate, compensatoarele sincrone debitează putere reactivă în rețea, îmbunătățind factorul de putere al rețelei. Ele se pornesc prin aceleași metode ca și motoarele sincrone. Uzual, puterea nominală a compensatoarelor sincrone este de 60, 100, 160 și 200 MVar, iar tensiunea nominală aparține intervalului (6 ... 25)kV.

 Compensatoarele sincrone se montează cât mai aproape de consumatorii de energie reactivă, pentru a contribui la diminuarea variațiilor de tensiune, provocate de variațiile rapide ale puterii active cerute de consumator.

În raport cu bateriile de condensatoare, compensatoarele sincrone prezintă avantaje, prin faptul că permit un reglaj continuu al puterii reactive, precum și o automatizare a reglajului tensiunii. În unele situații, în centralele hidroelectrice, generatoarele sincrone sunt pornite și funcționează în regim de compensator, introducând în rețea o importantă cantitate de energie reactivă.

### 3.12.3. PORNIREA MOTORULUI SINCRON

Motorul sincron dezvoltă un cuplu sincron mediu numai la funcționarea în sincronism. La altă viteză, precum și la pornire, cuplul sincron este alternativ având valoarea medie nulă. Așadar, motorul sincron nu are cuplu de pornire.

Pornirea motoarelor sincrone se poate face prin trei metode: pornirea în asincron, pornirea prin alimentarea de la o sursă de frecvență variabilă, pornirea cu motor auxiliar de lansare. Mai folosite sunt primele două metode.

#### **Pornirea în asincron a motorului sincron (autosincronizarea)**

Pentru a porni în asincron, motorul sincron trebuie să fie echipat cu o înfășurare în colivie pentru pornire, așezată în piesele polare ale polilor rotorici de excitație; aceasta îndeplinește ulterior, la funcționarea în regimul normal al motorului, rolul de înfășurare de amortizare. De aceea, aceasta se mai numește *înfășurare de pornire și amortizare*.

Motorul sincron pornește, în acest caz, la fel ca un motor asincron cu rotorul în colivie. Motoarele sincrone de putere mică au polii de excitație realizați din oțel masiv, care îndeplinesc rolul înfășurării în colivie.

Pornirea motorului se face prin conectarea directă la rețea, sau cu autotransformator, ori prin metoda stea - triunghi, în funcție de curenții admisibili absorbiți la pornire. În perioada pornirii în asincron, înfășurarea de excitație a motorului este deconectată de la sursa de c.c. și conectată pe o rezistență de descărcare  $R_d$ , de aproximativ 5 ... 10 ori mai mare decât valoarea rezistenței înfășurării de excitație  $R_e$ . În perioada de pornire, înfășurarea de excitație nu se scurtcircuitează, deoarece poate apărea fenomenul Gorges și nici nu se lasă deschisă, pentru că ar putea fi străpunsă.

Mergând ca motor asincron în gol sau în sarcină redusă, cu o alunecare mică, se comută brusc înfășurarea de excitație de pe rezistența  $R_d$  pe rețeaua de c.c., în care caz, prin această înfășurare circulă curentul de excitație  $I_e$  și apare imediat cuplul sincron  $M$ , care are expresia aproximativă:

$$M = \frac{3 E_o' U}{X_s \Omega} \cdot \sin(\delta + s \cdot \omega t)$$

Deoarece alunecarea  $s$  este mică, cuplul sincron variază lent în timp și aduce rotorul în sincronism, iar datorită inerției rotorul trece puțin înaintea câmpului învârtitor și, după câteva pendulații amortizate ale rotorului în jurul câmpului, acesta intră în sincronism (se "lipește" de câmp) și motorul se consideră pornit. Din acest motiv, toate motoarele sincrone care pornesc în asincron sunt prevăzute cu înfășurări de amortizare puternice, confecționate de obicei din cupru, cu parametrii care să conducă la cupluri asincrone mari.

În Fig. 3.23. este prezentată schema automată de pornire în asincron a motorului sincron. Schema de forță cuprinde un întrerupător general K, siguranțele fuzibile e1, dublate de relele maximale de curent e2, blocul de rele termice de suprasarcină e3. Înfășurarea de excitație, având rezistența  $R_e$ , este alimentată prin intermediul transformatorului de adaptare Tr și al punții trifazate redresoare P.

Schema de comandă cuprinde liniile 4, 5, ... , 8, în care C1 și C2 sunt bobinele contactoarelor de alimentare, respectiv de trecere în regim sincron, d1 este un releu de timp cu temporizare la închidere (ce are timpul de acționare mai mare sau egal cu timpul  $t_p$  de pornire în asincron), precum și butoanele de pornire b1 și de oprire b2.

*Funcționarea schemei* începe cu apăsarea pe butonul de pornire b1, după care bobina contactorului C1 este alimentată și acesta își închide contactele de forță C1 din linia 1 (motorul pornește în asincron) și își automenține butonul b1. În același timp, se alimentează și bobina releului de timp d1, care își închide contactul temporizat d1 din linia 7, după timpul reglat  $t_p$ . După acest timp, se alimentează bobina contactorului C2, care își deschide contactul NÎ (normal închis) C2 din linia 2 și își închide contactul ND (normal deschis) C2 din linia 3, astfel încât înfășurarea de excitație va fi comutată de pe rezistența de descărcare  $R_d$  pe sursa de curent continuu P. Apare cuplul sincron care introduce mașina în sincronism și motorul se consideră pornit.

Oprirea motorului se face prin apăsarea pe butonul b2. În cazul unui scurtcircuit relele maximale de curent e2 acționează și își deschid contactul NÎ, e2 din linia 4 și

Pagină lipsă

Pagină lipsă

### PROBLEMA 3.2.

Un turboalternator trifazat cu indusul în stea are  $S_n = 25$  MVA;  $U_n = 6,3$  kV (conexiune stea pe stator);  $X_s = 1,5 \Omega$ . Să se calculeze căderea de tensiune relativă de la mersul în gol, la sarcină nominală a generatorului în sarcină pur rezistiv ( $\varphi = 0$ ), pur inductivă ( $\varphi = \pi/2$ ) și pur capacitivă ( $\varphi = -\pi/2$ ) în ipoteza  $R = 0$  și  $I_e = \text{const.}$

*Soluție:* Curentul nominal pe fază al generatorului se calculează cu relația:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{25 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6300} = 2290 \text{ A}$$

Tensiunea nominală pe fază este  $U_{nf} = U_n / \sqrt{3} = 6300 / \sqrt{3} = 3650$  V. Din diagrama fazorială simplificată (Fig. 3.7.c) se deduce modulul fazorului  $E_o$ :

$$E_o = \sqrt{(U_{nf} \cos \varphi)^2 + (U_{nf} \sin \varphi + X_s I_{nf})^2}$$

iar căderea relativă de tensiune de la gol la sarcină nominală are expresia:

$$\Delta U[\%] = \frac{(E_o - U_{nf}) \cdot 100}{U_{nf}} = [\sqrt{\cos^2 \varphi + (\sin \varphi + X_s I_{nf} / U_{nf})^2} - 1] \cdot 100$$

care conduce la următoarele rezultate: pentru  $\varphi = 0$ , rezultă  $\Delta U = 37,4$  %; pentru  $\varphi = \pi/2$ , se găsește  $\Delta U = 94,5$  % ; iar pentru  $\varphi = -\pi/2$ , se găsește  $\Delta U = -94,5$  %.

### PROBLEMA 3.3.

Un turboalternator trifazat cuplat la o rețea de putere mare funcționează în sarcină nominală, la factorul de putere  $\cos \varphi = 0,9$ . Turboalternatorul are reactanța sincronă, în unități relative,  $x_s = X_s / Z_n = 1,4$  u.r., în care  $Z_n = U_{nf} / I_{nf}$  este impedanța nominală de fază. În timpul funcționării se produce o reducere a tensiunii la valoarea  $U' = 0,8U$ . Să se determine valoarea unghiului intern  $\delta'$  și valoarea curentului debitat  $I'$ , în valori raportate, știind că în noul regim curentul de excitație și puterea electromagnetică rămân constante. Se consideră  $R = 0$ .

*Soluție:* Din problema 3.2. s-a dedus expresia tensiunii  $E_o$  care, ținând seama de expresia reactanței sincrone în unități relative, se mai scrie:

$$E_o = U_{nf} \sqrt{\cos^2 \varphi + (\sin \varphi + x_s)^2} = U_{nf} \sqrt{(0,9)^2 + (0,44 + 1,4)^2} = 2,02 \cdot U_{nf},$$

în care  $x_s = X_s / Z_n = X_s I_{nf} / U_{nf}$  este reactanța sincronă raportată.

Unghiul intern  $\delta$ , anterior reducerii tensiunii, se determină utilizând diagrama fazorială din Fig. 3.7.c, exprimând segmentul BD în două moduri:

$$E_o \sin \delta = X_s I_{nf} \cos \varphi \Rightarrow \sin \delta = \frac{X_s I_{nf} \cos \varphi}{2,02 \cdot U_{nf}} = \frac{x_s \cos \varphi}{2,02} = 0,622$$

Având în vedere faptul că în noul regim puterea activă debitată rămâne aceeași și că la curent de excitație constant,  $E_o$  rămâne aceeași, putem scrie relația:

$$\frac{3E_o U_{nf} \sin \delta}{X_s} = \frac{3E_o \cdot 0,8 U_{nf} \cdot \sin \delta'}{X_s} \Rightarrow \sin \delta' = \frac{\sin \delta}{0,8} = 0,78 \Rightarrow \delta' = 51^\circ.$$





$$E_o = \sqrt{(U \cos \varphi)^2 + (U \sin \varphi + X_s I)^2} =$$

$$= \sqrt{(231 \cdot 0,8)^2 + (231 \cdot 0,6 + 15 \cdot 20,2)^2} = 478,7V$$

Unghiul intern  $\delta$  dintre fazorii  $E_o$  și  $E_\mu$  se determină utilizând Fig. 3.24. În triunghiul dreptunghic OGB, unghiul OBG =  $[\pi/2 - (\delta' + \varphi)]$ . Unghiul  $\varphi$  corespunzător factorului de putere 0,8 are valoarea  $\varphi = \arccos 0,8 = 36,87^\circ$ . În triunghiul dreptunghic OBG, observăm că unghiul OBG are valoarea  $90^\circ - (30,4^\circ + 36,87^\circ) = 22,73^\circ$ . Așadar putem scrie:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{X_{as} I \cdot \sin 22,73^\circ}{E_o - X_{as} I \cdot \cos 22,73^\circ} = \frac{14 \cdot 20,2 \cdot \sin 22,73^\circ}{478,7 - 14 \cdot 20,2 \cdot \cos 22,73^\circ} = 0,502 \Rightarrow \delta = 26,67^\circ$$

în care  $X_{as} = X_s - X_\sigma = 15 - 1 = 14 \Omega$  reprezintă reactanța sincronă corespunzătoare câmpului magnetic de reacțiune a indusului.

c. Cuplul electromagnetic se determină cu relația cunoscută, în funcție de cele două valori ale unghiului intern:

$$M(\delta') \cong - \frac{3E_o U}{\Omega X_s} \cdot \sin \delta' = - \frac{3 \cdot 478,7 \cdot 231 \cdot \sin 30,4^\circ}{2\pi \cdot 25 \cdot 15} = -71,26 Nm$$

$$M(\delta) \cong - \frac{3E_o U}{\Omega X_s} \cdot \sin \delta = - \frac{3 \cdot 478,7 \cdot 231 \cdot \sin 26,67^\circ}{2\pi \cdot 25 \cdot 15} = -63,20 Nm$$

$$\varepsilon_M [\%] = \left| \frac{M(\delta) - M(\delta')}{M(\delta)} \right| \cdot 100 = \frac{71,26 - 63,2}{71,26} \cdot 100 = 11,3\%$$

Tensiunea rezultantă  $E_\mu$  se calculează din triunghiul OAD folosind teorema sinusului:

$$\frac{E_\mu}{\sin \text{OAD}} = \frac{AD}{\sin(\delta' - \delta)} \Rightarrow E_\mu = \frac{X_\sigma I \cdot \sin(90 + \varphi)}{\sin(30,4 - 26,67)} = 248,4V$$

Eroarea relativă care se face considerând relația  $E_\mu \cong U$  este dată de relația:

$$\varepsilon_U [\%] = \frac{E_\mu - U}{E_\mu} \cdot 100 = \frac{248,4 - 231}{248,4} \cdot 100 = 7\%$$

### PROBLEMA 3.5.

Un hidrogenerator sincron are datele:  $S_n = 100 \text{ MVA}$ ,  $U_n = 10,5 \text{ kV}$  (conexiune stea),  $\cos \varphi_n = 0,8$  inductiv,  $X_d = 1,6 \Omega$ ,  $X_q = 1 \Omega$ . Să se determine t.e.m.  $E_o$  indusă la mersul în gol, puterea electromagnetică  $P$  în funcție de unghiul intern  $\delta$  și unghiul intern  $\delta_m$ , după care mașina își pierde stabilitatea statică. Se consideră  $R = 0$  și  $\delta = \delta'$ .

*Soluție:* Se notează cu  $U$  și  $I$  tensiunea și curentul de fază ale generatorului. Acestea au valorile:

$$U = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{10,5}{\sqrt{3}} = 6,06 kV, I = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{100 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10,5 \cdot 10^3} = 5500 A$$

Se folosește diagrama de fazori din Fig. 3.10.b. În triunghiul OCJ, avem:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{CJ}{OJ} = \frac{X_q I \cos \varphi}{U + X_q I \sin \varphi} = \frac{1 \cdot 5500 \cdot 0,8}{6060 + 1 \cdot 5500 \cdot 0,6} = 0,47 \Rightarrow \delta = 25,16^\circ$$

T.e.m.  $E_o$  se determină astfel:

$$E_o = U \cos \delta + X_d I_d = U \cos \delta + X_d I \sin(\delta + \varphi) = 13,25 \text{ kV}$$

Puterea electromagnetică se determină cu relația:

$$P = -M\Omega = \left[ \frac{3E_o U}{X_d} \sin \delta + \frac{3U^2}{2X_d X_q} (X_d - X_q) \sin 2\delta \right],$$

care, după înlocuirea valorilor cunoscute, conduce la expresia:

$$P = 150 \cdot \sin \delta + 20,7 \cdot \sin 2\delta \text{ [MW]}$$

Unghiul  $\delta_m$  se determină rezolvând ecuația trigonometrică  $\partial P / \partial \delta = 0$ , din care rezultă  $\delta_m = 79^\circ$  electrice.

### PROBLEMA 3.6.

Un hidrogenerator sincron trifazat are datele:  $U_n = 12 \text{ kV}$  (conexiune stea),  $X_d = 2,2 \Omega$ ,  $R = 0$ . Să se calculeze puterea reactivă absorbită de mașină de la rețeaua de putere infinită, în situația în care sunt nule atât curentul de excitație al mașinii, cât și debitul turbinei.

**Soluție: a.** Deoarece curentul de excitație este nul, t.e.m.  $E_o$  este și ea nulă; debitul turbinei fiind nul rezultă că și puterea electromagnetică  $P$  este nulă și, în consecință, unghiul intern  $\delta = 0$ . În această situație, mașina funcționează în gol ca motor sincron reactiv. În situația  $E_o = 0$ , din diagrama de fazori din Fig. 3.10.b. se deduce că  $X_q I_q = 0$  și, prin urmare,  $U = X_d I_d$  ( $U =$  tensiunea de fază). Curentul mașinii este pur longitudinal având valoarea:

$$I_d = I = \frac{U_n}{\sqrt{3} X_d} = \frac{12000}{\sqrt{3} \cdot 2,2} = 3150 \text{ A}$$

Ținând seama că mașina este echivalentă cu reactanța longitudinală  $X_d$ , factorul de putere este nul și puterea reactivă absorbită de mașină de la rețea are valoarea:

$$Q = 3UI \sin \varphi = 3 \cdot \frac{12000}{\sqrt{3}} \cdot 3150 \cdot 1 = 65,5 \cdot 10^6 \text{ Var} = 65,5 \text{ MVar}$$

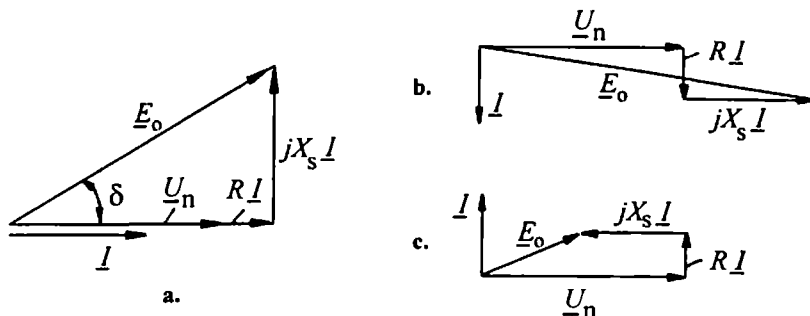
### PROBLEMA 3.7.

Un turbogenerator sincron este caracterizat de  $S_n = 50 \text{ kVA}$  și  $U_n = 380 \text{ V}$  (conexiune triunghi pe stator), iar tensiunea de mers în gol are valoarea  $E_o = 500 \text{ V}$ . Reactanța sincronă este  $X_s = 7,5 \Omega$ , iar rezistența indusului este  $R = 1 \Omega$ . Să se calculeze caracteristica externă a generatorului funcționând în sarcinile rezistivă ( $\varphi = 0$ ), pur inductivă ( $\varphi = \pi/2$ ), pur capacitivă ( $\varphi = -\pi/2$ ), rezistiv inductivă ( $\cos \varphi = 0,8$ ), în situația în care curentul de excitație al generatorului rămâne constant.

**Soluție:** Curentul nominal pe fază al generatorului are valoarea:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{3U_n} = \frac{50 \cdot 10^3}{3 \cdot 380} = 44 \text{ A}$$

iar impedanța de bază este  $Z_n = U_n/I_n = 380/44 = 8,64 \, \Omega$ . În Fig. 3.25, se prezintă diagramele de fazori ale generatorului funcționând în sarcină rezistivă (Fig. 3.25.a), pur inductivă (Fig. 3.25.b) și pur capacitivă (Fig. 3.25.c).



**Fig. 3.25.** Diagramele de fazori ale generatorului sincron cu poli înecați:  
a - în sarcină rezistivă; b - în sarcină pur inductivă; c.- în sarcină pur capacitivă;

În sarcină rezistivă, din diagrama prezentată în Fig. 3.25.a, se deduce:

$$E_o^2 = (U + RI)^2 + (X_s I)^2 \Rightarrow U = \sqrt{E_o^2 - (X_s I)^2} - RI$$

Relația de mai sus se scrie în unități relative, așa cum se arată în cele ce urmează:

$$\frac{U}{U_n} = \frac{1}{U_n} \left[ \sqrt{E_o^2 - (X_s I)^2} - RI \right] \Rightarrow u^* = \sqrt{e_o^{*2} - \beta^2 x_s^2} - r\beta$$

$$\text{unde: } u^* = \frac{U}{U_n}; e_o^* = \frac{E_o}{U_n}; x_s = \frac{X_s}{Z_n}; r = \frac{R}{Z_n}; \beta = \frac{I}{I_n}$$

Rezistența raportată are valoarea  $r = 1/8,64 = 0,116$  u.r., reactanța  $x_s = 7,5/8,64 = 0,87$  u.r., t.e.m. raportată  $e_o = 500/380 = 1,32$ . Expresia analitică a caracteristicii externe, în mărimi raportate, pentru sarcină rezistivă, este următoarea:

$$u^* = \sqrt{1,32^2 - 0,87^2 \beta^2} - 0,116\beta$$

Dând valori corespunzătoare factorului de încărcare  $\beta$ , se obține, prin puncte, caracteristica externă ca în tabelul următor:

$\beta$	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
$u^*$	1,32	1,285	1,227	1,143	1,029	0,877	0,67

Caracteristicile externe pentru sarcinile pur inductive și pur capacitive se determină asemănător cu cazul sarcinii rezistive. Se folosesc diagramele de fazori din Fig. 3.25, obținându-se:

$$\text{În sarcină pur inductivă: } (U + X_s I)^2 + (RI)^2 = E_o^2 \Rightarrow U = \sqrt{E_o^2 - (RI)^2} - X_s I$$

În sarcină pur capacitivă:  $(U - X_s I)^2 + (RI)^2 = E_o^2 \Rightarrow U = \sqrt{E_o^2 - (RI)^2} + X_s I$

Expresiile analitice ale caracteristicilor externe, în mărimi raportate, sunt:

$$u^* = \sqrt{e_o^{*2} - \beta^2 r^2} - \beta x_s; u^* = \sqrt{e_o^{*2} - \beta^2 r^2} + \beta x_s$$

În cazul sarcinii rezistiv - inductive se folosește diagrama de fazori din Fig. 3.7.b, din care se deduce:

$$(U + RI \cos \varphi + X_s I \sin \varphi)^2 + (RI \sin \varphi - X_s I \cos \varphi)^2 = E_o^2$$

În unități relative, caracteristica în sarcină rezistiv - inductivă se mai scrie:

$$u^* = \sqrt{e_o^{*2} - (x_s \beta \cos \varphi - r \beta \sin \varphi)^2} - r \beta \cos \varphi - x_s \beta \sin \varphi$$

Se calculează caracteristicile externe, în valori numerice, iar rezultatele sunt trecute în tabelul următor:

Felul sarcinii	$\beta$	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
Sarcina pur inductivă	$u^*$	1,32	1,146	0,971	0,796	0,620	0,445	0,269
Sarcină pur capacitivă	$u^*$	1,32	1,494	1,667	1,840	2,013	2,185	2,357
Sarcina rez.-inductivă	$u^*$	1,32	1,190	1,05	0,896	0,729	0,547	0,347

### PROBLEMA 3.8.

Un generator sincron trifazat cu excitație separată are următoarele date caracteristice:  $S_n = 400$  kVA;  $U_n = 400$  V (conexiune stea);  $f_n = 50$  Hz;  $\cos \varphi = 0,8$ ; pierderile din indus  $P_{J2} = 8$  kW; pierderile mecanice și în fier  $P_m + P_{Fe} = 7$  kW; pierderile suplimentare datorate armonicilor superioare  $P_s = 5$  kW. Să se determine: **a.** Curentul nominal (de linie) al generatorului; **b.** Puterea activă debitată de generator în regimul nominal și randamentul nominal; **c.** Puterea reactivă schimbată cu rețeaua la sarcina nominală; **d.** Curentul în cazul excitației optime ( $I_e = I_e^*$ ) și randamentul generatorului în acest caz, considerând că singurele pierderi care se diminuează sunt  $P_{J2}$ , restul de pierderi rămânând constante.

**Soluție:** **a.** Curentul nominal este valoarea de linie a acestuia (egală cu valoarea de fază, în cazul conexiunii stea) și este dat de relația:

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{400 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 400} = 577 \text{ A}$$

**b.** Puterea nominală debitată de generator este  $P_n = S_n \cos \varphi = 400 \cdot 0,8 = 320$  kW, iar randamentul nominal se deduce cu relația:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + \Sigma P} = \frac{P_n}{P_n + P_{J2} + P_m + P_{Fe} + P_s} = \frac{320}{320 + 8 + 7 + 5} = 0,94$$

c. Puterea reactivă debitată de generator este  $Q_n = S_n \sin \varphi = 400 \cdot 0,6 = 240 \text{ kVar}$

d. În cazul  $I_e = I_e^*$ , curentul debitat de generator  $I_{\min}$ , se determină din conservarea puterii active nominale  $P_n$ :

$$P_n = \sqrt{3} U_n I_n \cos \varphi = \sqrt{3} U_n I_{\min} \cos \varphi_{opt} \Rightarrow I_{\min} = \frac{I_n \cos \varphi}{\cos \varphi_{opt}} = \frac{577 \cdot 0,8}{1} = 461,5 \text{ A}$$

Pierderile Joule în indus, la curentul minim, se determină astfel:

$$P'_{J2} = P_{J2} (I_{\min} / I)^2 = P_{J2} \cdot \cos^2 \varphi = 8 \cdot 0,68 = 5,12 \text{ kW}$$

iar randamentul în noul regim devine:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + \Sigma P'} = \frac{P_n}{P_n + P'_{J2} + P_m + P_{Fe} + P_s} = \frac{320}{320 + 5,12 + 7 + 5} = 0,949$$

### PROBLEMA 3.9.

O mașină sincronă trifazată, cuplată la o rețea de putere infinită, funcționează la putere activă constantă. Crescând curentul de excitație, crește curentul schimbat de mașină cu rețeaua. Se întreabă: **a** - mașina primește sau dă putere reactivă în rețea?; **b** - mașina se comportă ca o sarcină rezistiv - inductivă sau rezistiv - capacitivă?; **c** - cum este ca valoare, factorul de putere față de situația inițială?

**Soluție:** **a** - Din Fig. 3.16. se constată că, dacă curentul de excitație crește, iar curentul debitat în rețea crește, înseamnă că ne situăm pe curba în V situată în regim supraexcitat. Prin urmare, mașina dă putere reactivă în rețea. **b** - Deoarece mașina injectează putere reactivă în rețea, se comportă ca o sarcină rezistiv - capacitivă. **c** - În raport cu situația inițială, factorul de putere al mașinii este mai mic.

### PROBLEMA 3.10.

Un turboalternator trifazat cu conexiune stea pe sator are datele:  $S_n = 50 \text{ MVA}$ ,  $U_n = 10,5 \text{ kV}$ ,  $\cos \varphi = 0,9 \text{ ind.}$ ,  $x_s = 1,4 \text{ u.r.}$ ,  $I_e = \text{const.}$  și este cuplat la o rețea de putere infinită. **a.** Să se determine limita până la care poate scădea lent tensiunea rețelei fără ca mașina să iasă din sincronism ( $P = \text{const.}$ ) și să se calculeze curentul debitat de mașină în acest caz. **b.** Presupunând că mașina funcționează în regim nominal și are capacitatea de suprasarcină  $k_m = M_m/M_n = 2$ , să se determine saltul maxim de cuplu de la ax pe care-l poate suporta brusc mașina (peste cuplul nominal), astfel încât să nu iasă din sincronism fără forțarea excitației.

**Soluție:** **a.** Neglijând pierderile în fier și în înfășurarea statorului, putem scrie că puterea electromagnetică a mașinii este egală cu puterea activă debitată la borne:

$$P = S_n \cos \varphi = 50 \cdot 10^6 \cdot 0,9 = 45 \cdot 10^6 \text{ W}$$

Curentul nominal al mașinii este:

$$I_n = I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10500} = 2750 \text{ A}$$

iar tensiunea nominală pe fază are valoarea:  $U_{nf} = U_n / \sqrt{3} = 6,06 \text{ kV}$ . Impedanța nominală pe fază este  $Z_n = U_{nf} / I_{nf} = 2,2 \Omega$ , iar reactanța sincronă în  $[\Omega]$  va avea valoarea  $X_s = x_s \cdot Z_n = 1,4 \cdot 2,2 = 3,08 \Omega$ .

Din diagrama de fazori prezentată în Fig. 3.7.c putem scrie, pentru punctul nominal, relația:

$$E_o = \sqrt{(U_{nf} \cos \varphi)^2 + (U_{nf} \sin \varphi + X_s I_{nf})^2} = 12,400 \text{ V}$$

Din egalitatea puterilor electromagnetice și absorbită în regimul nominal, obținem:

$$S_n \cos \varphi = \frac{3E_o U_{nf}}{X_s} \sin \delta_n \Rightarrow \delta_n = 38^\circ$$

Mașina iese din sincronism pentru  $\delta = 90^\circ$ , care, la  $P = \text{const.}$  și  $I_e = \text{const.}$ , se produce numai prin scăderea tensiunii la  $U_{\min}$ :

$$P = \frac{3U_{nf} E_o}{X_s} \sin \delta_n = \frac{3U_{\min} E_o}{X_s} \sin 90^\circ \Rightarrow U_{\min} = U_{fn} \sin \delta_n = 3730 \text{ V}$$

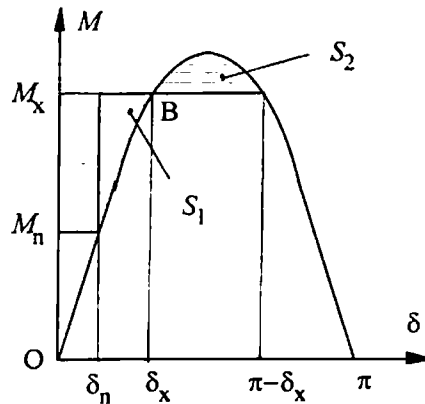


Fig. 3.26. Încărcarea bruscă a mașinii peste sarcina nominală.

Deci, tensiunea minimă de linie este  $(U_{\min})_l = U_{\min} \sqrt{3} = 3730 \cdot \sqrt{3} = 6450 \text{ V}$ , iar curentul debitat de mașină în acest caz va fi:

$$I = \frac{S_n}{\sqrt{3}(U_{\min})_l} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6450} = 4460 \text{ A}$$

**b.** Presupunem că mașina funcționează la  $S_n$ ,  $U_n$ ,  $\cos \varphi_n$ . Cuplul  $(M_x - M_n)$ , care reprezintă saltul de cuplu cerut, se determină din condiția ca ariile  $S_1$  și  $S_2$  din Fig. 3.26 să fie egale, adică:

$$\int_{\delta_n}^{\delta_x} (M_x - M) d\delta = \int_{\delta_x}^{\pi - \delta_x} (M - M_x) d\delta$$

în care  $M = M_m \sin \delta = k_m M_n \sin \delta$  este cuplul electromagnetic variabil al mașinii. După integrarea relației de mai sus, găsim:

$$M_x (\delta_x - \delta_n) + k_m M_n (\cos \delta_x - \cos \delta_n) = k_m M_n (\cos \delta_x + \cos \delta_x) - M_x (\pi - 2\delta_x)$$

În continuare, punem  $M_x = M_m \sin \delta_x = k_m M_n \sin \delta_x$  și ecuația anterioară devine:

$$(\sin \delta_x)(\delta_x + \delta_n - \pi) + \cos \delta_x + \cos \delta_n = 0$$

care, rezolvată prin încercări, conduce la soluția  $\delta_x = \arcsin 0,78$ . Cuplul  $M_x$  are expresia  $M_x = M_m \sin \delta_x = 0,78 \cdot 2 \cdot M_n = 1,56 M_n$ .

Prin urmare, saltul maxim de cuplu permis este  $\Delta M = M_x - M_n = 0,56 M_n$ . Deci, de la regimul nominal mașina se poate încărcă lent la  $2M_n$  și brusc numai până la  $1,56 M_n$ .

### PROBLEMA 3.11.

Un motor sincron cu poli înecați și caracteristică de magnetizare liniară, care funcționează în sarcină, are un factor de suprasarcină  $k_m = P_{\max}/P = 1,5$  și un curent de excitație  $I_e = 1,4 I_{\text{con}}$ . Neglijând rezistența satorului, să se determine factorul de putere la care funcționează motorul.

**Soluție:** Diagrama de fazori, pentru cazul motorului supraexcitat, este prezentată în Fig. 3.27. Din această diagramă se deduce relația:

$$OC = U_n \cos(\pi - \varphi) = E_o \cos(\pi - \varphi + \delta) \Rightarrow -U_n \cos \varphi = -E_o \cos(\varphi - \delta)$$

Mașina fiind considerată liniară, t.e.m.  $E_o$  este proporțională cu curentul de excitație și putem scrie:

$$E_o = k I_e = k \cdot 1,4 I_{\text{con}}, \text{ dar } U_n = k I_{\text{con}} \Rightarrow E_o = 1,4 U_n$$

astfel încât relația anterioară devine:

$$\cos \varphi = 1,4 (\cos \varphi \cos \delta + \sin \varphi \sin \delta) \Rightarrow \tan \varphi = \frac{1 - 1,4 \cos \delta}{1,4 \sin \delta}$$

Din relația  $P = P_{\max} \sin \delta$ , se deduce  $\sin \delta = P/P_{\max} = 0,666$  și deci,  $\cos \delta = 0,745$ .

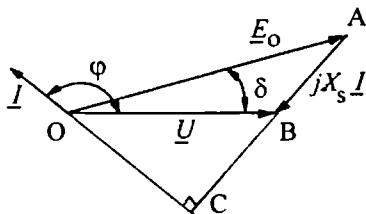


Fig. 3.27. Diagrama de fazori a motorului sincron supraexcitat, cu poli înecați.

Se determină  $\tan \varphi = -0,0465$ , care conduce la valoarea defazajului  $\varphi = 177,15^\circ$ . Factorul de putere (capacitiv) al motorului are valoarea  $|\cos \varphi| = 0,998$ .

### PROBLEMA 3.12.

Un motor sincron trifazat cu poli aparenti are puterea nominală  $P_n = 10$  MW, tensiunea nominală  $U_n = 6000$  V (conexiune stea pe sator), factorul de putere nominal

$|\cos \varphi| = 1$ , randamentul nominal  $\eta_n = 0,98$ , iar reactanțele sincrone  $X_d = 4\Omega$  și  $X_q = 3\Omega$ . Să se calculeze capacitatea de suprasarcină a motorului ( $k_m = P_{\max}/P_n$ ).

**Soluție:** Curentul nominal absorbit de motor de la rețea are valoarea:

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}U_n\eta_n|\cos \varphi_n|} = \frac{10 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6000 \cdot 0,98 \cdot 1} = 980 A$$

Tensiunea nominală pe fază este  $U_{nf} = 6000/\sqrt{3} = 3470$  V. Puterea electromagnetică maximă este dată de expresia:

$$P_m = \frac{3E_o U_{nf}}{X_d} \sin \delta_m + \frac{3U_{nf}^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta_m$$

Diagrama de fazori a motorului este prezentată în Fig. 3.28, în care  $\varphi = \pi$ . Din această diagramă de fazori, rezultă sistemul:

$$U_{nf} \sin \delta = X_q I_q; \quad E_o = U_{nf} \cos \delta + X_d I_d; \quad \text{cu } I_d = I_n \sin \varepsilon = I_n \sin \delta; \quad I_q = I_n \cos \delta$$

Rezultă  $\tan \delta = X_q I_n / U_{nf} = 0,85$  și  $\delta = 40,3^\circ$ . Rezultă t.e.m.  $E_o = 5150$  V. Derivând relația puterii  $P_m$ , în raport cu unghiul  $\delta_m$  și rezolvând ecuația obținută, se obține ecuația:

$$\cos^2 \delta_m + 2,24 \cos \delta_m - 0,5 = 0, \text{ cu soluția valabilă: } \cos \delta_m = 0,232 \Rightarrow \delta_m = 71^\circ.$$

Cu această valoare a unghiului intern, puterea electromagnetică maximă se calculează  $P_m = 13,54$  MW. Rezultă  $k_m = P_m/P_n = 1,354$ .

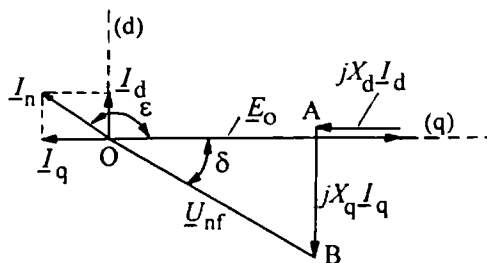


Fig. 3.28. Diagrama de fazori a motorului sincron supraexcitat, cu poli aparenti.

### PROBLEMA 3.13.

Un motor sincron cu poli înecați, având puterea nominală  $P_n = 200$  kW și factorul de suprasarcină  $k_m = P_m/P_n = 2$ , funcționează în gol. Să se determine puterea maximă cu care poate fi încărcat brusc motorul, fără ca acesta să iasă din sincronism, în ipoteza că se neglijează influența circuitului de amortizare.

**Soluție:** În Fig. 3.29, se reprezintă variația puterii electromagnetice în funcție de unghiul intern și încărcarea bruscă a motorului din gol în sarcina  $P_x$ . Puterea maximă a motorului este  $P_m = k_m P_n = 2 \cdot 200 = 400$  kW.

Condiția ca, la încărcarea bruscă cu puterea  $P_x$ , căreia îi corespunde unghiul intern  $\delta_x$ , mașina să nu iasă din sincronism, este ca cele două arii hașurate în Fig. 3.29 să fie egale, adică să avem:



$$\int_0^{\delta_x} (P_x - P_m \sin \delta) d\delta = \int_{\delta_x}^{\pi - \delta_x} (P_m \sin \delta - P_x) d\delta$$

După efectuarea integralelor, rezultă:

$$P_x (\pi - \delta_x) = P_m (1 + \cos \delta_x), \text{ unde } P_x = P_m \sin \delta_x$$

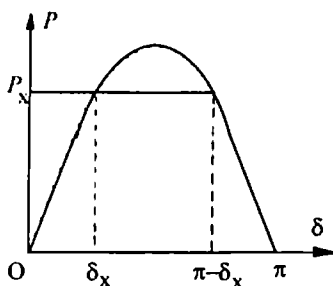


Fig. 3.29. Referitoare la încărcarea bruscă a motorului sincron.

Rezolvând prin încercări ecuația de mai sus, se obține soluția  $\delta_x = 46^\circ$ . Puterea maximă cu care poate fi încărcat brusc motorul sincron, fără să iasă din sincronism, este:  $P_x = P_{\max} \cdot \sin \delta_x = 400 \cdot \sin 46^\circ = 288 \text{ kW}$ .

### PROBLEMA 3.14.

Într-o fabrică, receptoarele de putere electrică absorb de la rețea o putere activă medie  $P_m = 900 \text{ kW}$ , factorul mediu de putere fiind  $\cos \varphi_m = 0,65$ . Se instalează un motor sincron având o putere  $P = 45 \text{ kW}$ , care să contribuie totodată la îmbunătățirea factorului de putere al fabricii prin majorarea acestuia la valoarea  $\cos \varphi = 0,75$ . Să se determine puterea aparentă nominală a motorului sincron pentru a realiza creșterea factorului de putere la valoarea propusă.

*Soluție:* Puterea reactivă pe care o absorb receptoarele instalate din rețea este:

$$Q_m = \sqrt{3} U_m I_m \sin \varphi_m = \frac{P_m}{\cos \varphi_m} \sin \varphi_m = P_m \tan \varphi_m = 900 \cdot \frac{\sqrt{1 - 0,65^2}}{0,65} = 1050 \text{ kVar}$$

După introducerea motorului sincron, puterea reactivă luată din rețea trebuie să se reducă la valoarea:

$$Q_1 = P_1 \tan \varphi = (P_m + P) \cdot \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi} = (900 + 45) \cdot \frac{\sqrt{1 - 0,75^2}}{0,75} = 834 \text{ kVar}$$

Deci, în funcționare, motorul sincron trebuie să debiteze în rețea o putere reactivă  $Q = Q_m - Q_1 = 1050 - 834 = 216 \text{ kVar}$ , fiind deci supraexcitat. Rezultă că în condițiile date, motorul sincron trebuie să aibă o putere aparentă  $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 220,6 \text{ kVar}$ .

### PROBLEMA 3.15.

Un motor sincron trifazat cu poli aparenti are raportul  $X_d/X_q = 3$  și  $E_o/U = 1,5$  ( $E_o$  = t.e.m. la mersul în gol,  $U$  = tensiunea la borne în sarcină nominală). Să se

determine raportul dintre cuplul datorat excitației  $M'$  și cel de anizotropie de formă  $M''$  (pe care-l are motorul în lipsa excitației) pentru unghiul intern  $\delta = 30^\circ$ . Să se determine și unghiul critic  $\delta_m$ , corespunzător cuplului maxim.

*Soluție:* Ținem seama de relația cuplului electromagnetic al mașinii sincrone cu poli aparenti, în care sunt explicitate expresiile cuplurilor  $M'$  și  $M''$  și găsim:

$$k = \frac{M'}{M''} = \frac{\frac{3E_o U}{X_d \Omega} \sin \delta}{\frac{3U^2}{2\Omega} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \sin 2\delta} = \frac{E_o}{U} \cdot \frac{1}{\cos \delta \left( \frac{X_d}{X_q} - 1 \right)} = 0,866$$

Înlocuind cu datele problemei, rezultă  $k = 0,866$ , ceea ce înseamnă că cuplul reactiv este destul de mare. Pentru determinarea unghiului critic, se rezolvă ecuația  $\partial M / \partial \delta = 0$ , care conduce la soluția:

$$\frac{3E_o U}{X_d \Omega} \cos \delta_m + \frac{3U^2}{\Omega} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \cos 2\delta_m, \Rightarrow \cos \delta_m = \frac{-\lambda + \sqrt{\lambda^2 + 8}}{4}, \text{ cu } \lambda = \frac{E_o}{U} \cdot \frac{1}{\frac{X_d}{X_q} - 1}$$

Înlocuind cu datele problemei, rezultă  $\lambda = 0,75$ ;  $\cos \delta_m = 0,544$  și  $\delta_m = 57^\circ$ .

## CAPITOLUL 4

### MAȘINA DE CURENT CONTINUU

Mașina de curent continuu are mărimile exterioare (tensiunea și curentul) continue, iar cele interioare (rotorice) alternative, principiul ei de funcționare bazându-se, ca și la celelalte mașini electrice, pe legea inducției electromagnetice.

Piesa cu rol de redresor mecanic, la generatorul de c.c., și de inverter mecanic, la motorul de c.c., este colectorul mașinii, care se plasează între înfășurarea rotorică și exterior, periile fiind elementul de legătură.

#### 4.1. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE MAȘINII DE C. C.

Ca orice mașină rotativă, mașina de curent continuu este formată din două părți: o parte fixă numită *stator* și o parte mobilă numită *rotor*. Din punct de vedere electromagnetic, cel mai adesea, statorul este *inductorul*, iar rotorul este *indusul*.

*Statorul* mașinii este format dintr-o *carcasă* din oțel masiv (cu rol și de jug statoric, pentru închiderea fluxului magnetic constant în timp) și este echipat cu  $2p$  *poli principali* (sau de excitație) și  $2p$  *poli auxiliari* (sau de comutație). Pe carcasă, se fixează *tălpile carcasei*, cu dimensiuni normalizate pentru fixare, *cutia de borne*, *plăcuța indicatoare* și altele. Pe părțile laterale ale statorului, se fixează *scuturile laterale*, cu ajutorul cărora se centrează, pe axul mașinii, subansamblul rotor.

Pe partea interioară a statorului (carcasei), se fixează polii principali alcătuiți din tole, poli pe care se găsesc *înfășurările de excitație*, confecționate din bobine concentrate cu conductoare din cupru, rotunde sau profilate. Înfășurările de excitație, parcurse de curentul continuu de excitație  $I_e$  (constant în timp) se inseriază astfel încât polii magnetici să alterneze ca polaritate, la periferia statorului. Între polii principali, se așează polii auxiliari, care au rolul de a anihila câmpul magnetic de reacție a indusului din zona interpolară, adică, în final, de a reduce scântele la colector. *Înfășurările polilor auxiliari* sunt parcurse de curentul principal al mașinii.

*Rotorul* este format din *arbore*, *armătura feromagnetică rotorică*, alcătuită din tole crestate la exterior, *înfășurarea rotorică* situată în creștăturile rotorice și închisă prin intermediul unei piese speciale numite *colector*. Colectorul este format din lamele conductoare din cupru (la care se leagă capetele bobinelor rotorice), lamele dispuse în coroană cilindrică și separate de lamele izolante din mică. Pe colector, se găsesc *periile* mașinii, în număr par, egal cu numărul de poli ai mașinii, perii confecționate din grafit, prin intermediul cărora se alimentează înfășurarea rotorică.

#### 4.2. UTILIZARE, SEMNE CONVENȚIONALE, DATE NOMINALE

##### 4.2.1. DOMENII DE UTILIZARE

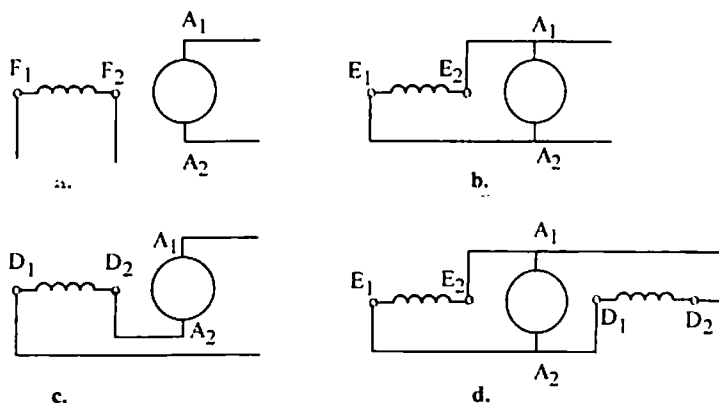
*Motoarele* de curent continuu se folosesc în diverse sisteme de acționare electrică de turație variabilă în limite largi și cupluri mari de pornire, cum ar fi: laminoarele, mașinile - unelte, troleibuzele, tramvaiele, locomotivele electrice și diesel - electrice,

precum și ca servomotoare de c.c. utilizate în cele mai diverse domenii de activitate, inclusiv în acționarea jucăriilor alimentate de la baterii.

*Generatoarele* de curent continuu se utilizează în serviciile interne ale centralelor electrice, ca generatoare de sudare, la grupurile Ward - Leonard, ca surse de energie electrică pe locomotivele electrice sau pe unele nave. În ultimul timp, generatoarele de c.c. se înlocuiesc cu sistemele de redresare, alimentate de la rețeaua de c.a.

#### 4.2.2. SEMNE CONVENȚIONALE

În schemele electrice, mașina de curent continuu este reprezentată ca în Fig. 4.1. Marcarea bornelor înfășurării mașinii de c.c. se face conform STAS - 3539, așa cum se arată în Fig. 4.1.



**Fig. 4.1.** Semne convenționale pentru mașina de c.c.: a - cu excitație independentă; b - cu excitație derivație; c - cu excitație serie; d - cu excitație mixtă.

De regulă, toate mașinile cu puteri peste 1 kW sunt prevăzute cu poli auxiliari.

#### 4.2.3. DATE NOMINALE

Datele nominale ale mașinii de c.c. sunt trecute pe plăcuța indicatoare a acesteia. Principalele date nominale ale mașinii de curent continuu sunt următoarele:

- *Puterea nominală*  $P_n$ , măsurată în W sau în kW, este puterea utilă a mașinii (puterea  $U_n I_n$ , la bornele rotorice, pentru generatoare și respectiv, puterea  $M_n \Omega_n$  la ax, pentru motoare), care este puterea maximă pe care o debitează mașina în regimul de lungă durată, în serviciul de funcționare considerat, astfel încât temperatura să nu depășească în nici un punct al mașinii, valoarea corespunzătoare clasei sale de izolație.
- *Tensiunea nominală*  $U_n$ , măsurată în V, este tensiunea aleasă de proiectant și corespunde tensiunii la bornele înfășurării induse (la perii).
- *Curentul nominal*  $I_n$ , măsurat în A, este valoarea curentului schimbat de mașină pe la bornele indusului, când debitează puterea nominală, iar tensiunea la borne are valoarea nominală.
- *Turația nominală*  $n_n$ , măsurată în rot/min, este turația pe care o are mașina când este alimentată la tensiunea nominală și debitează puterea nominală la arbore, în

regim de motor, sau este turația cu care este antrenat axul, în regim de generator, pentru punctul nominal de funcționare.

- *Tensiunea nominală de excitație*  $U_{en}$ , se definește numai pentru mașinile cu excitație independentă sau derivație. Aceasta poate fi egală cu tensiunea nominală a mașinii (adesea, în asemenea situații, nu se mai indică pe plăcuța indicatoare) sau poate fi mai mică, în care caz se înscrie pe plăcuța indicatoare.

#### 4.3. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE AL GENERATORULUI DE C.C. ȘI AL MOTORULUI DE C.C.

Se va prezenta principiul de funcționare al generatorului de c.c. pe cel mai simplu tip de generator, a cărui schiță este prezentată în Fig. 4.2. Generatorul are 2 poli ( $p = 1$ ), iar înfășurarea rotorului este formată dintr-o singură spirală, antrenată din exterior cu o viteză unghiulară constantă  $\Omega$ .

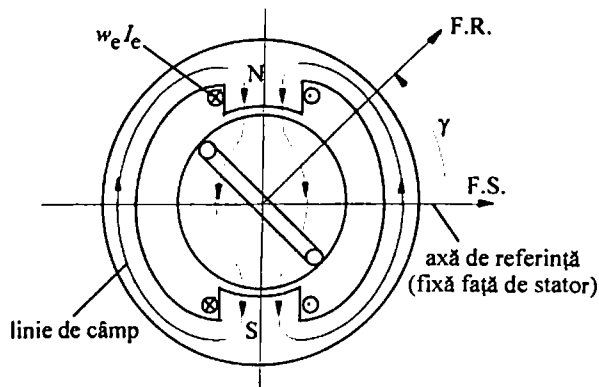


Fig. 4.2. Schița unei mașini bipolare de c.c.

Câmpul magnetic de excitație (inductor)  $B_0$  este creat de cele două înfășurări de excitație, așezate pe cei doi poli ai mașinii, având fiecare solenația  $w_e I_e$ . În cazul mașinii cu magneți permanenți, câmpul magnetic de excitație este creat de doi magneți permanenți. Câmpul magnetic de excitație este constant sub talpa polară, pozitiv sub polul nord și negativ sub polul sud. În axa interpolară, numită și *axă neutră geometrică*, câmpul magnetic de excitație este nul.

Conform celor spuse mai sus, repartitia spațială a câmpului magnetic de excitație arată ca în Fig. 4.3, din care se deduce că aceasta este alternativă simetrică, verificând relația  $B_0(\gamma) = -B_0(\gamma + \pi)$ . Unghiul  $\gamma$  este unghiul electric dintre axa de referință FS și axa spirei rotorice (axa FR), fiind dat de relația:

$$\gamma = p\Omega t + \gamma_0 \quad (4.1)$$

în care  $p$  este numărul de perechi de poli ai mașinii, iar  $\gamma_0$  reprezintă defazajul inițial al spirei rotorice.

Tensiunea electromotoare indusă în spira rotorică este egală cu suma celor două tensiuni induse în laturile active ale spirei, situate în creștăturile rotorice, având expresia:

$$e = \bar{l}_i \cdot (\bar{v} \times \bar{B}_0) \Rightarrow e(t) = 2B_0(\gamma)l_i v = 2B_0(p\Omega t + \gamma_0)l_i v \quad (4.2)$$

în care  $v$  este viteza periferică (tangențială) a spirei și  $l_i$  este lungimea părții active a spirei, așezată în creștătură (lungimea ideală). Prin urmare, variația câmpului magnetic în spațiu  $B_0(\gamma)$  reprezintă, la altă scară, variația în timp a tensiunii induse în spirală  $e(t)$ , variație care este reprezentată în Fig. 4.4.

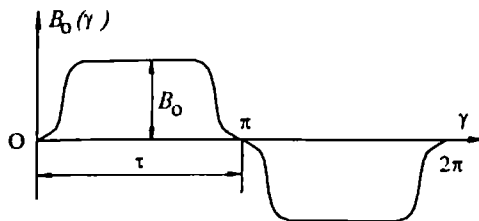


Fig. 4.3. Câmpul magnetic de excitație la mașina de curent continuu.

Tensiunea electromotoare  $e(t)$  indusă în spirală poate fi culeasă la două inele colectoare pe care calcă două perii (contact alunecător, asemănător mașinii sincrone cu inele sau mașinii asincrone cu rotorul bobinat) și această tensiune este alternativă.

Generatorul reprezentat în Fig. 4.2 este un generator de curent alternativ (dacă este prevăzut cu două inele și două perii). Pentru a face generatorul din Fig. 4.2 de curent continuu, se prevede spira cu un element special numit colector, format din două semiinele solidare cu spira, cum se arată în Fig. 4.5.

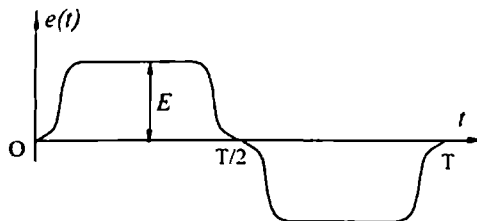


Fig. 4.4. Tensiunea electromotoare indusă în spira rotorică.

Extremitățile spirei sunt conectate la cele două semiinele (colector cu două lamele). Pe cele două semiinele freacă două perii  $P_1$  și  $P_2$ , fixe față de stator, așezate în axa neutră a mașinii, deoarece cele două perii scurtcircuitază spira în momentul când laturile spirei se găsesc în zona de câmp magnetic nul (în axa neutră a mașinii).

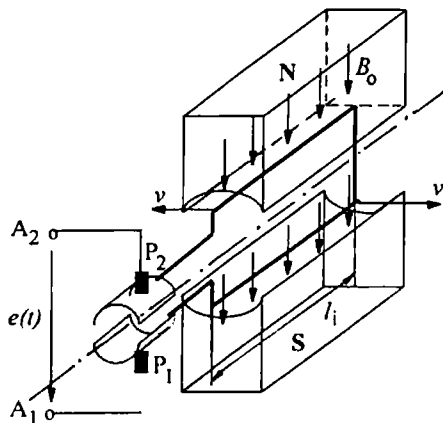


Fig. 4.5. Schema celui mai simplu generator de c.c.

Tensiunea electromotoare  $e(t)$  culeasă la periile mașinii este redresată mecanic de colectorul format de cele două semiinele din Fig. 4.5, deoarece, în momentul în care o latură de spirală trece de sub polul nord sub polul sud, t.e.m. indusă în spirală schimbă de semn, dar, în același timp, se schimbă și semiinelele sub perii și, prin urmare, se schimbă și sensul de parcurs de-a lungul spirei, astfel încât, la bornele mașinii, t.e.m. apare tot pozitivă.

Tensiunea la bornele  $A_1$  și  $A_2$  este redresată mecanic cu ajutorul colectorului și variația în timp a acestei tensiuni se prezintă în Fig. 4.6.

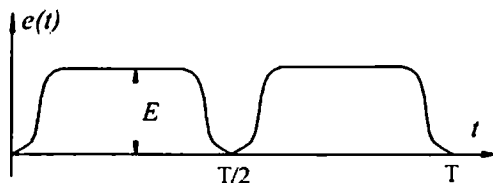


Fig. 4.6. Tensiunea electromotoare la bornele  $A_1$  și  $A_2$  ale mașinii din Fig. 4.5.

În realitate, mașina de c.c. nu are o singură spirală în rotor, ci mai multe, așezate uniform în creștăturile rotorice, iar colectorul nu are numai două lamele, ci mai multe. Tensiunea la bornele mașinii are atâtea pulsații câte lamele de colector are mașina (Fig. 4.7). Asupra înfășurărilor de curent continuu vom mai reveni pentru a le clasifica și a explica modul de legare a capetelor spirelor rotorice la lamelele colectorului.

Prin urmare, o mașină de curent continuu se compune dintr-o mașină sincronă (de construcție inversată) și un redresor mecanic, numit colector, format din lamele conductoare și lamele izolante.

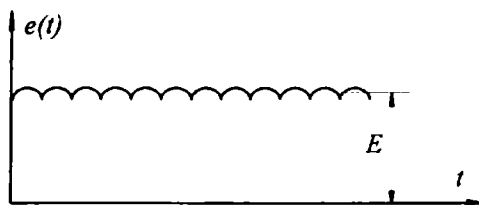


Fig. 4.7. T.e.m. la bornele unui generator de c.c. cu un colector având 12 lamele.

Deoarece înfășurarea rotorică are inductivitate, pulsațiile din Fig. 4.7 sunt micșorate, iar tensiunea  $e(t)$  este aproximativ constantă în timp, rezultând un generator de c.c. Dacă între periile mașinii se conectează o sarcină oarecare de c.c. (rezistență sau bobină), prin aceasta va circula un curent continuu și se va produce o putere electrică activă de c.c. Așadar, puterea mecanică primită de generator pe la arbore este transformată, prin intermediul câmpului magnetic de excitație, în putere electrică debitată de generator pe la borne, spre sarcină.

În regim de motor electric de c.c., mașina este excitată, spre a produce câmp magnetic de excitație, ca și în regim de generator, iar înfășurarea rotorică (spira, în cel mai simplu caz), este alimentată din exterior cu o tensiune continuă, inversată în tensiune alternativă de colector, rezultând în înfășurarea rotorică un curent alternativ. Din interacțiunea curentului prin înfășurarea rotorică și câmpul magnetic de excitație, rezultă o forță electromagnetică, dată de relația:

$$\vec{F} = i(\vec{l}_i \times \vec{B}_o) \quad (4.3)$$

care acționează, în același sens, asupra tuturor laturilor spirelor înfășurării rotorice, dând un cuplu electromagnetic  $M$ , care pune rotorul în mișcare. Rezultă că puterea electrică primită de mașină pe la bornele înfășurării rotorice se transformă, prin intermediul câmpului magnetic de excitație, în putere mecanică furnizată de mașină pe la arbore, rezultând un motor electric.

#### Concluzii

1. În regim de generator electric, curentul prin indus are semnul t.e.m. induse, iar cuplul electromagnetic este rezistent, adică se opune cuplului activ de la arbore (regula lui Lenz).

2. În regim de motor electric, cuplul electromagnetic este activ, învingând cuplul rezistent de la arbore, iar t.e.m. indusă în înfășurarea rotorică (numită *tensiune contraelectromotoare*) este de semn opus tensiunii de alimentare a înfășurării rotorice (regula lui Lenz).

Cele două concluzii de mai sus sunt valabile pentru orice tip de mașină electrică.

#### 4.4. ELEMENTE GENERALE PRIVIND ÎNFĂȘURĂRILE DE C.C.

Înfășurările de c.c. sunt închise, fără borne de început și de sfârșit. Accesul la înfășurare se face prin intermediul periilor și al colectorului, la ale cărei lamele se conectează spirele înfășurării. Elementele de bază ale înfășurării sunt *secția* și *calea de curent*.

Secția, care are  $w_s$  spire, reprezintă o bobină așezată în creștăturile rotorice ale cărei capete se leagă la două lamele vecine de colector (sau distanțate cu un pas polar). O secție are două laturi de bobină; una așezată în stratul superior al creștăturii rotorice și cealaltă așezată în stratul inferior.

Calea de curent reprezintă porțiunea de înfășurare pe care o parcurgem, când ne deplasăm pe înfășurare între două perii consecutive de semn contrar. T.e.m. induse în secțiile unei căi de curent au același semn și din însumarea lor rezultă t.e.m. totală pe calea de curent, egală cu t.e.m. la bornele mașinii. Numărul  $2a$ , de căi de curent în paralel ale unei înfășurări de c.c. depinde de tipul înfășurării.

Numărul de perii la o mașină de c.c. este întotdeauna egal cu numărul de poli ai acesteia și sunt așezate echidistant pe colector, periile de semn plus alternând cu periile de semn minus. Periile plus se leagă între ele și formează borna plus a mașinii și, la fel, periile minus se leagă între ele, formând borna minus. Totdeauna, periile se așează pe colector în axa neutră a mașinii, adică orice perie scurtcircuitază o secție în momentul în care aceasta se găsește cu laturile în zona câmpului magnetic nul (sau aproape nul).

Înfășurările rotorice ale mașinilor electrice de c.c. se construiesc în două variante: *înfășurări buclate* și *înfășurări ondulate*.

**Înfășurarea buclată** constă dintr-o serie de secții identice, fiecare secție având capetele leagăte la două lamele vecine de colector. Secția are forma unei bucle, de unde provine și denumirea de înfășurare buclată. Înserierea secțiilor se face prin intermediul colectorului astfel: sfârșitul unei secții se leagă cu începutul secției următoare și, în același timp, se leagă și la câte o lamelă de colector.

În Fig. 4.8.a, se prezintă două secții succesive ale unei înfășurări buclate. Înfășurarea se execută din  $K$  secții ( $K$  este egal și cu numărul de lamele la colector),



așezate una lângă alta, spre a umple cele  $Z$  creștături ale mașinii. Deoarece o secție are două laturi de bobină și într-o creștătură se găsesc două laturi de secție, rezultă că numărul de creștături este egal și el tot cu  $K$ .

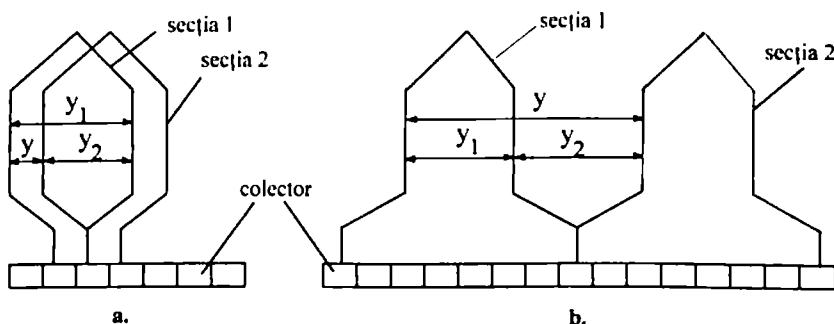


Fig. 4.8. Două secții succesive ale unei înfășurări simple de curent continuu:  
a - înfășurare buclată; b - înfășurare ondulată.

**Înfășurarea ondulată** are capetele legate la două lamele de colector distanțate aproximativ cu dublul unui pas polar  $2\tau$ . Și în cazul înfășurării ondulate, sfârșitul unei secții se leagă în serie cu începutul secției următoare, în același timp realizându-se și o legătură la o lamelă de colector. Urmărind diferitele secții, se constată că acestea descriu o serie de unde la periferia rotorului, de aici rezultând denumirea de înfășurare ondulată. În Fig. 4.8.b, se prezintă două secții succesive ale unei înfășurări ondulate de c.c.

Numărul de căi de curent în paralel al unei înfășurări de c.c. se notează cu  $2a$ , și are următoarele valori:

$$2a = \begin{cases} 2p - \text{pentru înfășurări buclate} \\ 2 - \text{pentru înfășurări ondulate} \end{cases} \quad (4.4)$$

În reprezentarea desfășurată a unei înfășurări sau pentru proiectarea acesteia, se definesc pașii înfășurării.

**Primul pas** (pasul în spate, sau deschiderea secției) notat cu  $y_1$ , reprezintă distanța la periferia rotorului, măsurată în creștături, între latura de ducere și cea de întoarcere a unei secții. Primul pas este întotdeauna pozitiv.

**Al doilea pas** (pasul în față) notat cu  $y_2$ , reprezintă distanța, măsurată în creștături, între latura de întoarcere a unei secții și latura de ducere a secției următoare. Pentru înfășurarea buclată, al doilea pas este negativ (deoarece are sens opus primului pas), iar pentru înfășurarea ondulată este pozitiv.

**Pasul rezultat**,  $y$  este egal cu suma algebrică a celor doi pași definiți anterior:

$$y = y_1 + y_2 = \text{număr întreg} \quad (4.5)$$

În Fig. 4.9. se prezintă schema desfășurată a unei înfășurări buclate, pentru o mașină având  $Z = 16$  creștături rotorice și  $2p = 4$  poli (mașină tetrapolară). Primul pas este diametral având valoarea:  $y_1 = \tau = Z / 2p = 16 / 4 = 4$  creștături. Înfășurarea are două straturi, stratul superior este figurat cu linie groasă, iar cel inferior cu linie subțire.

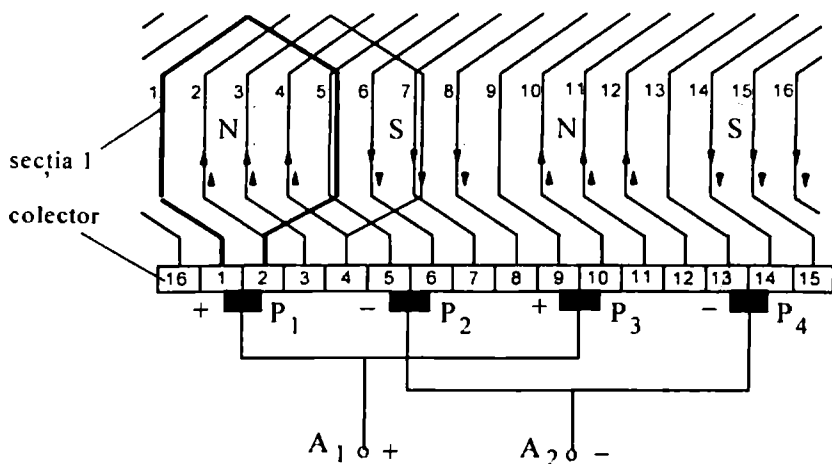


Fig. 4.9. Schema desfășurată a unei înfășurări buclate simple de c.c.

#### 4.5. TENSIUNEA ELECTROMOTOARE A MAȘINII DE C. C.

Tensiunea electromotoare a mașinii de curent continuu este egală cu tensiunea indusă într-o cale de curent a acesteia și se poate măsura, la funcționarea în gol, între periile mașinii. T.e.m. indusă într-o cale de curent, la mersul în gol, este egală cu suma tensiunilor induse în toate secțiile înseriate ale acelei căi de curent:

$$E_o = \sum_{i=1}^m (e_{\text{secție}})_i = \sum_{i=1}^m 2l_i w_s B_{oi}(x) v \quad (4.6)$$

în care  $m$  reprezintă numărul de secții pe calea de curent,  $w_s$  este numărul de spire pe secție,  $B_{oi}(x)$  este inducția magnetică din dreptul secției  $i$ , măsurată la distanța  $x$  de perie (Fig. 4.10.a), iar  $v$  este viteza tangențială a rotorului.

În Fig. 4.10.a, s-a considerat că periile sunt plasate în axa neutră, iar calea de curent este așezată sub un pol nord. Cu  $\tau$  s-a notat pasul polar, dat de relația:  $\tau = \pi D / 2p \Rightarrow D/2 = \tau p / \pi$ , în care  $D$  este diametrul rotorului. Viteza tangențială a rotorului se poate scrie astfel:  $v = \Omega D / 2 = 2\pi n \cdot \tau p / \pi = 2np\tau$ , în care  $\Omega$  este viteza unghiulară a rotorului iar  $n$  este turația acestuia. Se înlocuiește viteza tangențială în relația (4.6) și se găsește:

$$E_o = 2l_i w_s 2np\tau \cdot \sum_{i=1}^m B_{oi}(x) = 4l_i w_s np\tau \cdot m B_{omed} \quad (4.7)$$

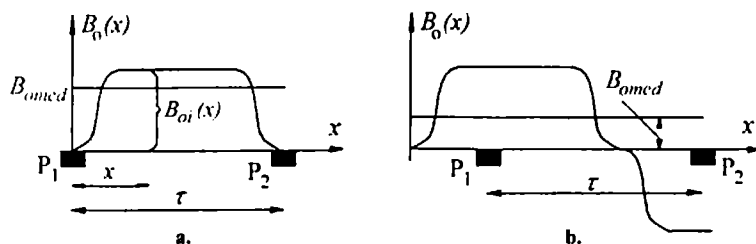


Fig. 4.10. Referitoare la calculul inducției magnetice medii: a - periile sunt plasate în axa neutră; b - periile sunt deplasate din axa neutră.

Fie  $\Phi_0$  fluxul magnetic polar al mașinii, creat de înfășurarea de excitație:

$$\Phi_0 = t l_i B_{omed} \quad (4.8)$$

expresia (4.7) a t.e.m. a mașinii de c.c. devine:

$$E_o = 4w_s m p \cdot n \Phi_0 = k_E n \Phi_0 = \frac{k_E}{2\pi} \Omega \Phi_0 = k \Omega \Phi_0 \quad (4.9)$$

în care  $k_E = 4w_s m p$  reprezintă o constantă constructivă a mașinii. Uneori se preferă exprimarea t.e.m. cu ajutorul constantei  $k = k_E / 2\pi$  (numită adesea *constantă mașinii*), deoarece ea apare și în expresia cuplului electromagnetic  $M$  al mașinii.

T.e.m. indusă într-o cale de curent a mașinii este direct proporțională cu turația mașinii și cu fluxul magnetic polar (de excitație).

Dacă perile nu sunt plasate în axa neutră a mașinii, atunci suma din expresia (4.7) a inducțiilor  $B_{oi}(x)$  conține atât ordonate pozitive, cât și ordonate negative, deci  $B_{omed}$  scade (Fig. 4.10.b) și, prin urmare, scade și fluxul magnetic polar  $\Phi_0$ , la fel scade și t.e.m.  $E_o$ . Deplasarea periiilor din axa neutră conduce, așa cum se va arăta în paragrafele următoare, și la alte neajunsuri în funcționarea mașinii de c.c., cum ar fi apariția scânteilor la colector.

#### Observație

La mersul în sarcină intervine, pe lângă câmpul magnetic de excitație  $B_o$ , și câmpul magnetic de reacție a indusului (a se vedea paragraful 4.7), astfel că în mașină apare un câmp magnetic rezultat. Acest câmp creează un flux magnetic polar  $\Phi$ , diferit de  $\Phi_0$  și ceva mai mic decât el, iar t.e.m. indusă are valoarea  $E$ , puțin mai mică decât  $E_o$ .

### 4.6. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAȘINII DE C. C.

Vom determina mai întâi cuplul electromagnetic ce se exercită asupra unei secții a mașinii, aplicând teorema forțelor generalizate apoi, prin însumarea cuplurilor tuturor secțiilor mașinii, se determină cuplul electromagnetic al acesteia.

Să presupunem că înfășurarea rotorică este parcursă de curentul  $I_A$  (curentul la perii). Curentul  $I_a$  printr-o cale de curent a mașinii, va fi:  $I_a = I_A / 2a$  în care  $2a$  reprezintă numărul de căi de curent în paralel ale mașinii. Fie o secție cu  $w_s$  spire, aflată într-un moment oarecare  $t$ , când latura sa de ducere se găsește sub polul nord, la distanța  $x$  de axa neutră, iar latura de întoarcere sub polul sud, la distanța  $x + y_1$  (Fig. 4.11),  $y_1$  fiind pasul secției. În momentul considerat, energia de interacțiune a secției cu câmpul magnetic de excitație va fi:

$$W_s = I_a w_s \varphi_s, \text{ în care } \varphi_s = \int_x^{x+y_1} B_o(x) l_i dx$$

unde  $\varphi_s$  este fluxul magnetic fascicular printr-o spiră a secției.

Ținând seama de relația  $\alpha = x/R$  dintre coordonata unghiulară generalizată  $\alpha$  (în raport cu care se calculează cuplul) și coordonata liniară  $x$  (în raport cu care se poziționează secția), putem deduce cuplul electromagnetic exercitat asupra secției:

$$M_s = \left( \frac{\partial \mathcal{W}_s}{\partial \alpha} \right)_{i=const.} = RI_a w_s \left( \frac{\partial \varphi_s}{\partial x} \right)_{i=const.} = RI_a w_s l_i [B_o(x + y_1) - B_o(x)].$$

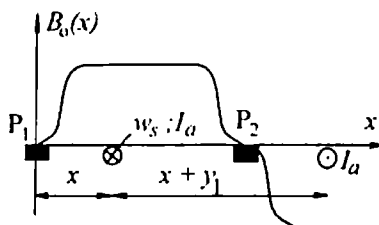


Fig. 4.11. Ajutătoare pentru calculul cuplului electromagnetic.

În ipoteza admisă în majoritatea cazurilor în care  $y_1 = \tau$ , avem relația evidentă  $B_o(x + \tau) = -B_o(x)$ , așa încât cuplul care se exercită asupra secției devine:

$$M_s = -2RI_a w_s l_i B_o(x)$$

Semnul minus care apare în relația de mai sus semnifică faptul că acesta tinde să micșoreze coordonata generalizată  $\alpha$ . Cuplul electromagnetic  $M_s$  este variabil în timp odată cu poziția secției, însă este mereu de același semn. Într-adevăr, când secția ajunge cu latura de ducere în dreptul unui pol sud,  $B_o(x)$  devine negativ, dar și curentul prin latura de ducere schimbă de semn, așa încât cuplul rămâne întotdeauna de același semn.

Cuplul electromagnetic care se exercită asupra unei căi de curent se obține prin însumarea cuplurilor care caracterizează fiecare secție a acelei căi de curent:

$$M_a = \sum_{i=1}^m M_{si} = -2RI_a w_s l_i \cdot \sum_{i=1}^m B_{oi}(x) = -2RI_a w_s l_i \cdot m B_{omed}$$

Cuplul electromagnetic al mașinii, datorat celor  $2a$  căi de curent în paralel va fi:

$$M = 2aM_a = -4a \cdot \frac{\tau p}{\pi} \cdot \frac{I_A}{2a} \cdot w_s l_i m B_{omed} = -\frac{k_E}{2\pi} I_A \Phi_o = -k I_A \Phi_o \quad (4.10)$$

Cuplul electromagnetic al mașinii de c.c. este independent de turația  $n$  a acesteia. El este proporțional cu curentul total  $I_A$  și cu fluxul polar (util)  $\Phi_o$ .

**Puterea electromagnetică** a mașinii de c. c. se definește în mod analog cu celelalte mașini rotative, utilizând ecuația generală  $P = M\Omega$ . Se mai folosesc relațiile (4.9) și (4.10) și se obține expresia finală a puterii electromagnetice de forma:

$$P = M\Omega = (k\Phi I_A) \cdot \Omega = (k\Phi\Omega) \cdot I_A = EI_A \quad (4.11)$$

#### 4.7. REACȚIA INDUSULUI LA MAȘINA DE CURENT CONTINUU

Dacă mașina de c.c. funcționează în gol, în mașină există numai câmpul magnetic de excitație, creat de înfășurările statorice (de excitație). În sarcină, prin căile de curent ale rotorului (indusului) circulă curentul  $I_a = I_A/2a$ , care produce și el un câmp magnetic propriu, în mașină existând două câmpuri magnetice: unul dat de înfășurarea inductoare (de excitație) și altul produs de curentul  $I_a$  (de reacție).

Se numește *reacție a indusului* fenomenul de suprapunere a câmpului magnetic inductor (de excitație) cu câmpul magnetic creat de curenții rotorici (de reacție) ducând la obținerea unui câmp magnetic rezultat, care există în mașină la funcționarea în sarcină a acesteia.

#### 4.7.1. REACȚIA TRANSVERSALĂ A INDUSULUI

În Fig. 4.12, se prezintă schița unei mașini de c.c. bipolare, indicându-se spectrul câmpului magnetic de excitație și spectrul câmpului magnetic de reacție a indusului în situația în care perile mașinii sunt dispuse în axa neutră. Din spectrul câmpului magnetic de reacție, reprezentat în Fig. 4.12, se deduc câteva concluzii:

- pe o jumătate de talpă polară, câmpul magnetic de reacție întărește câmpul de excitație și, pe cealaltă jumătate, îl slăbește;
- sub talpa polară, câmpul magnetic variază liniar, fiind nul în axa polului principal;
- între tălpile polare, câmpul de reacție este foarte scăzut, deoarece acolo întrefierul mașinii este foarte mare;
- câmpul magnetic de reacție este *transversal*, adică liniile de câmp ale acestuia se închid, în majoritate, de-a lungul axei transversale  $q - q'$  a mașinii.

În Fig. 4.13, se prezintă curbele de variație spațială ale câmpurilor magnetice de excitație  $B_o$ , de reacție  $B_a$  și rezultat  $B$ . Se constată că, în axa neutră geometrică (punctul în care se găsește peria  $P_2$ ), câmpul magnetic nu mai este nul, ci are valoarea  $B_{oa}$ .

Dacă mașina este nesaturată, atunci fluxul magnetic  $\Phi_o$  rămâne constant de la funcționarea în gol la funcționarea în sarcină, deoarece fluxul magnetic de reacție, care se scade pe o jumătate de talpă polară, este egal cu fluxul care se adună pe cealaltă jumătate.

În realitate, mașina este saturată și ceea ce se adună pe o jumătate de talpă polară este mai puțin decât ceea ce se scade pe cealaltă jumătate și prin urmare, fluxul magnetic polar în sarcină  $\Phi$  scade puțin față de cel de la funcționarea în gol  $\Phi_o$ . Scăderea fluxului este proporțională cu aria hașurată din Fig. 4.13. La fel scade și t.e.m.  $E$  la mersul în sarcină, în raport cu t.e.m.  $E_o$  de la mersul în gol.

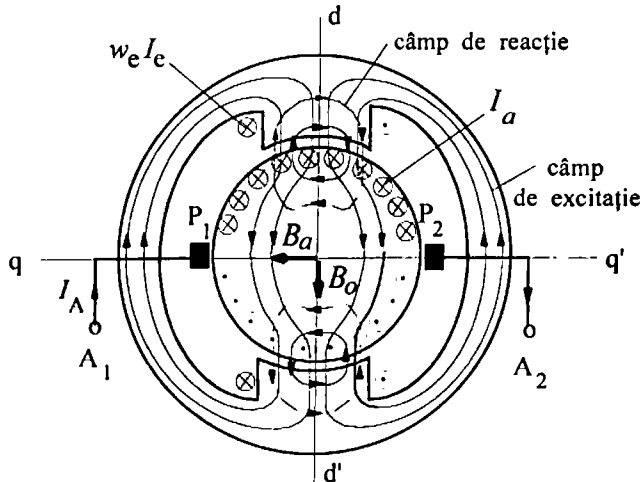


Fig. 4.12. Explicativă la reacția transversală a indusului.

Deoarece câmpul magnetic de reacție a indusului, descris mai sus (când periiile sunt așezate în axa neutră), se închide transversal în raport cu câmpul magnetic de excitație, reacția indusului se numește transversală.

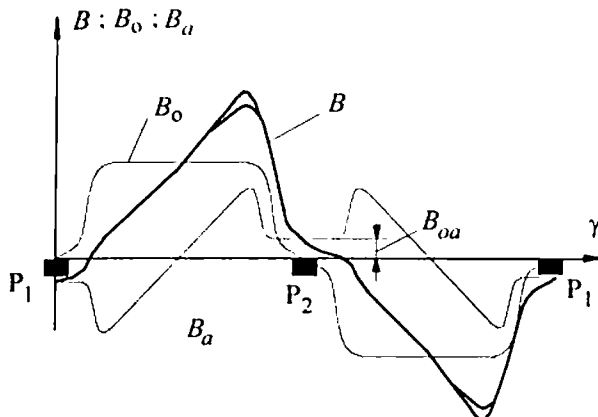


Fig. 4.13. Repartiția spațială a câmpurilor magnetice din mașina de c.c.

Din explicațiile date până acum, se pot deduce *efectele reacției transversale a indusului* la mașina de curent continuu. Principalele efecte ale acestei reacții sunt:

- scăderea, cu câteva procente, a fluxului magnetic polar în sarcină  $\Phi$ , în raport cu fluxul magnetic de mers în gol  $\Phi_0$ ;
- scăderea t.e.m. în sarcină  $E$ , în raport cu t.e.m. de mers în gol  $E_0$ ;
- creșterea, la mersul în sarcină, a câmpului magnetic în zona interpolară, la valoarea  $B_{oa}$ , cu efecte negative asupra comutației mașinii;
- creșterea pierderilor produse în fierul dinților rotorici cu efecte negative asupra randamentului mașinii.

Eliminarea efectelor nedorite ale reacției transversale a indusului se face, în principal, prin diminuarea câmpului magnetic de reacție al mașinii. Pentru aceasta, două metode sunt mai folosite: folosirea înfășurării de compensare și utilizarea polilor auxiliari.

**Înfășurarea de compensare** se folosește la mașinile cu regimuri grele de funcționare. Această înfășurare este plasată în creștături practicate în tălpile polare ale polilor principali și este parcursă de curentul rotor  $I_A$  al mașinii. Înfășurarea de compensare produce în întrefierul de sub talpa polară un câmp magnetic de sens contrar câmpului de reacție a indusului, diminuându-l considerabil.

**Polii auxiliari** (sau de comutație) sunt prevăzuți cu bobine polare prin care circulă tot curentul  $I_A$ , ca și prin înfășurarea de compensare. În mod asemănător, aceștia diminuează câmpul magnetic de reacție din zona interpolară a mașinii. Câmpul magnetic de reacție a indusului este proporțional cu curentul  $I_A$ . Din această cauză, înfășurările de compensare și polii auxiliari anulează automat reacția transversală a indusului, la orice curent  $I_A$ , deoarece atât înfășurarea de compensare, cât și polii auxiliari sunt parcurși de același curent  $I_A$ . Dacă mașina se saturează și devine neliniară compensarea reacției indusului nu mai este proporțională.

#### 4.7.2. REACȚIA LONGITUDINALĂ A INDUSULUI

Dacă periile nu mai sunt plasate în axa neutră, atunci, pe lângă reacția transversală a indusului (întotdeauna demagnetizantă), mai apare încă o reacție numită *longitudinală*, care poate fi *magnetizantă* (să crească fluxul de excitație), sau *demagnetizantă* (să-l scadă). Pentru a înțelege mai bine acest fenomen să observăm Fig. 4.14.a, în care periile nu mai sunt plasate în axa neutră, caz în care câmpul magnetic de reacție  $B_a$  este orientat chiar în lungul axei periilor, descompunându-se în două componente: una  $B_{at}$  transversală și cealaltă  $B_{al}$  longitudinală. Componenta longitudinală este paralelă cu câmpul magnetic de excitație, pe care îl întărește, reacție longitudinală fiind, în acest caz, magnetizantă.

Dacă periile se deplasează, din axa neutră, în sens contrar ca în Fig. 4.14.b, atunci reacția indusului este longitudinală demagnetizantă. În acest caz, fluxul magnetic de excitație se reduce considerabil și, în mod analog, și t.e.m.  $E$  a mașinii.

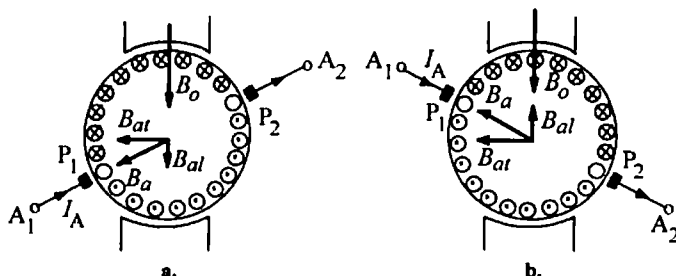


Fig. 4.14. Reacția longitudinală a indusului: a - magnetizantă; b - demagnetizantă.

#### 4.8. COMUTAȚIA LA MAȘINA DE CURENT CONTINUU

Prin *comutație* se înțelege ansamblul proceselor electromagnetice care se produc la trecerea unei secții a înfășurării rotorice dintr-o cale de curent în alta. Această trecere se realizează sub perie, când curentul se schimbă de la valoarea  $+I_a$ , la valoarea  $-I_a$ , în care  $I_a = I_A / 2a$ . Interesează timpul  $T_k$  în care peria scurtcircuitează secția care comută, când curentul prin perie este variabil, variația totală a acestuia fiind  $\Delta I_a = 2I_a$ . În secția care comută, se induc, în principal, două tensiuni: o tensiune de autoinducție și o tensiune de rotație indusă de câmpul magnetic de reacție a indusului.

*Tensiunea de autoinducție* se produce datorită variației curentului în secția care comută cu  $\Delta I_a = 2I_a$ . Expresia generală a acestei tensiuni este următoarea:

$$e_r \cong (l_s + m_s) \frac{2I_a}{T_k} = (l_s + m_s) \frac{I_A}{aT_k} = (l_s + m_s) \frac{v_k I_A}{ab_k} = C_1 n I_A \quad (4.12)$$

în care  $l_s$  este inductivitatea proprie a secției care comută,  $m_s$  este inductivitatea mutuală dintre secția care comută și celelalte secții care comută simultan cu ea,  $v_k$  este viteza tangențială a colectorului,  $b_k$  este lățimea periei și  $C_1$  este o constantă constructivă.

*Tensiunea de rotație* indusă datorită rotirii secției care comută, în câmpul magnetic de reacție a indusului  $B_{oa}$  are, conform relației (4.2), expresia:

$$e_a = 2w_s v l_i B_{oa} = C_2 n I_A \quad (4.13)$$

în care  $B_{oa}$  (precizată în Fig. 4.13) este inducția magnetică din axa neutră a mașinii, proporțională cu  $I_A$ , iar  $v$  este viteza tangențială a rotorului, proporțională cu turația.

Comutația unei mașini de c.c. este bună dacă suma  $e_r + e_a$  este cât mai mică. În acest caz, nu apar scântei la colector, sau dacă apar sunt rare și slabe.

Metodele de îmbunătățire a comutației se referă la micșorarea t.e.m. rezultante  $e_r + e_a$  din secție, sau la mărirea rezistenței totale a circuitului de comutație. Suma  $e_r + e_a$  se scade prin reducerea inductivităților  $m_s$  și  $l_s$ , precum și prin compensarea reacției transversale a indusului mașinii (reducerea inducției  $B_{oa}$  prin folosirea polilor auxiliari sau a înfășurărilor de compensare). Micșorarea lui  $l_s$  se face prin reducerea numărului  $w_s$  de spire pe secție, adică prin mărirea numărului de lamele la colector. Pentru mașinile cu o bună comutație, trebuie ca  $w_s = 1$ , sau  $w_s = 2$ . Micșorarea lui  $m_s$  se face prin alegerea favorabilă a scurtării pasului bobinajului rotorului față de pasul polar.

#### 4.9. REGIMUL DE GENERATOR AL MAȘINII DE CURENT CONTINUU

În regim de generator electric, mașina transformă puterea mecanică primită la arbore în putere electrică debitată la borne, conversia electromecanică făcându-se prin intermediul câmpului magnetic (de excitație) din mașină. În regim de generator, cuplul electromagnetic al mașinii este antagonist (se opune cuplului activ de la ax), iar t.e.m. indusă în înfășurarea rotorului are același semn cu tensiunea de la bornele generatorului.

După modul de conectare a înfășurării de excitație, generatoarele de c.c. pot fi cu excitație independentă (separată) și cu excitație derivație (autoexcitate), dar pot fi excitate și cu magneti permanenți. Generatoarele cu excitație serie nu se folosesc practic, deoarece au zone de instabilitate în funcționare.

##### 4.9.1. GENERATORUL DE C.C. CU EXCITAȚIE INDEPENDENTĂ

Schema electrică a unui generator de c.c. cu excitație independentă (separată) este prezentată în Fig. 4.15, în care cu  $U_A$  și  $I_A$  s-au notat tensiunea și curentul de la bornele rotorice ale generatorului. S-au mai notat:  $R_A$ ,  $R_e$  - rezistențele înfășurării indusului și excitației;  $U_e$ ,  $I_e$  - tensiunea și curentul înfășurării de excitație;  $E$  - t.e.m. indusă în înfășurarea rotorului;  $\Omega$  - viteza unghiulară a rotorului.

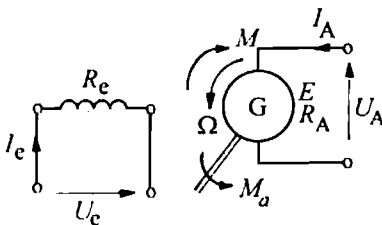


Fig. 4.15. Generator de c.c. cu excitație independentă.

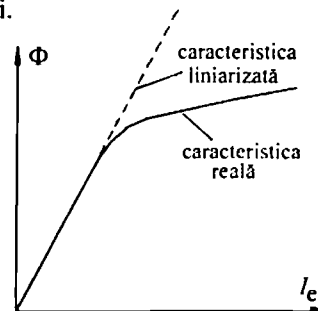


Fig. 4.16. Caracteristica de magnetizare.

a. Ecuațiile generatorului în regim permanent se vor deduce considerând regula de la receptoare pentru circuitul de excitație și regula de la generatoare pentru circuitul



rotoric. Având în vedere notațiile din Fig. 4.15 și sensurile alese pentru tensiuni și curenți, se pot scrie următoarele ecuații, valabile în regim permanent:

$$\begin{aligned} U_A &= E - R_A I_A - \Delta U_p & M &= k\Phi I_A \\ U_e &= R_e I_e & \Phi &= f(I_e) \\ E &= k\Phi\Omega & M + M_m + M_{Fe} &= M_a \end{aligned} \quad (4.14)$$

În ecuațiile (4.14),  $\Delta U_p$  reprezintă căderea de tensiune pe perechea de perii,  $M_m$  și  $M_{Fe}$  sunt cuplurile corespunzătoare frecărilor mecanice ale mașinii, respectiv pierderilor în fierul armăturii rotorice,  $\Phi = f(I_e)$  este funcția care exprimă analitic caracteristica de magnetizare a generatorului, reprezentată în Fig. 4.16. În cazul în care mașina este liniară, funcția de mai sus este o dreaptă de ecuație  $\Phi = k\Phi I_e$ , în care  $k\Phi$  se numește *constanta de flux* a mașinii. Sistemul (4.14) are 6 necunoscute:  $U_A$ ,  $I_A$ ,  $I_e$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $\Phi$ .

#### b. Caracteristicile generatorului de c.c. cu excitație independentă

În Fig. 4.17, se prezintă schema principală pentru determinarea experimentală a caracteristicilor de funcționare ale generatorului cu excitație separată.

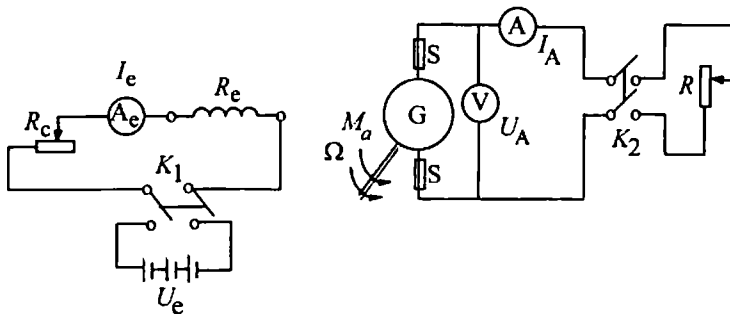


Fig. 4.17. Schemă pentru determinarea caracteristicilor experimentale ale generatorului de c.c. cu excitație independentă.

*Caracteristica de mers în gol* se definește de relația  $E_o = f(I_e)$ , pentru  $n = \text{const.}$  și  $I_A = 0$ . Forma caracteristicii de mers în gol se aseamănă cu aceea a generatorului sincron.

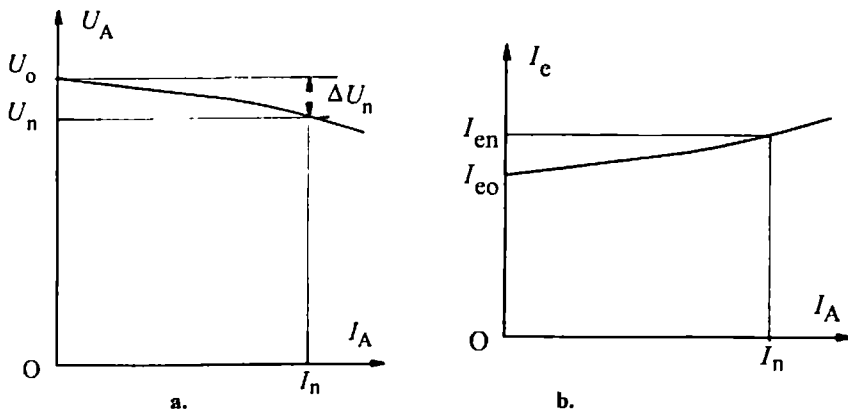


Fig. 4.18. Caracteristicile generatorului cu excitație independentă: a. caracteristica externă; b. caracteristica de reglaj.

*Caracteristica externă* reprezintă dependența dintre tensiunea la bornele generatorului  $U_A$  și curentul debitat de acesta  $I_A$ ;  $U_A = f(I_A)$ , când  $I_e = \text{const}$  și  $n = \text{const}$ . În Fig. 4.18.a, se prezintă forma caracteristicii externe din care se deduce că, odată cu creșterea curentului generatorului, tensiunea la bornele acestuia scade. Scăderea tensiunii în sarcină se produce datorită, pe de o parte, căderilor de tensiune  $R_A I_A$  și  $\Delta U_p$  și, pe de altă parte, scăderii în sarcină a t.e.m. din cauza reacției transversale a indusului. Căderea de tensiune de la gol la sarcină nominală are valori de (3 ... 10)% din tensiunea nominală a generatorului, căderile de tensiune mai mici întâlnindu-se la generatoarele de putere mai mare.

*Caracteristica de reglaj* este definită de relația  $I_e = f(I_A)$ , când  $U_A = \text{const}$  și  $n = \text{const}$ . și arată modul de variație al curentului de excitație al mașinii pentru ca tensiunea la bornele acesteia să se mențină constantă, pentru orice sarcină. În Fig. 4.18.b, se prezintă caracteristica de reglaj a generatorului, din care se deduce că, la creșterea curentului de sarcină, menținerea tensiunii constante la bornele generatorului se face prin creșterea curentului de excitație.

#### 4.9.2. GENERATORUL DE C.C. CU EXCITAȚIE DERIVAȚIE

Schema generatorului de c.c. cu excitație derivație este prezentată în Fig. 4.19.

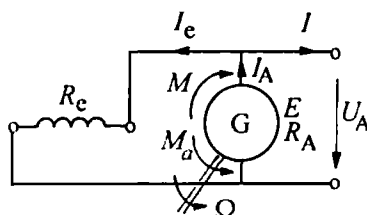


Fig. 4.19. Schema generatorului de c.c. cu excitație derivație.

**a. Ecuațiile generatorului cu excitație derivație în regim permanent** se vor deduce considerând regula de la receptoare pentru circuitul de excitație și regula de la generatoare pentru circuitul rotoric. Având în vedere notațiile din Fig. 4.19, se pot scrie următoarele ecuații, valabile în regim permanent:

$$\begin{aligned} U_A &= E - R_A I_A - \Delta U_p = R_e I_e & M &= k\Phi I_A \\ I_A &= I + I_e & \Phi &= f(I_e) \\ E &= k\Phi \Omega & M + M_m + M_{Fe} &= M_a \end{aligned} \quad (4.15)$$

Sistemul (4.15) are 7 ecuații și 7 necunoscute:  $U_A$ ,  $I_A$ ,  $I$ ,  $I_e$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $\Phi$ . Restul de mărimi se dau ( $M_a$ ,  $M_m$ ,  $M_{Fe}$ ,  $\Omega$ ) sau sunt parametrii cunoscuți ( $R_A$ ,  $R_e$ ,  $k$ ,  $\Delta U_p$ ).

**b. Autoexcitarea generatorului de c.c. cu excitație derivație** presupune alimentarea înfășurării de excitație a acestuia de la bornele rotorice proprii (de la perii), fără să mai fie necesară o sursă de c.c. separată. Autoexcitarea se poate face numai dacă sunt îndeplinite trei condiții:

- în mașină să existe un flux magnetic remanent;
- înfășurarea de excitație să dea un flux magnetic în același sens cu fluxul magnetic remanent (cele două fluxuri să fie aditive);
- rezistența totală a circuitului de excitație să fie mai mică decât o valoare critică  $R_{ec}$ .

Pentru a explica fenomenul de autoexcitare al generatorului de c.c. derivație, să reprezentăm pe același sistem de coordonate caracteristica de mers în gol  $E_0 = f(I_e)$  a mașinii și dreapta circuitului de excitație  $U_e = E_0 = R_e I_e$ , așa cum se arată în Fig. 4.20.

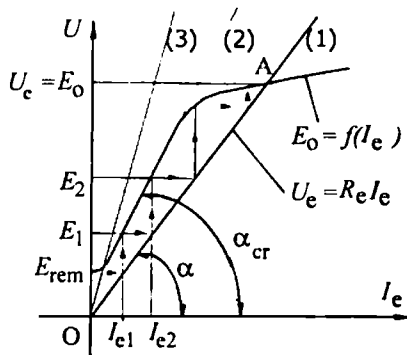


Fig. 4.20. Explicativă la autoexcitarea generatorului derivație.

Mașina fiind antrenată din exterior, fluxul magnetic remanent induce în rotor t.e.m.  $E_{rem}$ , care alimentând înfășurarea de excitație creează prin ea un mic curent de excitație  $I_{e1}$ . Acest curent produce un flux magnetic de excitație care se adună cu fluxul remanent (conform condiției a doua de autoexcitare) și dă naștere unei t.e.m.  $E_1 > E_{rem}$ . T.e.m.  $E_1$  creează curentul  $I_{e2}$ , care, la rândul lui, dă naștere unei t.e.m.  $E_2 > E_1$  și procesul se repetă până când se ajunge în punctul A, moment în care procesul de autoexcitare s-a încheiat, t.e.m. la bornele mașinii având valoarea  $E_0 = U_0$ .

Punctul A este un punct stabil de funcționare. Pentru ca el să existe, trebuie ca panta dreptei OA să fie mai mică decât panta porțiunii liniare a caracteristicii de mers în gol, adică să avem  $\alpha < \alpha_{cr}$ , ceea ce înseamnă că trebuie să avem îndeplinită și a treia condiție de autoexcitare:  $R_e < R_{ec}$ . Dacă  $\alpha > \alpha_{cr}$  dreapta OA are poziția (3), mașina nu se mai poate autoexcita, tensiunea la bornele mașinii fiind aproximativ egală cu  $E_{rem}$ .

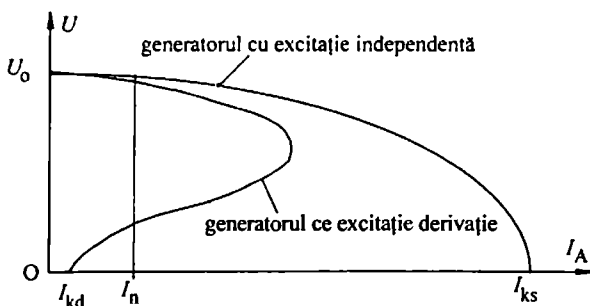


Fig. 4.21. Caracteristicile externe ale generatoarelor de c.c.

Caracteristicile generatorului derivație sunt asemănătoare ca formă cu cele ale generatorului cu excitație independentă, cu următoarele precizări:

- caracteristica de mers în gol nu se definește pentru  $I_A = 0$ , ci pentru  $I = 0$  și  $I_e = I_A$ ;
- caracteristica externă a generatorului derivație este mai căzătoare decât a celui cu excitație independentă;

• un scurtcircuit la bornele generatorului derivație nu este periculos în comparație cu un scurtcircuit la bornele generatorului cu excitație independentă, care este foarte periculos. Acest lucru se poate explica observând caracteristicile externe ale generatoarelor, prezentate în Fig. 4.21. Se constată că valoarea curentului de scurtcircuit  $I_{kd} = E_{rem}/R_A$ , la generatorul derivație, este mult mai mică decât valoarea curentului de scurtcircuit  $I_{ks} = E_o/R_A$ , la generatorul cu excitație separată.

#### 4.10. REGIMUL DE MOTOR AL MAȘINII DE CURENT CONTINUU

În regim de motor, cuplul electromagnetic al mașinii este activ (de același sens cu turația rotorului), iar t.e.m. indusă în înfășurarea rotorică are polaritate opusă tensiunii aplicate la bornele rotorice ale motorului, numindu-se *tensiune contraelectromotoare*.

După modul de conectare a înfășurării de excitație, motoarele de c.c. pot fi cu excitație independentă, cu excitație serie și cu excitație mixtă, dar pot fi excitate și cu magneți permanenți. Motoarele cu excitație derivație sunt, de fapt, identice cu motoarele cu excitație independentă, deoarece atât înfășurarea de excitație, cât și înfășurarea indusului sunt conectate la aceeași rețea de c.c.

##### 4.10.1. MOTORUL DE C.C. CU EXCITAȚIE INDEPENDENTĂ (DERIVAȚIE)

Schema electrică a unui motor de c.c. cu excitație independentă este prezentată în Fig. 4.22, în care notațiile sunt analoge cu cele folosite la generatoarele de c.c.

a. **Ecuatiile motorului derivație în regim permanent** se vor deduce considerând regula de la receptoare atât pentru circuitul de excitație, cât și pentru circuitul rotoric. Având în vedere notațiile din Fig. 4.22 și sensurile alese pentru tensiuni și curenți, se pot scrie următoarele ecuații, valabile în regim permanent:

$$\begin{aligned} U_A &= E + R_A I_A + \Delta U_p = R_e I_e & M &= k\Phi I_A \\ I &= I_A + I_e & \Phi &= f(I_e) \\ E &= k\Phi\Omega & M &= M_r + M_m + M_{Fe} \end{aligned} \quad (4.16)$$

În ecuațiile (4.16), notațiile sunt analoge cu acelea din relațiile (4.15).

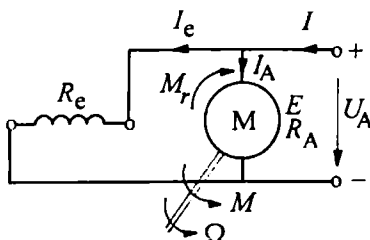


Fig. 4.22. Schema motorului de c.c. cu excitație derivație.

Sistemul (4.16) are 7 necunoscute:  $I$ ,  $I_A$ ,  $I_e$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $\Phi$ ,  $\Omega$ . Restul de mărimi se dau ( $M_r$ ,  $U_A$ ,  $M_m$ ,  $M_{Fe}$ ) sau sunt parametrii dați ai mașinii ( $R_A$ ,  $R_e$ ,  $k$ ,  $\Delta U_p$ ), inclusiv expresia analitică a caracteristicii de magnetizare a mașinii.

b. **Bilanțul de puteri active și caracteristica randamentului** motorului derivație se tratează pornind de la ultima relație din sistemul (4.16), amplificată cu viteza  $\Omega$ :

$$M\Omega = M_r\Omega + M_m\Omega + M_{Fe}\Omega$$

Se notează cu  $P = M\Omega$  puterea electromagnetică a mașinii. Puterea  $P_2 = M_r\Omega$ , reprezintă puterea activă transmisă la ax mașinii de lucru,  $P_m = M_m\Omega$  reprezintă pierderile mecanice de frecare și ventilație și  $P_{Fe} = M_{Fe}\Omega$  sunt pierderile în miezul rotor. Ținând seama că  $P = EI_A$ , ecuația de puteri de mai sus devine:

$$P_2 + P_m + P_{Fe} = P \Rightarrow P_2 + P_m + P_{Fe} = (U_A - R_A I_A - \Delta U_p) I_A$$

Puterea absorbită de motor pe la bornele rotorice este  $P_1 = U_A I = U_A (I_A + I_e)$ . Rearanjând altfel termenii din relația de bilanț de mai sus, obținem:

$$P_1 = U_A I = P_{Fe} + P_m + \Delta U_p I_A + R_A I_A^2 + U_A I_e + P_2 = P_2 + \Sigma P, \quad (4.17)$$

în care  $\Sigma P$ , reprezintă suma tuturor pierderilor din motorul considerat. În Fig. 4.23, se prezintă diagrama de bilanț a puterilor active ale motorului de c.c. cu excitație derivație.

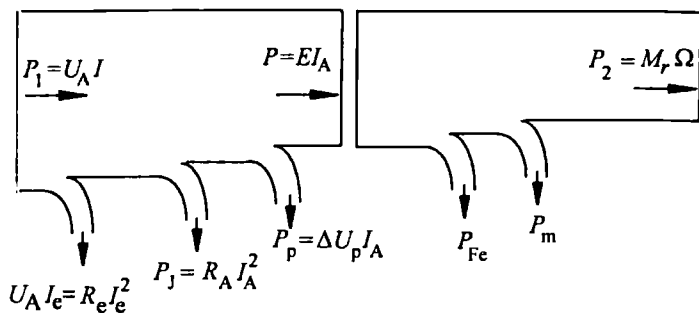


Fig. 4.23. Bilanțul puterilor active la motorul de c.c. cu excitație derivație.

Randamentul motorului de c.c. se determină cunoscând suma tuturor pierderilor care se produc în acesta, utilizând relația:

$$\eta_m = \frac{U_A I - \Sigma P}{U_A I} \quad (4.18)$$

Pentru generatoarele de c.c., randamentul se calculează folosind relația:

$$\eta_g = \frac{U_A I}{U_A I + \Sigma P} \quad (4.18')$$

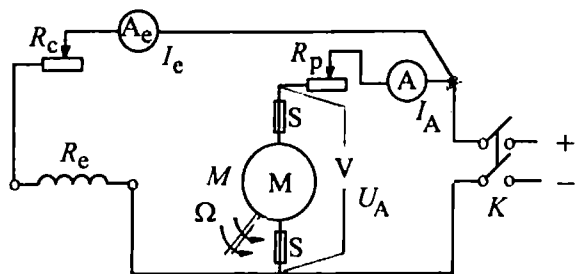


Fig. 4.24. Schemă pentru determinarea caracteristicilor experimentale ale motorului derivație.

**c. Caracteristicile de bază ale motorului de c.c. cu excitație derivație** sunt: caracteristica vitezei la mersul în gol și caracteristica mecanică. În Fig. 4.24, se prezintă

schema principală pentru determinarea experimentală a caracteristicilor de funcționare ale motorului de c.c. cu excitație derivație.

Caracteristica vitezei la mersul în gol se definește de relația  $n = f(I_e)$ , pentru  $U_A = \text{const.}$  și  $M_r = 0$ . Din ecuația de tensiuni a motorului găsim turația acestuia:

$$n = \frac{U_A - R_A I_A - \Delta U_p}{2\pi k\Phi} \cong \frac{U_A}{2\pi k\Phi I_e} \quad (4.19)$$

în care s-a considerat că  $R_A I_A + \Delta U_p \cong 0$ , iar caracteristica de magnetizare a mașinii s-a considerat liniară ( $\Phi = k\Phi I_e$ ).

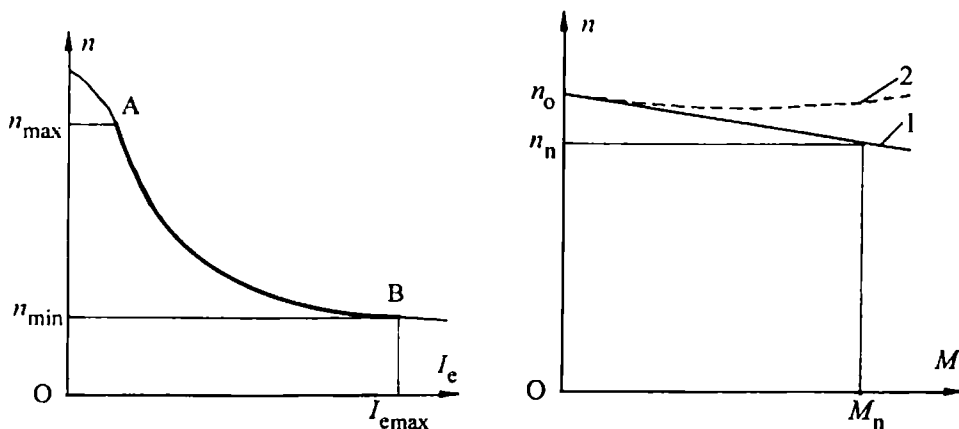


Fig. 4.25. Caracteristicile motorului derivație: a. caracteristica vitezei în gol; b. caracteristica mecanică.

Din relația (4.19) se deduce o concluzie foarte importantă pentru toate motoarele de c.c.: *turația unui motor de c.c. este direct proporțională cu tensiunea de alimentare și invers proporțională cu fluxul magnetic de excitație (cu curentul de excitație).*

Caracteristica vitezei la mersul în gol este desenată în Fig. 4.25.a, din care se deduce faptul că reglarea vitezei motorului derivație se face simplu, prin variația curentului de excitație, cu consum mic de energie, deoarece puterea de excitație a mașinii de c.c. este redusă, fiind în jur de (1 ...5) % din puterea nominală:  $P_e \in (0,01...0,05)P_n$ .

Caracteristica mecanică a motorului derivație se definește, prin analogie cu celelalte tipuri de motoare electrice, cu relația  $n = f(M)$  pentru  $U_A = \text{const.}$  și  $I_e = \text{const.}$  Din ecuațiile de tensiuni și de cuplu ale motorului se găsește (după neglijarea căderii de tensiune la perii), relația:

$$n = \frac{U_A - R_A \cdot \frac{M}{k\Phi}}{2\pi k\Phi} = \frac{U_A}{2\pi k\Phi} - \frac{R_A}{2\pi \cdot (k\Phi)^2} \cdot M = n_0 - k_o M \quad (4.20)$$

în care  $n_0$  reprezintă turația de mers în gol a motorului, iar  $k_o$  este o constantă de valoare relativ mică în raport cu  $n_0$ . Caracteristica mecanică a motorului derivație este o dreaptă cu pantă negativă, în planul  $(n, M)$ , prezentată în Fig. 4.25.b (curba 1). Dacă motorul are reacția indusului necompensată atunci caracteristica lui mecanică are forma curbei 2. Această formă crescătoare se explică prin faptul că, odată cu creșterea curentului de

sarcină al motorului, scade fluxul de excitație al acestuia, datorită reacției transversale a indusului, deci turația crește.

Așadar, motorul derivație are o caracteristică mecanică dură (sau tare), turația menținându-se aproximativ constantă în sarcină, ceea ce face ca motorul să fie folosit, printre altele, în acționările electrice de turație constantă.

#### 4.10.2. MOTORUL DE CURENT CONTINUU CU EXCITAȚIE SERIE

Schema electrică a motorului de c.c. cu excitație serie este prezentată în Fig. 4.26.

**a. Ecuațiile motorului serie în regim permanent** sunt asemănătoare cu cele ale motorului derivație. Ele au forma:

$$\begin{aligned} U_A &= E + (R_A + R_e)I_A + \Delta U_p; \quad E = k\Phi\Omega; \quad M = k\Phi I_A; \\ \Phi &= f(I_A); \quad M = M_r + M_m + M_{Fe} \end{aligned} \quad (4.21)$$

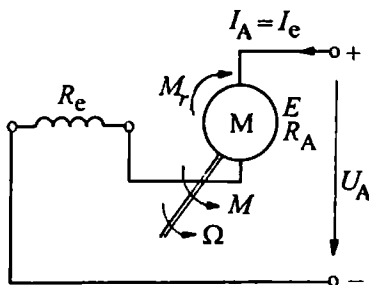


Fig. 4.26. Schema motorului de c.c. cu excitație serie.

Sistemul (4.21) are 5 necunoscute:  $I_A$ ,  $E$ ,  $M$ ,  $\Phi$ ,  $\Omega$ . Celelalte mărimi care apar în sistem se cunosc. În Fig. 4.27, se prezintă schema electrică pentru încercările motorului cu excitație serie. Dacă întrerupătorul  $K_2$  este deschis, se determină caracteristicile naturale ale motorului. Cu  $K_2$  închis, se determină caracteristicile artificiale (cu flux diminuat), utilizate la reglarea turației motorului.

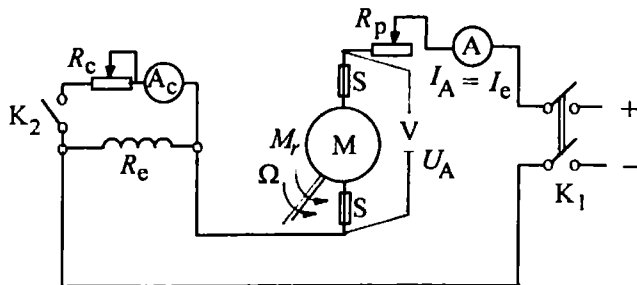


Fig. 4.27. Schemă pentru determinarea caracteristicilor motorului serie.

Reostatul de pornire  $R_p$  este necesar pentru reducerea curentului de pornire. Dacă motorul are convertizor de tensiune reglabilă, astfel încât tensiunea  $U_A$  variază de la valoarea zero, la valoarea nominală, reostatul de pornire nu mai este necesar.

**b. Caracteristica mecanică a motorului serie** este definită de relația  $n = f(M)$ , pentru  $U_A = \text{const.}$  Determinarea expresiei analitice a caracteristicii mecanice a motorului serie se face considerând caracteristica de magnetizare a motorului ca fiind liniară, fluxul magnetic fiind proporțional cu curentul  $I_A$ , absorbit de motor, adică avem:  $\Phi = k_\Phi I_A$ .

Cuplul electromagnetic al motorului se scrie  $M = k k_\Phi I_A^2 = k^* I_A^2$ , fiind proporțional cu pătratul curentului absorbit. Curentul se poate exprima în funcție de cuplul electromagnetic astfel:  $I_A = \sqrt{M / k^*}$ . Ecuația de tensiuni a motorului se scrie:

$$U_A = 2\pi k n \Phi + (R_A + R_e) I_A = 2\pi k^* n I_A + R_{Ae} I_A$$

din care se deduce expresia analitică a caracteristicii mecanice:

$$n = \frac{U_A}{2\pi k^* \cdot \sqrt{\frac{M}{k^*}}} - \frac{R_{Ae}}{2\pi k^*} = \frac{U_A}{2\pi \sqrt{k^*} \cdot \sqrt{M}} - b = \frac{a}{\sqrt{M}} - b \quad (4.22)$$

în care  $a$  este o constantă (dacă tensiunea motorului rămâne constantă), iar  $b$  este, de asemenea, o constantă.

Caracteristica mecanică a motorului serie este elastică, adică turația variază mult cu sarcina motorului. Cuplul de pornire al motorului serie este foarte mare. Din acest motiv, el se folosește cu succes în tracțiunea electrică.

Pe măsură ce convertizoarele de frecvență vor deveni mai ieftine și mai fiabile, acționările electrice de curent continuu (cu motoare serie sau derivație) tind să fie înlocuite de acționările electrice de c.a (cu motoare asincrone sau sincrone).

*Schimbarea sensului de rotație* al unui motor electric de c.c. se face schimbând sensul cuplului electromagnetic al motorului. Din relația cuplului  $M = k\Phi I_A$  se deduce că sensul cuplului se schimbă, schimbând fie semnul fluxului magnetic (se schimbă bornele înfășurării de excitație între ele), fie semnul curentului rotorice (se schimbă bornele înfășurării rotorice între ele).

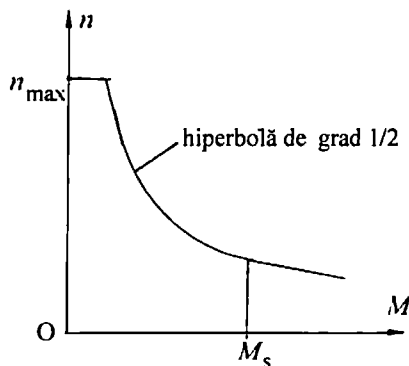


Fig. 4.28. Caracteristica mecanică a motorului serie de c.c.

De aici se desprinde concluzia că motorul serie poate funcționa și în curent alternativ, deoarece schimbarea polarității tensiunii de alimentare duce la schimbarea atât a semnelui fluxului de excitație, cât și a semnelui curentului rotorice. Pe acest fapt se



bazează principiul de funcționare al *motorului universal serie cu colector*, care produce cuplu dacă este alimentat, fie la tensiune continuă, fie la tensiune alternativă.

## 4.11. MAȘINI DE CURENT CONTINUU SPECIALE

### 4.11.1. MOTORUL UNIVERSAL SERIE CU COLECTOR

Motorul universal cu colector poate funcționa atât în c.c., cât și în c.a. și este utilizat în acționările de mică putere, în aparatele electrocasnice, aparatele medicale, de birou etc. Motorul universal cu colector prezintă avantajul esențial - în comparație cu celelalte motoare de c.a. de mică putere - de a dezvolta turații ridicate în gama 3000 ... 20.000 rot/min, alimentate de la rețeaua de c.a. de 50 Hz. Motorul serie de c.c. are cuplu și în c.a., deoarece, prin inversarea polarității tensiunii de alimentare, se schimbă atât semnul fluxului de excitație, cât și semnul curentului rotoric, deci sensul cuplului rămâne același.

Din punct de vedere constructiv, motorul universal nu diferă de o mașină electrică de c.c. cu excitație serie cu utilizare exclusivă în c.c., cu excepția jugului statoric, care se realizează din tole pentru a se micșora pierderile în fier, dat fiind faptul că fluxul magnetic de excitație este alternativ, la alimentarea în c.a. a motorului.

Schema electrică a motorului universal este prezentată în Fig. 4.29. De regulă, înfășurarea de excitație este prevăzută cu prize care permit ca la conectarea la o sursă de c.c. a motorului, numărul de spire să fie mai mare. Necesitatea micșorării numărului de spire la funcționarea în c.a. este legată de obținerea aceleiași turații la același curent efectiv de sarcină și la aceeași tensiune efectivă aplicată în c.a. ca și în c.c.

Să presupunem că motorul serie absoarbe de la rețeaua de c.a. curentul:

$$i_A = I_A \sqrt{2} \sin \omega t$$

curent care, străbătând și înfășurarea de excitație, creează fluxul magnetic  $\varphi_o$ , defazat față de curent cu un unghi  $\theta$ , având expresia:

$$\varphi_o = \Phi_o \sin(\omega t - \theta)$$

Conform relației generale a cuplului electromagnetic al mașinii de c.c., se găsește expresia cuplului instantaneu al motorului, de forma:

$$m = k\varphi_o i_A = \sqrt{2} \cdot k\Phi_o I_A \sin \omega t \sin(\omega t - \theta)$$

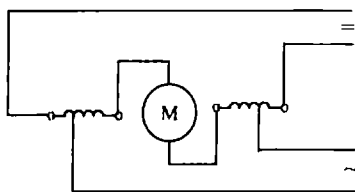


Fig. 4.29. Schema de principiu a alimentării motorului universal cu colector.

Valoarea medie pe o perioadă a cuplului motorului universal este următoarea:

$$M = \frac{1}{T} \int_0^T m dt = \frac{\sqrt{2} \cdot k\Phi_o I_A}{T} \int_0^T \sin \omega t \sin(\omega t - \theta) dt = \frac{k\Phi_o I_A}{\sqrt{2}} \cos \theta$$

La calculul integralei de mai sus, s-a descompus produsul de sinusuri în sumă.

Motoarele de c.c. cu excitație derivație nu pot fi folosite la alimentarea în c.a., deoarece nu pot dezvolta un cuplu suficient pentru a porni. Acest lucru se întâmplă deoarece reactanța înfășurării de excitație este foarte mare și din această cauză se reduce curentul de excitație (la alimentarea în c.a.) la valori foarte mici, deci se reduce și fluxul de excitație și, în ultimă analiză, se reduce cuplul electromagnetic.

#### 4.11.2. TAHOGENERATORUL DE C.C.

Principal, tahogeneratorul de c.c. este un generator de c.c. cu magneți permanenți, astfel încât t.e.m. a tahogeneratorului este proporțională cu turația acestuia. Mașina funcționează ca traductor de viteză - tensiune. Tahogeneratorul de c.c. este utilizat, fie pentru măsurarea turației, fie în buclele de reglare automată (bucle tahometrice).

Avantajele tahogeneratoarelor de c.c. constau în faptul că nu introduc erori de fază, cum introduc cele de c.a., iar tahogeneratoarele cu magneți permanenți dau un câmp magnetic de excitație care nu este influențat de variațiile de temperatură. Ca dezavantaje, se amintesc semnalele parazite introduse de comutație și îmbătrânirea magneților permanenți și deci necesitatea de reetalonare în timp a tahogeneratorului.

#### 4.11.3. SERVOMOTORUL DE C.C. CU MAGNEȚI PERMANENȚI

Datorită progreselor înregistrate în construcția magneților permanenți, mașinile electrice excitate cu magneți permanenți au căpătat o largă aplicare. Astfel de mașini au avantaje importante printre care amintim: construcție mai simplă, greutate mai mică și dimensiuni de gabarit mai mici, pierderi mai mici și randament mai ridicat. În același timp, mașinile cu magneți permanenți au un preț mai mare în comparație cu mașinile cu excitație clasică, datorită prețului ridicat al magneților permanenți.

### 4.12. ACȚIONĂRI ELECTRICE CU MOTOARE DE C. C.

Motoarele de curent continuu se utilizează în mod curent în acționările electrice. Pornirea, frânarea și reglarea turației acestor motoare se fac relativ ușor și cu metode sigure și economice. Limitarea folosirii motoarelor de curent continuu în acționările electrice este legată de existența colectorului. Acesta conduce la scăderea fiabilității schemei de acționare, la o întreținere mai costisitoare și, în multe cazuri, la producerea incendiilor.

#### 4.12.1. PORNIREA MOTOARELOR DE C.C. LA TENSIUNE CONSTANTĂ

Pornirea motoarelor electrice de c.c. alimentate de la o sursă de tensiune constantă se face prin folosirea unui *reostat de pornire*, în trepte, înseriat cu indusul pentru a se reduce curentul de pornire.

Ecuția de tensiuni a motorului (alimentat la tensiune nominală) se scrie astfel:  $U_n = E + R_A I_A$ . La pornire, turația motorului este nulă, deci t.e.m.  $E = 0$ , așa încât curentul de pornire are o valoare foarte mare:

$$I_p = \frac{U_n}{R_A} \in (10 \dots 20) I_n \quad (4.23)$$

La pornire, se folosește un reostat de pornire de valoare totală  $R_p$ , care se calculează astfel încât curentul de pornire să ia valori în gama  $(1,2 \dots 2,0) I_n$ .

$$I_p = \underbrace{(1, 2, \dots, 2, 0)}_{k_I} I_n = k_I I_n = \frac{k_I P_n}{U_n \eta_n}, \text{ unde } I_n = \frac{P_n}{U_n \eta_n} \quad (4.24)$$

$$\Rightarrow \frac{k_I P_n}{U_n \eta_n} = \frac{U_n}{R_A + R_p} \text{ din care } \Rightarrow R_p = \frac{\eta_n U_n^2}{k_I P_n} - R_A$$

Reostatul de pornire  $R_p$  se împarte în trepte printr-un procedeu grafo-analitic.

#### 4.12.2. PORNIREA MOTOARELOR DE C. C. LA TENSIUNE VARIABILĂ

În cazul în care se dispune de o sursă variabilă de tensiune reglabilă (redresor comandat, chopper), pornirea motoarelor de c.c. se face fără reostat de pornire. Variația tensiunii se poate face din comanda sursei variabile, iar pornirea se realizează prin creșterea treptată și controlată a tensiunii aplicate motorului, astfel încât curentul de pornire să fie limitat la o valoare dorită, de către o buclă de reglare automată.

#### 4.12.3. FRÂNAREA MOTOARELOR DE C. C.

Se vor trata problemele privind frânarea motoarelor de c.c. cu excitație derivație. În cazul frânării motoarelor serie, apar probleme specifice, legate de înfășurarea de excitație. Frânarea motoarelor derivație se poate face, ca și în cazul motoarelor asincrone, prin trei metode: frânarea în regim de generator (recuperativă), frânarea contracurent și frânarea dinamică (nerecuperativă).

**a. Frânarea în regim de generator cu recuperare** se produce atunci când tensiunea contraelectromotoare a motorului depășește valoarea tensiunii de la bornele rotorice. În acest caz, se schimbă semnul curentului rotoric și, cum semnul tensiunii de alimentare rămâne același, se schimbă și semnul puterii active. Mașina intră în regim de generator de c.c., puterea de la bornele mașinii este introdusă în rețea. Metoda se folosește în special în tracțiunea electrică. De exemplu, un tren antrenat de un motor de c.c. derivație, care urcă o pantă are punctul de funcționare pe caracteristica mecanică din Fig. 4.30.a, în A. La un moment dat, trenul începe să coboare panta și punctul de funcționare se deplasează în B, când curentul absorbit de motor este nul. Dacă panta crește, cuplul gravitațional devine activ, punctul de funcționare ajunge în C, curentul  $I_A$  al motorului schimbă de semn și o parte din energia gravitațională a trenului este introdusă în rețea, trenul fiind astfel frânat.

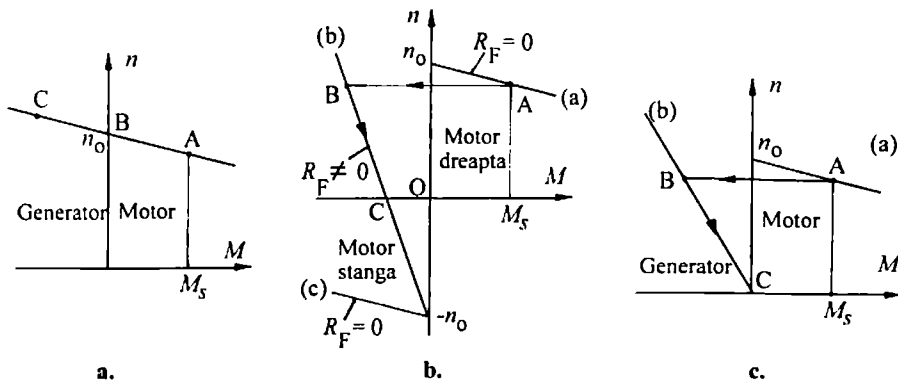


Fig. 4.30. Cu privire la frânarea motoarelor derivație de c.c.: a - frânarea recuperativă în regim de generator; b - frânarea contracurent; c - frânarea dinamică.

**b. Frânarea contracurent** se întâlnește în numeroase acționări la care se cere oprirea rapidă a instalațiilor mecanice antrenate de motoare de c.c. Pentru a ne fixa ideile, să ne referim la cazul acționării unui laminor reversibil. În asemenea instalații, se pune problema ca după ce mașina electrică a funcționat în regim de motor, rotind valțurile laminorului într-un sens, să se frâneze rapid instalația și apoi să se accelereze valțurile în sens contrar. În acest scop, după ce mașina a funcționat ca motor într-un anumit sens de rotație, se inversează sensul tensiunii aplicate motorului (indusului), excitația rămânând neschimbată și mașina trece în regim de frână propriu-zisă, până când viteza sa devine nulă, apoi, în continuare, intră în regim de motor, cu sens invers de rotație.

Să considerăm caracteristica mecanică naturală din Fig. 4.30.b, mașina funcționând inițial ca motor în punctul A, pe caracteristica (a). Se întrerupe brusc alimentarea, se schimbă polaritatea tensiunii rotorice  $U_A$  și, în același timp, se introduce în rotor rezistența de frânare  $R_F$ . Punctul de funcționare sare brusc din A în B, turația  $n$  scade la zero (în punctul C), după caracteristica mecanică (b). După schimbarea sensului de rotație, pentru a accelera sistemul în sens invers, se scurtcircuitază o parte din rezistența  $R_F$  și motorul funcționează în cadranul III, după caracteristica mecanică (c).

**c. Frânarea dinamică** (nerecuperativă) se poate explica pornind de la regimul de motor de c.c. funcționând în punctul A al caracteristicii mecanice (Fig. 4.30.c). Dacă dorim să frânăm motorul, se deconectează mașina de la rețea și se închide circuitul rotorice pe o rezistență  $R$ , excitația motorului rămânând cuplată la rețea. Mașina continuă să se rotească în același sens, din inerție, și devine generator, care debitează energie pe rezistența  $R$ . Această energie provine din energia cinetică a maselor rotorice în mișcare, care se transformă în căldură, frânând astfel mașina. Punctul de funcționare sare din A în B, apoi se deplasează spre C, când mașina se oprește. Frânarea este cu atât mai eficientă cu cât rezistența  $R$  este mai mică.

#### 4.12.4. REGLAREA TURAȚIEI MOTOARELOR DE CURENT CONTINUU

Turația unui motor de c.c. cu excitație derivație se deduce folosind expresia (4.20) a caracteristicii mecanice a motorului:

$$n = \frac{U_A}{2\pi k\Phi} - \frac{R_A}{2\pi \cdot (k\Phi)^2} \cdot M \quad (4.25)$$

Relația de mai sus arată că, la cuplu de sarcină dat ( $M \cong M_r$ ), reglarea vitezei se poate face modificând tensiunea de alimentare  $U_A$ , fluxul de excitație  $\Phi$  sau rezistența rotorului  $R_A$ .

##### **a. Reglarea turației prin modificarea tensiunii de alimentare $U_A$**

Aceasta reprezintă una dintre cele mai răspândite metode de reglare a turației folosite la motoarele de c.c. Așa cum s-a arătat, turația unui motor de c.c. este direct proporțională cu tensiunea de alimentare și invers proporțională cu fluxul magnetic de excitație.

Caracteristicile mecanice ale motorului de c.c. la variația tensiunii de alimentare se prezintă în Fig. 4.31.a, pentru motoare derivație și în Fig. 4.31.b pentru motoare serie de c.c. Se remarcă faptul că viteza de rotație poate fi variată continuu, dacă se variază continuu tensiunea  $U_A$ .

Reglarea este monozonală inferioară, viteza putând fi variată numai sub valoarea ei nominală, din cauza saturației motorului, sau a solficitării izolației acestuia.

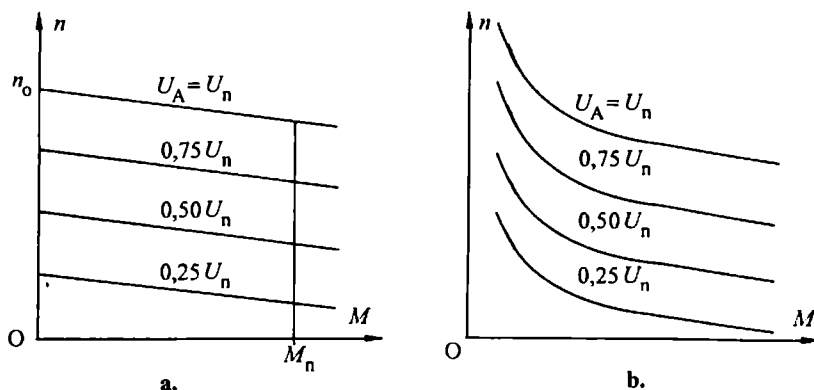


Fig. 4.31. Familia de caracteristici mecanice ale motoarelor de c.c.:  
a - cu excitație derivație; b - cu excitație serie.

Variația tensiunii motorului se poate face folosind un *redresor comandat* sau un *chopper*. Motorul de c.c. este o sarcină activă pentru sursa de tensiune, în sensul că, pe lângă parametrii  $L_A$  și  $R_A$ , acesta mai introduce în circuit și o tensiune electromotoare  $E$  de sens opus tensiunii aplicate  $U_A$  la bornele motorului. Acest fapt conduce la anumite particularități în funcționarea motoarelor de curent continuu alimentate de la redresoare comandate.

Dacă nu se dispune de o rețea de c.a., nu se pot folosi redresoare comandate pentru alimentarea motoarelor de c.c. În această situație, se folosește o rețea de c.c. (troleibuze, tramvaie, metrou) sau o baterie de acumulatori (electrocare, electrostivuitoare) la care reglarea tensiunii continue se face prin folosirea unui contactor static numit chopper. Valoarea medie a tensiunii continue la ieșirea contactorului static este funcție de factorul de acoperire al acestuia.

În unele laboratoare de încercări ale mașinilor electrice de c.c., este încă folosită modificarea tensiunii de alimentare folosind *grupul generator - motor* (grupul Ward - Leonard), care constă în alimentarea unui motor de c.c. cu excitație independentă, cu ajutorul unui generator de c.c. cu tensiune variabilă, obținută pe baza variației curentului de excitație al generatorului. Generatorul de c.c. este antrenat de un motor asincron trifazat.

### b. Reglarea turației prin variația fluxului magnetic de excitație

Este o metodă uzuală de reglare a turației unui motor de c.c și se realizează adesea în combinație cu variația tensiunii de alimentare a motorului. Turația motorului de c.c. este invers proporțională cu fluxul magnetic de excitație  $\Phi$ . Întrucât o creștere a fluxului de excitație peste valoarea lui nominală conduce la saturarea circuitului magnetic al mașinii, se recurge la scăderea fluxului. Din această cauză, metoda reglării turației prin modificarea fluxului de excitație este denumită adesea și *metoda subexcitării* sau *a slăbirii de flux*, fiind vorba deci, de o reglare monozonală superioară, turația putând fi variată numai în sensul creșterii ei peste valoarea nominală.

La motorul cu excitație separată (sau derivație), modificarea curentului de excitație, deci a fluxului de excitație, se face simplu, fără pierderi mari de energie.

Scăderea fluxului are drept urmare reducerea capacității de încărcare a motorului prin reducerea cuplului.

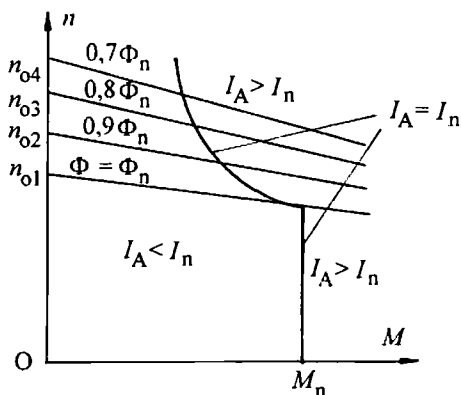


Fig. 4.32. Familia de caracteristici mecanice ale motorului derivație prin slăbirea de flux.

În Fig. 4.32, se prezintă caracteristicile mecanice ale motorului derivație în cazul variației fluxului magnetic de excitație. Trebuie remarcat faptul că, dacă cuplul rămâne constant, atunci, odată cu micșorarea fluxului de excitație, curentul  $I_A$  absorbit de motor crește. Dacă acest curent depășește valoarea nominală, funcționarea în acest regim de depășire nu este permisă din motive de încălzire. În Fig. 4.32, s-a trasat și hiperbola echilateră care corespunde ecuației  $M\Omega = P_n = \text{const.}$  și care delimitează două domenii. Funcționarea motorului în domeniul din dreapta nu este permisă, fiindcă  $I_A > I_n$ .

În cazul motorului de c.c. cu excitație serie, modificarea curentului de excitație se face conectând în paralel cu înfășurarea de excitație un reostat variabil.

### c. Reglarea turației motorului de c.c. prin modificarea rezistenței $R_A$

La un cuplu de sarcină dat, creșterea rezistenței circuitului rotor, prin adăugarea unei rezistențe  $R_r$  în serie, conduce la scăderea turației motorului de c.c. (reglare monozonală inferioară). Introducerea unei rezistențe în serie cu rotorul are ca efect o scădere a randamentului reglării. Gama de reglare este cu atât mai mare (metoda este cu atât mai eficientă), cu cât cuplul de sarcină este mai mare. La sarcini reduse, metoda este ineficientă.

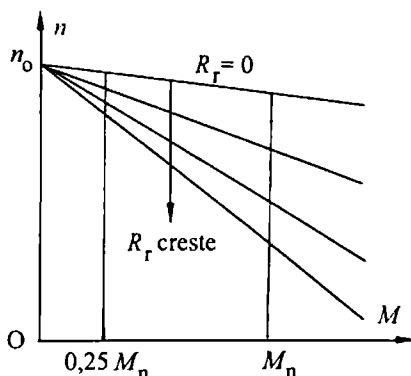


Fig. 4.33. Caracteristicile mecanice ale motorului derivație la variația rezistenței rotorice.

Această concluzie este evidențiată și de caracteristicile mecanice din Fig. 4.33, ridicate pentru un motor derivație, la variația rezistenței rotorice.

### 4.13. PROBLEME CU MAȘINI DE C.C.

#### PROBLEMA 4.1.

Un generator de c.c., cu excitație separată (independentă) are datele:  $E = E_0 = 127\text{ V}$  (se neglijează reacția indusului),  $\Delta U_p = 2\text{ V}$ ,  $R_A = 0,5\Omega$ ,  $P_m = 150\text{ W}$  (pierderi mecanice),  $P_{Fe} = 100\text{ W}$ . Să se determine: **a.** Tensiunea nominală  $U_n$ , dacă curentul nominal este  $I_n = 30\text{ A}$ ; **b.** Rezistența de sarcină  $R$ ; **c.** Puterea primară  $P_1$  absorbită de la motorul primar; **d.** Randamentul nominal  $\eta_n$  al generatorului, considerând că puterea necesară înfășurării de excitație este 3 % din puterea utilă; **e.** Căderea de tensiune  $\Delta U_n$  de la gol la sarcină nominală; **f.** Cuplul  $M_a$  necesar motorului primar pentru a antrena generatorul la turația  $n = 1500\text{ rot/min}$ .

*Soluție:* **a.** Tensiunea nominală se determină, din regimul nominal, cu relația:

$$U_n = E - R_A I_n - \Delta U_p = 127 - 0,5 \cdot 30 - 2 = 110\text{ V}$$

**b.** Rezistența sarcinii generatorului se calculează imediat:

$$R = \frac{U_n}{I_n} = \frac{110}{30} = 3,67\Omega$$

**c.** Puterea primară  $P_1$ , absorbită de la motorul primar, se obține însumând puterea electromagnetică dezvoltată, cu pierderile în rotor  $P_m$  și cu pierderile în fier  $P_{Fe}$ :

$$P_1 = EI_n + P_m + P_{Fe} = 127 \cdot 30 + 150 + 100 = 4060\text{ W}$$

**d.** Randamentul nominal se deduce cu relația:

$$\eta_n = \frac{P_2}{P_1 + P_e} = \frac{U_n I_n}{4060 + 0,03 \cdot U_n I_n} = 0,794$$

în care  $P_e$  este puterea pierdută în înfășurarea de excitație.

**e.** Variația de tensiune de la gol la sarcină nominală va fi:

$$\Delta U_n = E - U_n = 127 - 110 = 17\text{ V}$$

**f.** Cuplul motorului de antrenare  $M_a$  are expresia:

$$M_a = \frac{P_1}{\Omega} = \frac{P_1}{2\pi n} = \frac{4060 \cdot 60}{2\pi \cdot 1500} = 25,8\text{ Nm}$$

#### PROBLEMA 4.2.

Să se dimensioneze reostatul de pornire, să se determine numărul de trepte și valorile rezistențelor pe fiecare treaptă ale unui motor de c.c. derivație având următoarele date nominale:  $P_n = 3\text{ kW}$ ;  $U_n = 110\text{ V}$ ;  $I_n = 33\text{ A}$ ;  $n_n = 1500\text{ rot/min}$ . Cuplul tranzitoriu de pornire trebuie să fie cuprins între 1,2 și  $1,8M_n$ , iar excitația mașinii se menține constantă în perioada pornirii.

*Soluție:* 1) Se determină cuplul nominal  $M_n = P_n / (2\pi n_n) = 19,1 \text{ Nm}$ , randamentul nominal  $\eta_n = P_n / (U_n I_n) = 0,826$ . Rezistența rotorului  $R_A$  se determină din ipoteza ca pierderile din înfășurarea rotorică să reprezinte jumătate din totalul pierderilor din motor, obținându-se:

$$R_A I_n^2 \cong 0,5 \cdot (1 - \eta_n) U_n I_n \Rightarrow R_A \cong \frac{(1 - \eta_n) U_n}{2 I_n} = 0,289 \Omega$$

Rezultă valorile maximă și minimă ale cuplului electromagnetic în perioade de pornire  $M_{\max} = 34,4 \text{ Nm}$  și  $M_{\min} = 22,92 \text{ Nm}$ ;

2) Constanta de flux  $2\pi k\Phi$  se calculează din ecuația de tensiuni a motorului scrisă în punctul nominal de funcționare obținându-se:

$$2\pi k\Phi = \frac{U_A - R_A I_n}{n_n} = \frac{110 - 0,289 \cdot 33}{25} = 4,02 \text{ Vs}$$

3) Se determină expresia analitică  $n = f(M)$ , a caracteristicii mecanice naturale a motorului, dată de relația:

$$n = \frac{U_A}{2\pi k\Phi} - \frac{2\pi R_A}{(2\pi k\Phi)^2} \cdot M = 27,36 - 0,112M = n_o - 0,112M$$

4) Considerând  $U_A = \text{const.}$  și  $\Phi = \text{const.}$ , familia de caracteristici mecanice ale motorului la variația rezistenței înseriate cu indusul are expresia:

$$n = n_o - \frac{2\pi(R_A + R_k^*)}{(2\pi k\Phi)^2} \cdot M = 27,36 - 0,389 \cdot (0,289 + R_k^*)M, \quad (4.26)$$

în care  $R_k^*$  este rezistența adițională totală corespunzătoare caracteristicii ( $k$ ), din Fig. 4.34, de unde se determină grafo-analitic numărul de trepte ale reostatului, rezultând 4 trepte;

5) Se determină, cu relația (4.26), rezistența  $R_4^*$  (rezistența totală a reostatului de pornire) din ecuația dreptei (4) din Fig. 4.34, scrisă în punctul A, în care cuplul  $M_A = M_{\max} = 1,8M_n = 34,4 \text{ Nm}$  și  $n = 0$ . Rezultă  $R_4^* = 1,755 \Omega$ ;

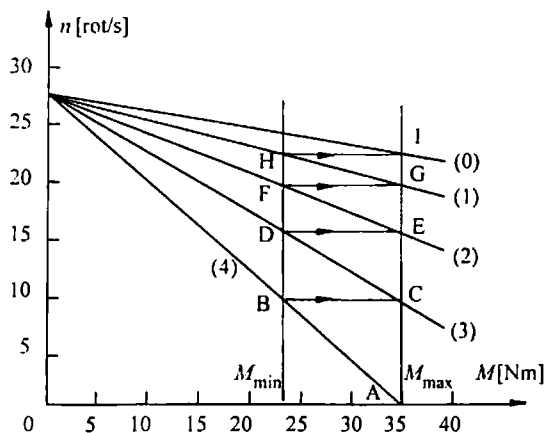


Fig. 4.34. Explicativă la dimensionarea reostatului de pornire.



6) Tot din ecuația dreptei (4) scrisă în punctul B, rezultă turația  $n_B = 27,36 - 0,389 \cdot (0,289 + 1,755) \cdot 22,92 = 9,13 \text{ rot/s}$ ;

7) Scriind că  $n_B = n_C$  (în momentul scurtcircuitării ultimei trepte a reostatului turația rămâne practic aceeași) și aplicând ecuația (4.26) punctului C (34,4 Nm; 9,13 rot/s) rezultă  $R_3^* = 1,073 \Omega$ ; Se determină din aceeași ecuație  $n_D = 15,21 \text{ rot/s}$ ;

8) În același mod, se determină  $R_2^* = 0,637 \Omega$ ,  $n_F = 19,1 \text{ rot/s}$ ,  $R_1^* = 0,328 \Omega$ ;  $n_H = 21,85 \text{ rot/s}$ . Punctul I, obținut la intersecția unei paralele prin H la axa absciselor cu dreapta paralelă cu ordonatele  $M = M_{\max}$ , poate să fie pe caracteristica naturală (0), sub ea sau deasupra ei. Numărul de trepte se determină deci, atunci când punctul I (sau analog lui I în construcția grafo-analitică) se află în imediata vecinătate a caracteristicii naturale (0). În cazul exemplului tratat, punctul de pe caracteristica naturală corespunzător cuplului maxim este (34,4 Nm, 23,49 rot/s) deci punctul I se găsește sub acest punct la 1,66 rot/s. Eroarea este acceptabilă, deci reostatul are 4 trepte;

9) Valorile celor 4 trepte ale rezistențelor reostatului de pornire sunt:  $R_1 = R_1^* = 0,328 \Omega$ ;  $R_2 = R_2^* - R_1^* = 0,309 \Omega$ ;  $R_3 = R_3^* - R_2^* = 0,436 \Omega$  și  $R_4 = R_4^* - R_3^* = 0,682 \Omega$

### PROBLEMA 4.3.

Un tramvai este acționat de un motor de c.c. cu excitație independentă cu datele următoare:  $U_n = 800 \text{ V}$ ;  $n_n = 1350 \text{ rot/min}$ ;  $I_n = 100 \text{ A}$ ;  $R_A = 0,4 \Omega$ . Să se determine: a. Cuplul electromagnetic al motorului; b. Rezistența  $R_F$  necesară frânării dinamice din mersul cu viteza nominală, astfel încât, în primul moment al frânării, cuplul de frânare să fie egal cu cel electromagnetic.

*Soluție:* a. Ecuația de tensiuni a motorului este  $U_n = 2\pi k n_n \Phi + R_A I_n$ , din care deducem constanta  $2\pi k \Phi = (U_n - R_A I_n)/n_n = 33,77 \text{ V}$ . Cuplul electromagnetic al motorului este  $M = k \Phi \cdot I_n = 537,7 \text{ Nm}$ .

b. În momentul când începe frânarea dinamică,  $U_A = 0$  și în acest regim, în primul moment, se poate deduce ecuația de tensiuni a motorului, din care rezultă rezistența de frânare:

$$2\pi k n_n \Phi = (R_A + R_F) I_n \Rightarrow R_F = \frac{2\pi k n_n \Phi}{I_n} - R_A = 7,2 \Omega$$

### PROBLEMA 4.4.

Un motor serie de c.c. cu caracteristică magnetică liniară ( $\Phi = k_\Phi I_A$ ), alimentat la tensiunea  $U_n = 440 \text{ V}$  are  $R_A + R_e = 0,2 \Omega$ ,  $2\pi k k_\Phi = 0,07 \text{ Vs/A}$ ,  $I_n = 200 \text{ A}$ . Să se determine rezistența înseriată cu indusul motorului  $R_F$  pentru ca acesta să coboare uniform o sarcină care imprimă la arbore un cuplu rezistent egal cu jumătate din cuplul său nominal la o turație egală cu jumătate din turația sa nominală.

*Soluție:* Din ecuația de tensiuni, scrisă în regimul nominal, se determină turația nominală  $n_n$ :

$$U_n = 2\pi k k_{\Phi} I_n n_n + (R_A + R_e) I_n \Rightarrow n_n = 28,57 \text{ rot/s}$$

Cuplul electromagnetic  $M$  se calculează cu relația:

$$M_n = k k_{\Phi} \cdot I_n^2 = 446 \text{ Nm}$$

Pentru a deduce rezistența de frânare  $R_F$  se scrie ecuația de tensiuni a motorului, considerând că turația își schimbă sensul, având valoarea  $n_s = 14,285 \text{ rot/s}$  iar cuplul de frânare este  $M_s = 223 \text{ Nm}$ :

$$U_n = -2\pi k k_{\Phi} I_n n_s + (R_A + R_e + R_F) I, \text{ cu } I = \sqrt{\frac{M_s}{k k_{\Phi}}} \Rightarrow R_F = 3,917 \Omega$$

#### PROBLEMA 4.5.

La pornirea unui motor derivație de c.c. se face schema de pornire cu reostat înseriat în circuitul principal, dar se face o confuzie și se conectează înfășurarea de excitație în serie cu înfășurarea indusului. a. Ce se întâmplă la pornire? b. Să se rezolve aceeași problemă pentru un motor serie, la care se conectează din greșală, înfășurarea de excitație în derivație.

*Soluție:* a. Rezistența înfășurării de excitație este foarte mare, față de cea a indusului, deoarece curentul de excitație la mașinile derivație este de câteva procente din curentul nominal. Deci, prin înserierea înfășurării de excitație cu indusul, curentul prin mașină va fi mic ( $I_A = I_e$ ), iar fluxul de excitație va avea valoarea normală. În schimb, cuplul electromagnetic  $M = k\Phi I_A = k\Phi I_e$  va fi foarte mic (câteva procente din cuplul de pornire normal) și motorul nu va putea porni.

b. În cazul pornirii motorului serie, cu înfășurarea de excitație conectată în derivație, rezistența înfășurării de excitație este de același ordin de mărime cu a înfășurării indusului și prin cele două înfășurări vor circula curenți aproximativ egali ( $I_A = I_e$ ). Alimentarea motorului prin reostatul de pornire duce la limitarea curenților prin înfășurarea indusului și prin cea de excitație, motorul are cuplu de pornire și pornește. Pe măsură ce reostatul de pornire se scoate din circuit, curentul prin înfășurarea de excitație va crește foarte mult, și aceasta va fi supusă unui regim termic foarte dur. Fluxul de excitație al motorului se va mări până la valoarea de saturație, deci cuplul electromagnetic se va păstra la o valoare importantă, motorul va continua să se rotească și, după un timp scurt, înfășurarea de excitație se va arde. În această situație, rotorul motorului se va ambala, putându-se deteriora și din punct de vedere mecanic.

#### PROBLEMA 4.6.

Un motor de c.c. derivație are datele nominale  $P_n = 12 \text{ kW}$ ,  $U_n = 220 \text{ V}$ ,  $I_n = 64 \text{ A}$ ,  $R_A = 0,243 \Omega$ ,  $R_e = 115,8 \Omega$ ,  $n_n = 685 \text{ rot/min}$ . Să se determine: a. produsul  $k\Phi_n$  al mașinii; b. cuplul electromagnetic nominal al mașinii la  $\Phi_n$ ; c. turația la mersul în gol ideal  $n_0$  și turația reală  $n_{or}$  la mersul în gol; d. să se calculeze caracteristica mecanică a motorului  $n = f(M)$  pentru tensiunile  $U_n$  și  $U_n/2$ ; e. valoarea rezistenței înseriate cu indusul astfel încât  $n = n_n/2$ , menținând cuplul și fluxul la valori nominale.

*Soluție:* a. Din ecuația de tensiuni a motorului deducem:

$$I_{An} = I_n - \frac{U_n}{R_e} = 62,1 \text{ A}; \Rightarrow k\Phi_n = \frac{U_n - R_A I_{An}}{2\pi n_n} = K = 2,85 \text{ Vs}$$

b. Cuplul electromagnetic nominal se deduce cu relația:

$$M_n = k\Phi_n I_{An} = 2,85 \cdot 62,1 = 178 \text{ Nm}$$

c. Turația de mers în gol ideal se deduce din relația:  $n_0 = U_n / (2\pi K) = 220 / 17,95 = 12,26 \text{ rot/s} = 735 \text{ rot/min}$ . Cuplul nominal la ax este:  $M'_n = P_n / (2\pi n_n) = 167 \text{ Nm}$ ; Cuplul motorului corespunzător pierderilor este:  $M'_p = M_n - M'_n = 178 - 167 = 11 \text{ Nm}$ . Turația reală de mers în gol se deduce din relația (4.26) în care se înlocuiește  $M$  cu  $M'_p$  și se consideră  $R_k^* = 0$ :

$$n_{or} = 220 / 17,95 - (2\pi \cdot 0,243 \cdot 11) / 17,95^2 = 12,2 \text{ rot/s} = 732 \text{ rot/min.}$$

d. Presupunem caracteristicile mecanice drepte cu pantă negativă; pentru  $U_n$  ecuația acestei drepte având expresia:

$$n = n_0 - \frac{2\pi R_A}{(2\pi k\Phi)^2} \cdot M = 12,26 - 0,00474 M, \text{ [rot/s]}$$

iar pentru  $U_n/2$  expresia caracteristicii mecanice a motorului va fi:

$$n = n_0/2 - 0,00474 M = 6,13 - 0,00474 M \text{ [rot/s];}$$

e. Pentru determinarea rezistenței înseriate cu indusul astfel încât turația să scadă la jumătate, se folosește relația:

$$\frac{n_n}{2} = n_0 - \frac{2\pi(R_A + R_r)M_n}{(2\pi k\Phi)^2}, \Rightarrow R_r = 1,632 \Omega.$$

#### PROBLEMA 4.7.

Un motor serie de c.c. are datele:  $U_n = 220 \text{ V}$ ,  $I_n = 104 \text{ A}$ ,  $R_A + R_e = 0,157 \Omega$ . Se înseriază cu rotorul rezistența  $R = 0,35 \Omega$ . Să se determine raportul dintre turația pentru  $U_n$  și turația pentru  $U_n/2$ , curentul  $I_n$ , fluxul  $\Phi$  și rezistența  $R$  rămânând neschimbate în cele două situații.

*Soluție:* Relația turației motorului în cele două situații se scrie:

$$n_n = \frac{U_n - I_n(R_A + R_e + R)}{2\pi k\Phi_n} \text{ și } n' = \frac{0,5 \cdot U_n - I_n(R_A + R_e + R)}{2\pi k\Phi_n}$$

Făcând raportul celor două turații se găsește expresia:

$$\frac{n_n}{n'} = \frac{U_n - I_n(R_A + R_e + R)}{0,5U_n - I_n(R_A + R_e + R)} = 2,9; \text{ Se constată că: } \frac{n_n}{n'} \neq \frac{U_n}{U'}$$

#### PROBLEMA 4.8.

O mașină de c.c. cu excitație independentă este caracterizată de tensiunea  $U_n = 220 \text{ V}$ , curentul  $I_n = 50 \text{ A}$ , turația  $n_n = 1200 \text{ rot/min}$ ,  $\Delta U_p = 2 \text{ V}$ ,  $P_{Fe} + P_m = 900 \text{ W}$ .

Să se determine: **a.** Suma pierderilor  $\Sigma P$  din mașină; **b.** Puterea cedată  $P_{2g}$ , primită  $P_{1g}$  și randamentul  $\eta_g$ , dacă mașina ar funcționa în regim de generator; **c.** Puterea cedată  $P_{2m}$ , primită  $P_{1m}$  și randamentul  $\eta_m$ , dacă mașina ar funcționa în regim de motor; **d.** De ce apar deosebiri între  $P_{2g}$  și  $P_{2m}$ .

**Soluție:** **a.** Suma pierderilor din mașină este dată de relația:

$$\Sigma P = R_A I_A^2 + \Delta U_p I_A + P_{Fe} + P_m = 0,4 \cdot 50^2 + 2 \cdot 50 + 900 = 2000 \text{ W}$$

**b.** În regim de generator, puterea cedată este:  $P_{2g} = U_n I_n = 220 \cdot 50 = 11 \text{ kW}$ , puterea primită este  $P_{1g} = P_{2g} + \Sigma P = 11 + 2 = 13 \text{ kW}$ , iar randamentul este are valoarea  $\eta_g = P_{2g}/P_{1g} = 13/11 = 0,845$ .

**c.** În regim de motor, puterea primită are valoarea  $P_{1g} = U_n I_n = 220 \cdot 50 = 11 \text{ kW}$ , puterea cedată este  $P_{2g} = P_{1g} - \Sigma P = 11 - 2 = 9 \text{ kW}$ , iar randamentul este are valoarea  $\eta_m = P_{2m}/P_{1m} = 9/11 = 0,818$ .

**d.** Deși datele nominale ale mașinii sunt aceleași, puterea absorbită a acesteia este cu 2 kW mai mică în regim de motor, decât în regim de generator. Acest lucru conduce la randamente diferite ale mașinii în cele două regimuri de funcționare, deși pierderile de putere sunt același. În regim de generator, aceeași mașină asigură conversia electromecanică a unei puteri mai mari decât în regim de motor. Suplimentul de putere este egal chiar cu  $\Sigma P$ .

#### PROBLEMA 4.9.

Un motor derivație are datele:  $U_A = 440 \text{ V}$ ,  $I_n = 50 \text{ A}$ ,  $R_A = 0,6 \Omega$ ,  $\Delta U_p = 3 \text{ V}$ ,  $n_n = 800 \text{ rot/min}$ ,  $R_e = 176 \Omega$ . Să se determine: **a.** Tensiunea contraelectromotoare  $E$  indusă în regimul nominal; **b.** Cuplul electromagnetic al motorului; **c.** Randamentul motorului dacă  $P_m = 500 \text{ W}$  și  $P_{Fe} = 600 \text{ W}$ ; **d.** Cuplul util  $M_r$  transmis sarcinii.

**Soluție:** **a.** T.c.e.m.  $E$  se deduce din ecuația de tensiuni  $E = U_n - R_A I_{An} - \Delta U_p$ , în care  $I_{An} = I_n - I_e = I_n - U_n/R_e = 50 - 440/176 = 47,5 \text{ A}$ , rezultă  $E = 408,5 \text{ V}$ .

**b.** Cuplul electromagnetic se află scriind puterea electromagnetică în două moduri:

$$P = E I_{An} = M \Omega \Rightarrow M = \frac{E I_{An}}{2\pi n} = \frac{408,5 \cdot 47,5 \cdot 60}{2\pi \cdot 800} = 231,7 \text{ Nm}$$

**c.** Randamentul nominal se deduce după calculul sumei pierderilor în motor și a mărimii  $P_1$ :

$$\Sigma P = R_A I_A^2 + R_e I_e^2 + P_m + \Delta U_p I_A + P_{Fe} = 3696 \text{ W}; P_1 = U_A I_n = 22.000 \text{ W}$$

în care  $P_1$  este puterea absorbită de motor de la rețea. Randamentul se determină astfel:

$$\eta = \frac{P_1 - \Sigma P}{P_1} = \frac{22.000 - 3696}{22.000} = 0,832$$

**d.** Cuplul electromagnetic transmis de către motor sarcinii este dat de relația:

$$M_r = \frac{P_1 - \Sigma P}{\Omega} = \frac{(22.000 - 3696) \cdot 60}{2\pi \cdot 800} = 218,6 \text{ Nm}$$

**PROBLEMA 4.10.**

Un motor derivație de c.c. are datele nominale:  $P_n = 20 \text{ kW}$ ,  $U_n = 220 \text{ V}$ ,  $\eta_n = 0,85$ ;  $R_A = 0,15 \Omega$ ,  $R_e = 44 \Omega$ . Să se determine: **a.** Curentul nominal  $I_n$  al motorului; **b.** Rezistența reostatului de pornire pentru regimul în care  $I_p = 1,2I_n$ .

*Soluție:* **a.** Curentul nominal al motorului se deduce cu relația:

$$I_n = \frac{P_n}{U_n \eta_n} = \frac{20.000}{220 \cdot 0,85} = 107 \text{ A}$$

**b.** În momentul pornirii  $n = 0$ , deci  $E = 0$  și din schema echivalentă se deduce:

$$I_p = \frac{U_n}{R_p + \frac{R_A R_e}{R_A + R_e}} \cong \frac{U_n}{R_p + R_A}$$

Rezistența reostatului de pornire este:  $R_p = \frac{U_n}{I_p} - R_A = \frac{220}{1,2 \cdot 107} - 0,15 = 1,563 \Omega$

**PROBLEMA 4.11.**

Un motor serie de c.c. are datele:  $P_n = 60 \text{ kW}$ ,  $U_n = 440 \text{ V}$ ,  $R_e = 0,4 \Omega$ ,  $R_A = 0,1 \Omega$ ,  $\eta_n = 0,85$ ,  $n_n = 1500 \text{ rot/min} = 25 \text{ rot/sec}$ . Să se determine: **a.** Rezistența reostatului de pornire astfel încât motorul să aibă  $M_{\text{pornire}} = 1,6 M_n$ , motorul fiind considerat liniar; **b.** Constanta  $kk_\Phi$  a motorului dacă se neglijează pierderile mecanice și în fier; **c.** Turația motorului la un curent egal cu  $0,4I_n$ .

*Soluție:* **a.** Avem relația cuplului electromagnetic:

$$M = kk_\Phi \cdot I_e I_A = kk_\Phi \cdot I_A^2$$

Scriind relația de mai sus în cele două regimuri și făcând raportul avem:

$$\frac{M_p}{M_n} = \left( \frac{I_p}{I_n} \right)^2 \text{ sau } I_p = I_n \sqrt{1,6}$$

Se determină întâi curentul nominal  $I_n = P_n / (\eta_n U_n) = 60.000 / (0,85 \cdot 440) = 160 \text{ A}$ , apoi curentul de pornire  $I_p = 160 \cdot \sqrt{1,6} = 203 \text{ A}$ . În regimul de pornire  $E = 0$ , deci putem scrie ecuația  $U_n = I_p(R_A + R_e + R_p)$  din care deducem expresia rezistenței reostatului de pornire necesar:

$$R_p = \frac{U_n}{I_p} - R_A - R_e = \frac{440}{203} - 0,4 - 0,1 = 1,66 \Omega$$

**b.** Scriem expresia cuplului nominal în două moduri, primul cu expresia puterii nominale și al doilea cu relația cuplului de mai sus, după care se deduce produsul  $kk_\Phi$ :

$$\frac{P_n}{2\pi n_n} = kk_\Phi \cdot I_n^2 \Rightarrow kk_\Phi = \frac{P_n}{2\pi \cdot I_n^2 n_n} = \frac{60.000 \cdot 60}{2\pi \cdot 160^2 \cdot 1500} = 0,015 \frac{\text{Nm}}{\text{A}^2}$$

**c.** Aplicăm ecuația de tensiuni a motorului în regimul  $I = 0,4 I_n$  și găsim relația:  $U_n = kk_\Phi n (0,4I_n) + (R_A + R_e) \cdot 0,4I_n$ , din care se deduce noua valoare a turației motorului  $n = 68 \text{ rot/sec} = 4082 \text{ rot/min}$ .

## ANEXE

### A.1. TRANSFORMATOARE TRIFAZATE ÎN REGIMURI NESIMETRICE

#### A.1.1. GENERALITĂȚI

Funcționarea transformatoarelor trifazate în regimuri nesimetrice conduce la înrăutățirea performanțelor acestora: creșterea pierderilor în fier și în înfășurări, supratemperaturi locale, deformarea undelor tensiunilor de linie și de fază, micșorarea cuplului mașinilor electrice de c.a.

Regimurile de funcționare ale transformatoarelor electrice funcționând în sarcină nesimetrică se împart în două categorii: *regimuri nesimetrice echilibrate* și *regimuri nesimetrice dezechilibrate*. Regimurile nesimetrice echilibrate sunt acelea la care nu apar componente homopolare de curenți sau tensiuni. Aceste regimuri sunt specifice schemelor de conexiuni  $Yy$ ,  $Yd$ ,  $Dy$  și  $Dd$ . Regimurile nesimetrice dezechilibrate sunt caracterizate de existența componentelor homopolare de tensiune și curent și sunt specifice schemelor de conexiuni  $Yy_0$ ,  $Y_0y_0$ ,  $Dy_0$ ,  $Ydy_0$  (cu înfășurare suplimentară terțiară conectată în triunghi),  $Yz_0$  și  $Dz_0$ . În toate aceste ultime cazuri, indicele zero semnifică existența punctului netru al stelei sau zig-zagului și existența unui curent nenul pe firul neutru. Regimurile nesimetrice ale transformatoarelor electrice se vor studia în ipoteza neglijării curentului de mers în gol.

#### A.1.2. REGIMUL NESIMETRIC ECHILIBRAT

Acest regim fiind caracterizat de lipsa componentelor homopolare, curenții din secundar se reflectă în primar, astfel încât solenațiile primară și secundară de pe aceeași fază sunt echilibrate. Se vor nota curenții de linie de înaltă tensiune cu  $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ , curenții de linie de joasă tensiune cu  $\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c$ , tensiunile de linie de înaltă tensiune cu  $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$  și tensiunile de linie de joasă tensiune cu  $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$ . În cazul în care curenții de fază au aceleași valori cu curenții de linie, cum este cazul conexiunii stea, notarea curenților de fază rămâne aceeași cu curenții de linie. La fel se întâmplă și în cazul conexiunii triunghi când tensiunile de linie și de fază se notează identic. Curenții de fază, în cazul conexiunii triunghi, se notează cu doi indici ( $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$ , respectiv  $\underline{I}_{AB}, \underline{I}_{BC}, \underline{I}_{CA}$ ), iar tensiunile de fază în cazul conexiunii stea se notează cu un indice ( $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$ , respectiv  $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ ). Mărimile secundare (tensiuni sau curenți) se consideră raportate la primar și se notează cu indicele superior "prim". Se consideră transformatorul coborător de tensiune (înfășurarea de joasă tensiune este înfășurarea secundară).

În cazul conexiunii stea în primar sau în secundar, se pot scrie relațiile:

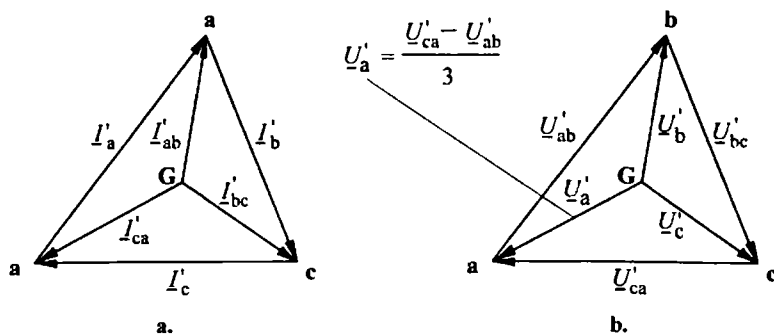
$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0; \quad \underline{I}'_a + \underline{I}'_b + \underline{I}'_c = 0 \quad (\text{A.1.1})$$

Dacă înfășurarea primară sau secundară este conectată în triunghi, avem relațiile:

$$\begin{aligned} \underline{I}_A &= \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC} \\ \underline{I}'_a &= \underline{I}'_{ab} - \underline{I}'_{ca}, \quad \underline{I}'_b = \underline{I}'_{bc} - \underline{I}'_{ab}, \quad \underline{I}'_c = \underline{I}'_{ca} - \underline{I}'_{bc} \end{aligned} \quad (\text{A.1.2})$$

În cazul regimului nesimetric echilibrat, componentele homopolare fiind nule, orice sistem nesimetric trifazat (de tensiuni sau curenți, din primar sau din secundar) este format numai din două componente: directe și inverse. Prin urmare, suma mărimilor fazoriale de linie sau de fază ale tensiunilor sau curenților este nulă. Acest lucru conduce la constatarea că, dacă se formează un triunghi cu laturile egale și orientate ca și fazorii mărimilor de linie (tensiuni, la conexiunea stea, respectiv curenți la conexiunea triunghi), atunci fazorii mărimilor de fază au originea chiar în centrul de greutate al triunghiului și vârfurile în vârfurile triunghiului.

În Fig. A.1.1.a se prezintă diagrama de fazori în sarcină nesimetrică echilibrată a curenților de linie și de fază, în cazul conexiunii triunghi, iar în Fig. A.1.1.b o diagramă analogă, pentru tensiuni în cazul conexiunii stea.



**Fig. A.1.1.** Asupra diagramelor de fazori la sisteme nesimetrice echilibrate:  
a – diagrama curenților la conexiunea triunghi; b – diagrama tensiunilor la conexiunea stea.

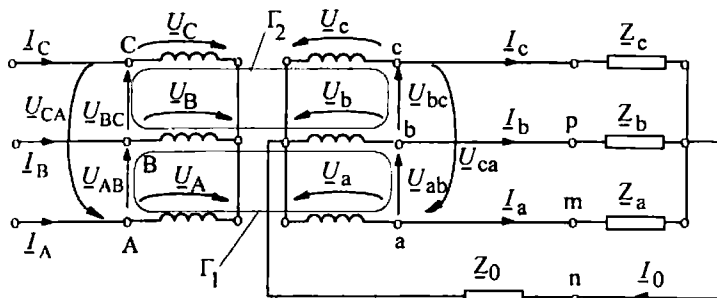
Lipsa componentelor homopolare din sistemele de tensiuni și curenți situează transformatorul în condiții analoge cu regimul simetric de funcționare, adică procesele electromagnetice pe cele trei faze sunt independente [48].

### A.1.3. REGIMUL NESIMETRIC DEZECHILIBRAT

În cazul regimului nesimetric dezechilibrat, componentele homopolare nu mai sunt nule, iar solenațiile pe coloană sunt dezechilibrate. Existența componentelor homopolare de curenți și tensiuni, în primarul sau secundarul transformatorului, este funcție de felul conexiunilor. La fiecare conexiune în parte trebuie să se analizeze prezența componentelor homopolare. Ne vom referi în continuare doar la conexiunea  $Yy_0$ , la care vom analiza câteva situații de sarcini nesimetrice.

#### Sarcină nesimetrică în cazul grupei de conexiuni $Yy_0$

Se consideră un transformator cu grupa de conexiuni  $Yy_0$  a cărei schemă este prezentată în Fig. A.1.2. Impedanța pe firul neutru se notează cu  $Z_0$ .



**Fig. A.1.2.** Transformator trifazat cu conexiunea  $Yy_0$ , în sarcină nesimetrică.

În circuitul secundar sistemul de curenți are componentă homopolară datorită existenței firului neutru. Fie această componentă notată cu  $I'_h$ . Cu sensurile curenților din Fig. A.1.2, avem:

$$I_A + I_B + I_C = 0; \quad I'_a + I'_b + I'_c = I'_0 = 3I'_h \quad (\text{A.1.3})$$

Aplicând legea circuitului magnetic pe contururile  $\Gamma_1$  și  $\Gamma_2$  din Fig. A.1.2, putem scrie:

$$I_A + I'_a - I'_b - I_B = 0; \quad I_B + I'_b - I'_c - I_C = 0 \quad (\text{A.1.4})$$

Din ecuațiile (A.1.3) și (A.1.4) se deduc curenții de fază primari:

$$I_A = -I'_a + \frac{I'_0}{3} = -I'_a + I'_h; \quad I_B = -I'_b + \frac{I'_0}{3} = -I'_b + I'_h; \quad I_C = -I'_c + \frac{I'_0}{3} = -I'_c + I'_h \quad (\text{A.1.5})$$

Curenții de fază primari (egali și cu curenții de linie) nu conțin componentă homopolară, deoarece neexistând fir neutru, aceasta nu are pe unde se închide. Diagrama de fazori a tensiunilor primare este analoagă cu aceea desenată în Fig. A.1.1.a.

Curenții homopolari secundari produc în miezul feromagnetic al transformatorului componente homopolare de flux magnetic, sinfazice în toate cele trei coloane ale miezului, care se închid pe un traseu cuprinzând porțiuni de aer și de elemente constructive ale transformatorului (schelă metalică, cuvă etc.). Aceste fluxuri homopolare induc în înfășurări tensiuni homopolare.

În înfășurarea primară, de exemplu, aceste tensiuni sunt sinfazice pe cele trei faze și tind să modifice potențialele bornelor A, B, C. Considerând, că transformatorul este cuplat la o rețea de putere mult mai mare decât puterea sa nominală, potențialele bornelor primare nu vor putea fi modificate. În acest caz, se va produce deplasarea punctului neutru al triunghiului echilateral construit pe fazorii tensiunilor de linie ai rețelei de alimentare, din centrul de greutate G, într-un punct O, cum se arată în Fig. A.1.3. Această deplasare este dată de fazorul  $\underline{E}_{Ah} = \underline{Z}_h I'_{ah}$ , în care  $\underline{Z}_h$  este impedanța homopolară a transformatorului. În acest caz, se produce o nesimetrie a tensiunilor de fază primare cu consecințe negative asupra consumatorilor din secundar.

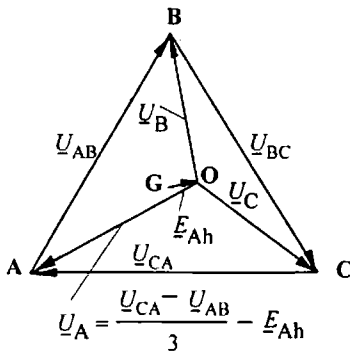


Fig. A.1.3. Cu privire la deplasarea punctului neutru.

cazul grupului transformatoric cu conexiunea  $Yd_{y0}$ .

La transformatorul trifazat cu flux forțat (obișnuit) impedanța homopolară este mare și deplasarea punctului neutru este mică. La grupul transformatoric cu grupa de conexiuni  $Yy_0$ , care funcționează în sarcină nesimetrică dezechilibrată, se prevede întotdeauna o înfășurare conectată în triunghi (conexiunea devine  $Ydy_0$ ) care să compenseze, prin reacție, acțiunea sistemului de succesiune homopolară. Astfel, curenții homopolari secundari se reflectă în înfășurarea conectată în triunghi și aceștia, la rândul lor, prin reacție, reduc în final fluxurile homopolare din miez.

Solențiile primară și secundară pentru înfășurările principale Y și y devin echilibrate, în

Se consideră acum două cazuri de sarcină nesimetrică netă, în cazul grupei de conexiuni  $Yy_0$  și anume: sarcină cuplată între o fază secundară și nul și sarcină cuplată între două faze.

#### Sarcină cuplată între o fază secundară și nul

Schema electrică în cazul unei sarcini nesimetrice de impedanță  $\underline{Z}_0$  cuplate între faza "a" secundară, de exemplu, și nul (Fig. A.1.2) se obține considerând în Fig. A.1.2 legătura electrică efectuată între punctele m și n și punând  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \infty$ . În acest caz avem:  $I'_a = I'_0$ ;  $I'_b = I'_c = 0$ . Conform ecuațiilor (A.1.5) curenții primari au expresiile:

$$I_A = -\frac{2I'_0}{3}; \quad I_B = \frac{I'_0}{3}; \quad I_C = \frac{I'_0}{3} \quad (\text{A.1.6})$$



Se constată că în cazul grupe de conexiuni  $Yy_0$ , sarcina cuplată în secundar între o fază și nul se reflectă în circuitul primar prin existența curenților pe toate cele trei faze. Acest lucru este pozitiv deoarece nesimetria puternică din secundar se reflectă în primar printr-o nesimetrie mai puțin pronunțată.

#### Sarcină cuplată între două faze secundare

Schema electrică, în cazul unei sarcini nesimetrice cuplate între faza "a" secundară și faza "b", se obține considerând în Fig. A.1.2, o sarcină  $\underline{Z}_s$ , cuplată între punctele m și p și punând  $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_0 = \infty$ . În acest caz, avem:  $\underline{I}'_c = 0$ ;  $\underline{I}'_a = -\underline{I}'_b \Rightarrow \underline{I}'_0 = 0$ . Conform ecuațiilor (A.1.5), curenții primari au expresiile:

$$\underline{I}_A = -\underline{I}'_a; \quad \underline{I}_B = \underline{I}'_a; \quad \underline{I}_C = 0 \quad (\text{A.1.7})$$

În acest caz, sarcina conectată între două faze secundare se reflectă în primar, de asemenea, ca o sarcină conectată între două faze. Gradul de nesimetrie al circuitului primar este același cu gradul de nesimetrie al circuitului secundar.

## A.2. FENOMENE TRANZITORII ÎN TRANSFORMATORE

Fenomenele tranzitorii care au loc în transformatoarele electrice apar la trecerea de la un regim staționar la alt regim staționar.

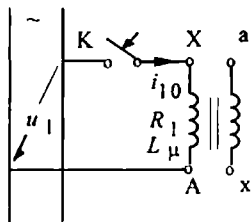


Fig. A.2.1 Conectarea în gol a unui transformator.

### A.2.1. CONECTAREA TRANSFORMATORULUI LA REȚEA

Presupunem un transformator monofazăz ce se conectează în gol la rețea (Fig. A.2.1). Fie  $u_1$  tensiunea aplicată înfășurării primare a transformatorului, având expresia:  $u_1(t) = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma)$ . Vom determina șocul maxim de curent care parcurge înfășurarea primară după conectarea la rețea. Aplicând legea inducției electromagnetice de-a lungul înfășurării primare, găsim:

$$u_1(t) = R_1 i_{10} + w_1 \frac{d\varphi}{dt}, \quad w_1 \varphi = L_\mu i_{10} \Rightarrow w_1 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{w_1 R_1}{L_\mu} \cdot \varphi = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma) \quad (\text{A.2.1})$$

În ecuația de mai sus s-a considerat transformatorul liniar având inductivitatea de magnetizare  $L_\mu$ , constantă. Condiția inițială, pentru rezolvarea ecuației este  $\varphi(0) = \Phi_{rem}$ , în care  $\Phi_{rem}$  reprezintă fluxul magnetic remanent din miezul transformatorului. Ecuația (A.2.1) este liniară de ordinul întâi cu soluția:

$$\varphi(t) = \Phi_m [e^{-t/\tau} \cdot \cos \gamma - \cos(\omega t + \gamma)] + \Phi_{rem} \cdot e^{-t/\tau}, \quad \text{unde } \tau = L_\mu / R_1 \quad (\text{A.2.2})$$

în care  $\tau$  este constanta de timp a transformatorului la funcționarea în gol, iar  $\Phi_m$  este amplitudinea fluxului magnetic din miezul magnetic. La rezolvarea ecuației (A.2.1), soluția de regim permanent ( $t \rightarrow \infty$ ) s-a obținut în cazul în care  $R_1 = 0$ .

Cazul cel mai defavorabil se obține când fluxul  $\varphi$  are valoarea maximă posibilă. Acest caz se produce când  $\gamma = 0$  și  $\omega t + \gamma = \pi$ , adică la momentul  $t = \pi/\omega$  după conectare. Se obține următoarea valoare maximă posibilă a fluxului magnetic din miez:

$$\Phi_{max} \cong 2\Phi_m + \Phi_{rem} \cong (2,1 \dots 2,2)\Phi_m$$

Curentul maxim posibil  $(i_{10})_{max}$  la conectarea în gol a transformatorului, se obține printr-o metodă grafică, folosind caracteristica  $\varphi = f(i_{10})$ , așa cum se arată în Fig. A.2.2.

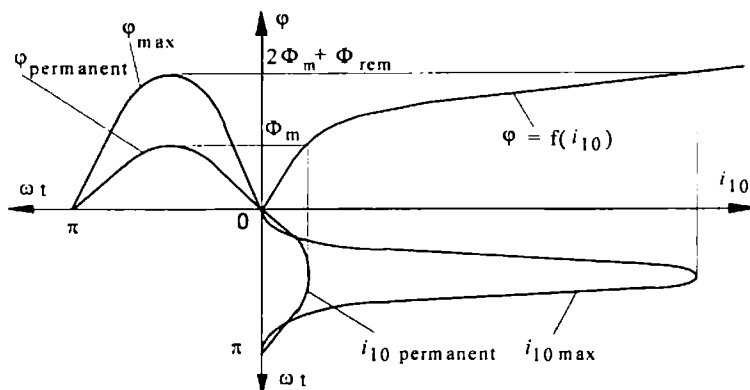


Fig. A.2.2. Determinarea grafică a șocului maxim de curent la conectare.

Curentul maxim posibil se obține după o semiperioadă de la producerea conectării, dacă aceasta se face în momentul trecerii prin zero a tensiunii instantanee de alimentare a transformatorului ( $\gamma = 0$ ). La conectarea transformatorului trifazat la rețea există întotdeauna o fază la bornele căreia tensiunea este apropiată de zero (sau chiar zero), în momentul conectării. Pe faza aceea, șocul de curent de conectare este maxim, pe restul de faze curentul având valori mai mici.

## A.2.2. REGIMUL DE SCURTCIRCUIT AL TRANSFORMATORULUI

Vom presupune că bornele secundare ale transformatorului se scurtcircuitează și vom determina curenții maximi de scurtcircuit și forțele electrodinamice care soliciță înfășurările transformatorului la scurtcircuit.

### a. Curentul maxim de scurtcircuit la tensiune nominală

Pentru determinarea valorii maxime a curentului de scurtcircuit se integrează ecuația de tensiuni a transformatorului la scurtcircuit, dedusă din schema echivalentă simplificată, ecuație care are forma:

$$R_k i_{1k} + L_k \frac{di_{1k}}{dt} = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \gamma)$$

Condiția inițială necesară rezolvării ecuației de mai sus este  $i_{1k}(0) = 0$ , deoarece curentul de regim permanent este neglijabil în raport cu curentul de scurtcircuit. Considerând ipoteza că inductivitatea globală  $L_k$  a transformatorului este constantă, se determină soluția analitică a ecuației diferențiale de ordinul întâi, din regimul de scurtcircuit, de forma următoare:

$$i_{1k}(t) = I_{1k} \sqrt{2} [\sin(\omega t + \gamma - \varphi_k) - \sin(\gamma - \varphi_k) \cdot e^{-t/\tau}], \text{ unde } \tau = L_k / R_k \quad (\text{A.2.3})$$

în care  $\tau$  reprezintă constanta de timp a transformatorului la scurtcircuit. Valoarea efectivă a curentului de scurtcircuit de regim permanent  $I_{1k}$  și defazajul  $\varphi_k$ , au expresiile:

$$I_{1k} = \frac{U_1}{\sqrt{R_k^2 + (\omega L_k)^2}} = \frac{100}{u_k [\%]} \cdot I_{1n}, \quad \varphi_k = \arctg \frac{\omega L_k}{R_k} \quad (\text{A.2.4})$$

Situația cea mai defavorabilă are loc când  $(\gamma - \varphi_k) = -\pi/2$  și  $(\omega t + \gamma - \varphi_k) = \pi/2$ , care se produce după timpul  $t = \pi/\omega$  (după o semiperioadă), de la apariția scurtcircuitului.

Curentul maxim posibil de scurtcircuit se obține din ecuația (A.2.3) în condițiile de mai sus și are expresia următoare:

$$(i_{1k})_{\max} = I_{1k} \sqrt{2} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\pi}{\omega \tau}} \right) = I_{1k} \sqrt{2} \cdot \left( 1 + e^{-\frac{\pi u_{ka}}{u_{kr}}} \right) = I_{1k} \sqrt{2} \cdot k_i \quad (\text{A.2.5})$$

în care  $k_i$  se numește factor de regim tranzitoriu și are valori uzuale în gama (1,2 ... 1,8). Așadar, în regim tranzitoriu de scurtcircuit, valoarea instantanee maximă a curentului este:

$$(i_{1k})_{\max} = k_i I_{1k} \sqrt{2} = (1,2 \dots 1,8) \cdot \frac{100 \cdot I_{1n}}{u_k [\%]} \cdot \sqrt{2} \quad (\text{A.2.6})$$

în care  $I_{1n}$  este curentul nominal al transformatorului (valoare efectivă) și  $u_k [\%]$  este tensiunea nominală de scurtcircuit exprimată în procente. Forțele electrodinamice de scurtcircuit care acționează asupra înfășurărilor transformatorului se calculează la curentul  $(i_{1k})_{\max}$ .

### b. Forțe electrodinamice de scurtcircuit

Vom considera cazul înfășurărilor cilindrice concentrice de înălțimi egale distribuite uniform. Forțele globale, radiale și axiale care acționează asupra înfășurărilor se calculează, pornind de la energia magnetică totală  $W_m$ , localizată în câmpul magnetic de dispersie:

$$W_m = \frac{1}{2} (L_{\sigma 1} i_1^2 + L_{\sigma 2} i_2^2) = \frac{1}{2} \left( L_{\sigma 1} + \frac{w_1^2}{w_2^2} L_{\sigma 2} \right) i_1^2 = \frac{L_{\sigma k} i_1^2}{2} = \frac{\mu_0 \pi D_m}{2 H_B} k_R w_1^2 \left( \frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12} \right) i_1^2$$

Ultima parte a relației de mai sus se bazează pe rezultatul demonstrat în aplicația 2.5. din [30].

Forța radială globală  $F_r$  se determină prin derivarea energiei magnetice în raport cu coordonata generalizată  $a_{12}$ , mărime care s-ar modifica sub acțiunea forțelor radiale. Așadar,

$$F_r = \left. \frac{\partial W_m}{\partial a_{12}} \right|_{i_1 = \text{const.}} = \frac{1}{2} \mu_0 \frac{\pi D_m}{H_B} k_R (w_1 i_1)^2 \quad (\text{A.2.7})$$

Această forță acționează asupra ambelor înfășurări, tinzând să mărească coordonata generalizată  $a_{12}$ , adică tinzând să micșoreze diametrul înfășurării interioare și să mărească diametrul înfășurării exterioare (Fig. A.2.3.a). Forța  $F_r$  acționează de jur împrejur pe toată periferia și pe toată înălțimea înfășurărilor, uniform repartizată pe periferia acestora. Ea supune la întindere înfășurarea exterioară și la compresiune pe cea interioară.

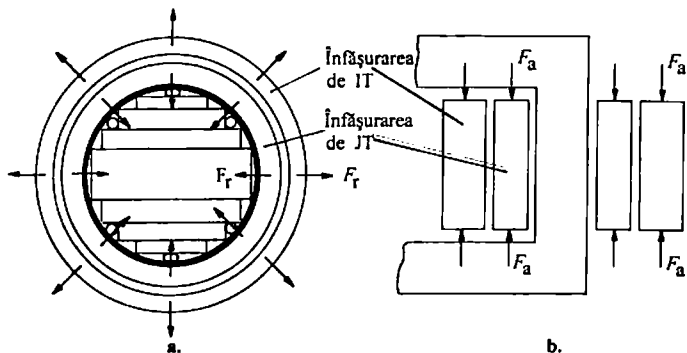


Fig. A.2.3. Sensurile forțelor de scurtcircuit: a - forțele radiale; b - forțele axiale.

Forța axială totală care acționează asupra înfășurărilor se poate calcula prin derivarea energiei magnetice în raport cu înălțimea înfășurărilor, mărime care ar tinde să se modifice sub acțiunea forțelor axiale. Putem scrie:

$$F_a^* = \left. \frac{\partial W_m}{\partial H_B} \right|_{i_1 = \text{const.}} = -\frac{1}{2} \mu_0 \frac{\pi D_m}{H_B^2} k_R \left( \frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12} \right) (w_1 i_1)^2 \quad (\text{A.2.8})$$

Forța  $F_a^*$ , calculată cu relația (A.2.8), reprezintă forța totală pentru ambele înfășurări, iar pentru o singură înfășurare forța axială va fi:

$$F_a = \frac{F_a^*}{2} = -\frac{1}{4} \mu_0 \frac{\pi D_m}{H_B^2} k_R \left( \frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12} \right) (w_1 i_1)^2 \Rightarrow \left| \frac{F_a}{F_r} \right| = \frac{\frac{a_1 + a_2}{3} + a_{12}}{2 H_B} \quad (\text{A.2.9})$$

Semnul minus din fața expresiei (A.2.8) arată că forța axială tinde să micșoreze coordonata generalizată  $H_B$ , adică solicită înfășurările la eforturi de compresiune (Fig. A.2.3.b).

### A.2.3. SUPRATENSIUNI ÎN TRANSFORMATORE

Pe linia de transport a energiei electrice la care este conectat transformatorul, pot apărea supratensiuni datorate proceselor de comutație, deranjamentelor, sau fenomenelor de origine atmosferică (descărcări electrice în apropierea liniei). În toate aceste cazuri, unda de supratensiune se deplasează pe linia de transport cu viteza luminii și pătrunde în transformator.

Supratensiunile provocate de procesele de comutație depășesc de 2 ... 4 ori tensiunea nominală de fază a liniei, cele datorate deranjamentelor de 7 ... 8 ori și cele de origine atmosferică de 8...12 ori.

Schema echivalentă a transformatorului la apariția supratensiunii conține numai capacități, deoarece frecvența proceselor este foarte mare (mii de kHz). În Fig. A.2.4 se prezintă schema echivalentă la supratensiuni a unei înfășurări cilindrice într-un strat. Cu  $C$  s-a notat capacitatea unei spire față de masă (transversală) și cu  $K$  capacitatea dintre două spire (longitudinală). Înfășurarea este echivalentă cu o capacitate globală  $C_t$ .

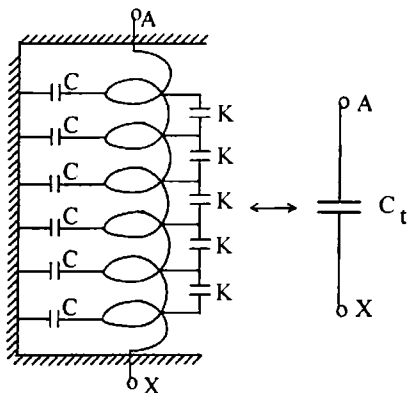


Fig. A.2.4. Schema echivalentă la supratensiuni.

Fie  $u_0$  valoarea supratensiunii unei care ajunge la bornele transformatorului. La intrarea în transformator, unda se găsește în prezența capacității  $C_t$  de intrare a transformatorului și se reflectă. Încărcarea capacității  $C_t$  nu se face instantaneu ci treptat, deci și fenomenul de reflexie al unde se va produce treptat. Tensiunea  $u_{tr}$  la bornele transformatorului, este în primul moment aproximativ egală cu de două ori tensiunea  $u_0$ .

#### a. Distribuția supratensiunii de-a lungul înfășurării

În Fig. A.2.5, se prezintă schema transformatorului pe o porțiune  $dx$ ,  $x$  fiind coordonata de lungime măsurată de la sfârșitul înfășurării de lungime totală  $l$ . Se notează cu  $c$  și  $k$  capacitățile transversale, respectiv longitudinale, pe unitatea de lungime ale înfășurării. Pe lungimea infinitesimală  $dx$ , capacitatea longitudinală este  $k/dx$  și capacitatea transversală  $cdx$ .

Aplicăm definiția capacității ( $C = Q/V$ ) pentru condensatoarele  $k/dx$  și  $cdx$ , cu referire la Fig. A.2.5 și găsim relațiile:  $k/dx = q_x/dx$ ;  $cdx = dq_x/dx$ . Renunțăm la indicele  $x$  și relațiile se mai pot scrie:

$$\frac{du}{dx} = \frac{q}{k}; \quad \frac{dq}{dx} = cu$$

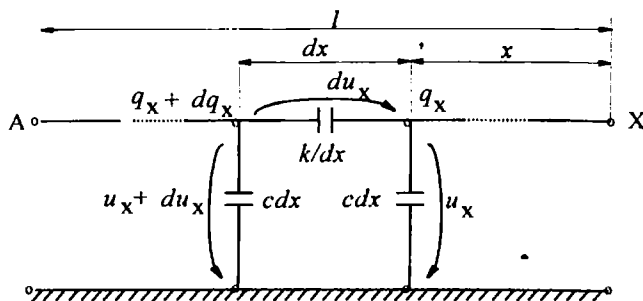


Fig. A.2.5. Schema echivalentă a unui element  $dx$  al transformatorului.

Derivând prima ecuație de mai sus în funcție de  $x$  și ținând seama de cea de a doua, se găsește ecuația diferențială verificată de tensiunea  $u$  și soluția acesteia de forma:

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \alpha^2 u, \quad \alpha = \sqrt{\frac{c}{k}}, \quad \text{cu soluția: } u(x) = A \operatorname{sh} \alpha x + B \operatorname{ch} \alpha x \quad (\text{A.2.10})$$

în care  $A$  și  $B$  sunt două constante de integrare. Determinarea constantelor de integrare se poate face în două cazuri distincte:

- înfășurarea transformatorului este *legată la masă*, când condițiile la limită se scriu:  $x = 0$ ,  $u = 0$  și  $x = l$ ,  $u = U_{tr}$  în care caz soluția ecuației (A.2.10) devine:

$$u(x) = U_{tr} \cdot \frac{\operatorname{sh} \alpha x}{\operatorname{sh} \alpha l} \quad (\text{A.2.11})$$

- înfășurarea transformatorului este *izolată față de masă* când condițiile la limită sunt:  $x = 0$ ,  $q = 0$  și  $x = l$ ,  $u = U_{tr}$  în care caz soluția ecuației (A.2.10) devine:

$$u(x) = U_{tr} \cdot \frac{\operatorname{ch} \alpha x}{\operatorname{ch} \alpha l} \quad (\text{A.2.12})$$

În Fig. A.2.6, se prezintă grafic repartitia unei de supratensiune în lungul înfășurării transformatorului în cele două cazuri distincte: cu înfășurarea legată la masă (Fig. A.2.6.a), respectiv cu înfășurarea izolată față de masă (Fig. A.2.6.b). Rezultatele sunt prezentate în mărimi adimensionale.

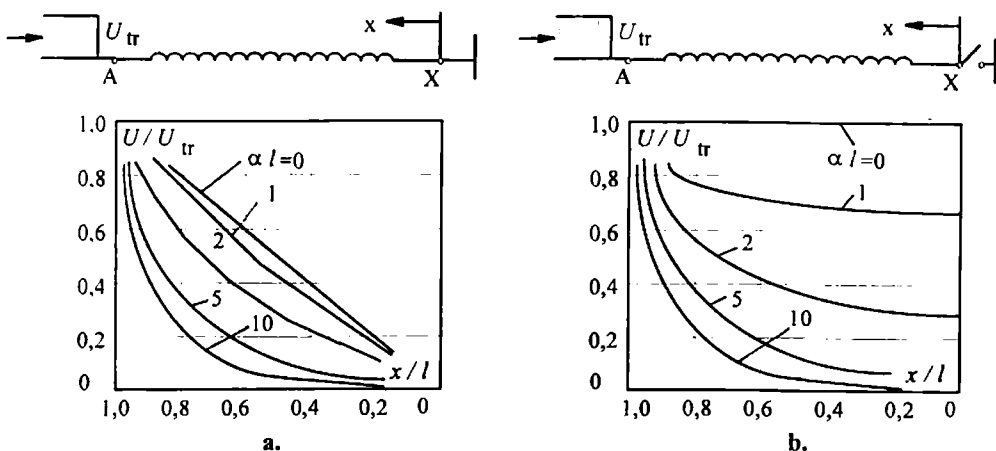


Fig. A.2.6. Distribuția tensiunii de-a lungul înfășurării: a - legată la masă; b - izolată față de masă.

Din graficele prezentate în Fig. A.2.6, se desprind câteva concluzii referitoare la repartizarea undei de supratensiune de-a lungul înfășurării:

- repartizarea inițială (la  $t = 0$ ) a undei de supratensiune se face uniform, dacă  $\alpha l = 0$ , deci este de dorit ca parametrul  $\alpha$  să fie cât mai mic;
- dacă  $\alpha l > 5$ , repartitia inițială a întregii supratensiuni se face pe o porțiune de (15 - 25)% de la capătul de intrare a înfășurării care trebuie să aibă izolația întărită;
- dacă  $\alpha l > 5$ , repartitia inițială de tensiune pe înfășurare se face aproximativ în același mod, fie că înfășurarea este legată la masă, fie că este izolată față de masă.

### A.3. ELEMENTE DE BAZĂ PRIVIND FAZORUL REPREZENTATIV

În teoria unitară a mașinilor electrice trifazate de c.a., se lucrează cu o mărime fundamentală numită *fazor reprezentativ*. Acesta este o mărime complexă care permite studiul mașinii trifazate cu un număr mai mic de ecuații și, în plus, permite interpretări fizice interesante.

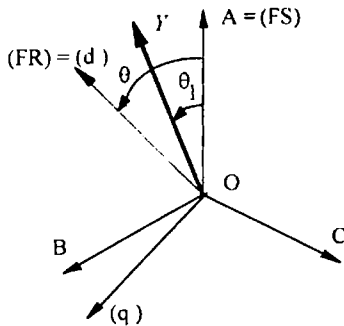


Fig. A.3.1 Fazorul reprezentativ.

Valorile instantanee ale mărimilor alternative sinusoidale care formează un sistem trifazat simetric pot fi considerate ca proiecțiile  $y_A, y_B, y_C$ , ale unui *fazor învârtitor*  $Y$ , pe trei axe OA, OB, OC care formează între ele unghiuri de  $120^\circ$  electrice, dacă în orice moment de timp, suma celor trei mărimi alternative este nulă. În aceste condiții, fazorul  $Y$  poate fi determinat și cu ajutorul proiecțiilor pe un alt sistem de coordonate, fie el format din două axe rectangulare Od și Oq, formând cu axa OA a celui alt sistem unghiul variabil  $\theta$ . Se alege axa FS, fixă față de stator, chiar axa înfășurării de fază A și axa FR, fixă față de rotor, aceeași cu axa rotorului, (axa longitudinală d, a sistemului rectangular rotor). Fazorul învârtitor  $Y$  face unghiul  $\theta_1$  cu axa OA și unghiul  $\theta - \theta_1$  cu axa Od, cum se arată în Fig. A.3.1. Proiecțiile fazorului învârtitor  $Y$  pe axele sistemului trifazat și pe axele sistemului bifazat au, respectiv, expresiile:

$$y_A = Y \cos \theta_1; y_B = Y \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}); y_C = Y \cos(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}); \quad (A.3.1)$$

$$y_d = Y \cos(\theta - \theta_1); y_q = Y \cos(\theta - \theta_1 + \frac{\pi}{2}) = -Y \sin(\theta - \theta_1); \quad (A.3.2)$$

Expresiile proiecțiilor  $y_d$  și  $y_q$  pot fi exprimate și cu ajutorul identităților trigonometrice:

$$y_d = Y \cos(\theta - \theta_1) = Y \frac{2}{3} \left[ \cos \theta \cos \theta_1 + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \cos(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) \right]$$

$$y_q = -Y \sin(\theta - \theta_1) = -Y \frac{2}{3} \left[ \sin \theta \cos \theta_1 + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \cos(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) \right]$$

care se mai pot scrie, luând în seamă și relațiile (A.3.1), sub forma echivalentă:

$$y_d = \frac{2}{3} \left[ y_A \cos \theta + y_B \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + y_C \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \right]$$

$$y_q = -\frac{2}{3} \left[ y_A \sin \theta + y_B \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + y_C \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \right] \quad (A.3.3)$$

Fie mărimea complexă  $y_R$  definită în funcție de componentele  $y_d$  și  $y_q$  în felul următor:

$$\begin{aligned}
y_R &= y_d + jy_q = \frac{2}{3} \cdot \{y_A (\cos\theta - j\sin\theta) + y_B [\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - j\sin(\theta - \frac{2\pi}{3})] + \\
&+ y_C [\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) - j\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})]\} = \frac{2}{3} (y_A \cdot e^{-j\theta} + y_B \cdot e^{-j\theta} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + y_C \cdot e^{-j\theta} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}) = \\
&= \frac{2}{3} (y_A + ay_B + a^2 y_C) \cdot e^{-j\theta} = y_s \cdot e^{-j\theta}, \text{ unde } a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ și } a^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}}
\end{aligned} \quad (A.3.4)$$

În relația (A.3.4) se introduce o mărime importantă în studiul mașinilor electrice de c.a. și anume *fazorul reprezentativ*  $y_s$  al mărimilor  $y_A, y_B, y_C$ , scris în referențialul FS și definit astfel:

$$y_s = \frac{2}{3} (y_A + ay_B + a^2 y_C) \quad (A.3.5)$$

Măreimea  $y_R$  definită de relația (A.3.4) este fazorul reprezentativ al acelorași mărimi statorice  $y_A, y_B, y_C$  scris în referențialul FR și definit în funcție de  $y_s$  cu relația:

$$y_R = y_s e^{-j\theta} \quad (A.3.6)$$

Se constată că amplificarea fazorului reprezentativ cu  $e^{-j\theta}$  conduce la trecerea acestuia dintr-un sistem inițial de referință, în alt sistem de referință, obținut din sistemul inițial prin rotația acestuia în sens direct cu unghiul  $\theta$ . *Așadar, un fazor reprezentativ se trece dintr-un sistem de referință în alt sistem de referință, poziționat în sens direct cu unghiul  $\theta$  față de primul, prin înmulțire cu  $e^{-j\theta}$ .*

#### A.4. ECUAȚIILE MAȘINII ASINCRONE ÎN REGIM DINAMIC

Ecuatiile motorului asincron trifazat într-un regim oarecare electromagnetic și mecanic (modelul matematic) se vor scrie în următoarele ipoteze simplificatoare: mașina este nesaturată; pierderile în fier sunt neglijabile; mașina prezintă perfectă simetrie electrică, magnetică și constructivă; armonicile superioare spațiale ale câmpurilor magnetice statorice și rotorice sunt neglijabile; întrefierul se consideră uniform. Vom considera că mașina are rotorul bobinat cu fazele legate în scurtcircuit.

##### A.4.1. ECUAȚIILE MAȘINII ASINCRONE CU FAZORI REPREZENTATIVI

Se vor utiliza indicii A,B,C pentru mărimile care caracterizează cele trei faze ale statorului, respectiv indicii a,b,c pentru mărimile caracteristice fazelor rotorului.

Modelul matematic al motorului asincron se determină în ipotezele formulate mai sus. Se aplică legea inducției electromagnetice pe fiecare fază statorică (Fig. A.4.1) și adoptând regula semnelor de la receptoare se obțin ecuațiile motorului asincron în coordonatele fazelor statorice:

$$u_A = R_1 i_A + \frac{d\varphi_A}{dt}; \quad u_B = R_1 i_B + \frac{d\varphi_B}{dt}; \quad u_C = R_1 i_C + \frac{d\varphi_C}{dt} \quad (A.4.1)$$

Se definesc, asemănător cu relația (A.3.5), mărimile reprezentative statorice  $u_s, i_s, \varphi_s$ . De exemplu, tensiunea reprezentativă statorică are expresia:

$$u_s = \frac{2}{3} (u_A + au_B + a^2 u_C) \quad (A.4.2)$$

Se amplifică prima ecuație (A.4.1) cu  $2/3$ , a doua cu  $2a/3$  și a treia cu  $2a^2/3$  și se adună, obținându-se ecuația statorică în mărimi reprezentative a mașinii asincrone:

$$u_s = R_1 i_s + \frac{d\varphi_s}{dt} \quad (A.4.3)$$

Analog, se procedează și pentru rotor, obținându-se ecuația rotorică, scrisă în mărimi reprezentative:

$$0 = R_2 i_r + \frac{d\varphi_r}{dt} \quad (\text{A.4.4})$$

în care  $i_r$  și  $\varphi_r$  sunt mărimi reprezentative definite analog cu relația (A.4.2).

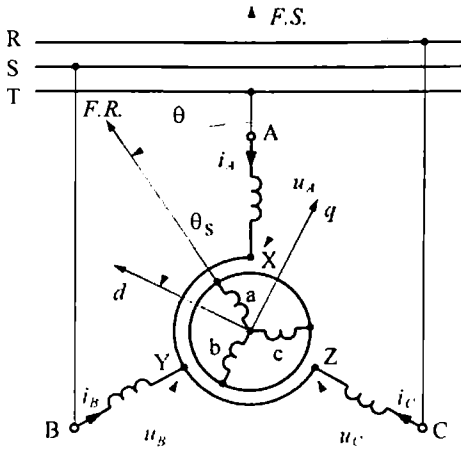


Fig. A.4.1 Schema electrică a motorului asincron.

Relațiile (A.4.3) și (A.4.4) definesc comportarea motorului asincron trifazat prin două ecuații diferențiale de ordinul unu, cu coeficienți complecși. În sistemul de ecuații apar patru necunoscute:  $i_s$ ,  $\varphi_s$ ,  $i_r$  și  $\varphi_r$ .

Se remarcă faptul că ecuația (A.4.3) este scrisă în sistemul F.S., iar ecuația (A.4.4) este scrisă în sistemul F.R. Aceste ecuații fiind scrise în sisteme de referință diferite nu sunt operante. Ele se vor transcrie într-un același sistem K, definit în Fig. A.4.2. Sistemul K formează unghiul  $\theta_k$  cu sistemul F.S. și unghiul  $\lambda = \theta_k - \theta$  cu sistemul F.R.

Pentru a trece cele două ecuații fazoriale ale mașinii asincrone în sistemul de referință K se aplică regula dată de relația (A.3.6). Pentru aceasta se amplifică ecuația (A.4.3) cu  $e^{-j\theta_k}$ , iar ecuația (A.4.4) cu  $e^{-j\lambda}$

$$\begin{aligned} u_s e^{-j\theta_k} &= R_1 i_s e^{-j\theta_k} + \frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta_k} \\ 0 &= R_2 i_r e^{-j\lambda} + \frac{d\varphi_r}{dt} e^{-j\lambda} \end{aligned} \quad (\text{A.4.5})$$

Folosind relația generală:

$$\frac{d\varphi_x}{dt} e^{-j\theta} = \frac{d}{dt} [\varphi_x e^{-j\theta}] + j \frac{d\theta}{dt} \varphi_x e^{-j\theta},$$

și considerând că  $d\theta/dt = \omega = p\Omega$ , ecuațiile de mai sus pot fi scrise astfel:

$$\begin{aligned} u_{sK} &= R_1 i_{sK} + \frac{d\varphi_{sK}}{dt} + jp\Omega_K \varphi_{sK} \\ 0 &= R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + jp(\Omega_K - \Omega) \varphi_{rK} \end{aligned} \quad (\text{A.4.6})$$

unde mărimile cu indicele K sunt scrise în sistemul K, având expresiile:

$$\begin{aligned} u_{sK} &= u_s e^{-j\theta_k}; i_{sK} = i_s e^{-j\theta_k}; i_{rK} = i_r e^{-j\lambda}; \Omega_K = \frac{1}{p} \frac{d\theta_k}{dt}; \\ \varphi_{sK} &= \varphi_s e^{-j\theta_k}; \varphi_{rK} = \varphi_r e^{-j\lambda}; \Omega = \frac{1}{p} \frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \quad (\text{A.4.7})$$

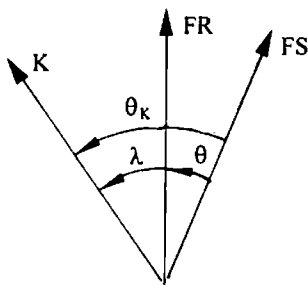
$\Omega_K$  este viteza unghiulară a reperului K, iar  $\Omega$  este viteza unghiulară a rotorului, ambele viteze fiind măsurate în sistemul F.S.



Legăturile între fluxurile magnetice reprezentative și curenții reprezentativi, se deduc pe baza relațiilor lui Maxwell pentru inductivități, scrise pentru mărimi reprezentative, ca și pentru mărimi reale, în sistemul de referință K:

$$\begin{aligned}\varphi_{sK} &= L_s i_{sK} + L_m i_{rK} \\ \varphi_{rK} &= L_r i_{rK} + L_m i_{sK}\end{aligned}\quad (\text{A.4.8})$$

În relațiile (A.4.8) mărimea  $L_s$ , reprezintă *inductivitatea ciclică statorică proprie*, care reprezintă suma dintre inductivitatea ciclică de dispersie  $L_{\sigma 1}$  a statorului și inductivitatea ciclică



utilă a acestuia  $L_{11}$ , astfel încât putem scrie:  $L_s = L_{\sigma 1} + L_{11}$ . Analog, inductivitatea  $L_r$  reprezintă *inductivitatea ciclică rotorică proprie*, fiind suma dintre inductivitatea ciclică de dispersie  $L_{\sigma 2}$  a rotorului și inductivitatea ciclică utilă rotorică  $L_{22}$ , astfel încât  $L_r = L_{\sigma 2} + L_{22}$ . Mărimea  $L_m$  reprezintă *inductivitatea ciclică mutuală dintre stator și rotor*, dată de relația  $L_m = 3/2 \cdot M_m$ , în care  $M_m$  este valoarea maximă a inductivității mutuale dintre o fază statorică și una rotorică, măsurată când axele celor două înfășurări coincid.

Fig. A.4.2. Sisteme de referință.

De remarcat simplitatea relațiilor dintre fluxuri și curenți în cazul utilizării fazorilor spațiali; formal se aseamănă total cu relațiile dintre fluxurile magnetice și curenți în cazul a două circuite electrice cuplate magnetic.

În sistemul de ecuații (A.4.6) apar tensiunile electromotoare de mișcare  $e_{sm}$  și  $e_{rm}$ :

$$e_{sm} = -jp\Omega_K \varphi_{sK}; \quad e_{rm} = -jp(\Omega_K - \Omega) \varphi_{rK}$$

Aceste t.e.m. se induc atât în circuitul statoric cât și în circuitul rotoric, deoarece ambele circuite sunt mobile în raport cu sistemul K.

Cu notațiile  $\omega_K = p\Omega_K$  și  $\omega = p\Omega$ , sistemul (A.4.6) devine:

$$\begin{aligned}u_{sK} &= R_1 i_{sK} + \frac{d\varphi_{sK}}{dt} + j\omega_K \varphi_{sK} \\ 0 &= R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + j(\omega_K - \omega) \varphi_{rK}\end{aligned}\quad (\text{A.4.9})$$

Relațiile (A.4.9) împreună cu legăturile dintre fluxurile magnetice și curenți (A.4.8) precum și ecuația mișcării;

$$J \frac{d\Omega}{dt} = M - M_r \quad (\text{A.4.10})$$

formează modelul matematic al mașinii asincrone cu rotorul bobinat.

#### A.4.2. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAȘINII ASINCRONE

Dacă se consideră coordonata generalizată ca fiind unghiul geometric  $\alpha = \theta/p$  care dă poziția rotorului în raport cu statorul la un moment dat, iar  $W_m$  energia magnetică localizată în câmpul magnetic al celor șase înfășurări cuplate magnetic, cuplul electromagnetic exprimat cu ajutorul teoremei forțelor generalizate este:

$$m = \left( \frac{\partial W_m}{\partial \alpha} \right) i = ct. \quad (\text{A.4.11})$$

Se exprimă energia magnetică în funcție de fluxuri și curenți, se aplică proprietățile fazorilor reprezentativi și proprietatea de invarianță a energiei în raport cu sistemele de coordonate. Se fac calculele matematice, descrise pe larg în lucrarea [30] și se găsește, în final, expresia:

$$m = \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_s i_{rS}^*) = \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_{sK} i_{rK}^*) \quad (\text{A.4.12})$$

în care s-a avut în vedere faptul că în raport cu sistemul de referință ales, cuplul electromagnetic este invariant. Cu „Im” s-a notat partea imaginară a unui număr complex.

#### A.4.3. MODELUL MATEMATIC AL MAȘINII ÎN SISTEMUL K

Modelul matematic al mașinii asincrone format de ecuațiile (A.4.9), completat cu ecuațiile (A.4.8) și (A.4.10) în care se introduce cuplul electromagnetic dat de (A.4.12), se prezintă sub următoarea formă generală:

$$\begin{aligned} u_{sK} &= R_1 i_{sK} + \frac{d\varphi_{sK}}{dt} + j\omega_K \varphi_{sK}; \\ 0 &= R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + j(\omega_K - \omega) \varphi_{rK} \\ \frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_{sK} i_{rK}^*) - M_r \\ \varphi_{sK} &= L_s i_{sK} + L_m i_{rK} = L_{1\sigma} i_{sK} + \varphi_u \\ \varphi_{rK} &= L_r i_{rK} + L_m i_{sK} = L_{2\sigma} i_{rK} + \varphi_u \\ \varphi_u &= L_m (i_{sK} + i_{rK}) = L_m i_{mK} \end{aligned} \quad (\text{A.4.13})$$

În ecuațiile de mai sus, scrise într-un sistem de referință K oarecare ce se mișcă față de stator cu viteza  $\Omega_K$ , cu  $\varphi_u$  s-a notat fluxul magnetic reprezentativ util, care înălțuie atât spirele înfășurării statorice, cât și spirele înfășurării rotorice, iar cu  $i_{mK}$  s-a notat fazorul reprezentativ al curentului de magnetizare al mașinii, scris în sistemul K.

În funcție de scopul propus modelul de mai sus se poate prezenta în diferite variante în funcție de mărimile independente considerate.

#### A.4.4. ANALIZA VARIANTELOR MODELULUI MATEMATIC AL MAȘINII

În cazul în care se rezolvă numeric sistemul de ecuații (A.4.13), interesează ca rezultatele să fie cât mai precise și să fie obținute într-un timp cât mai scurt. Acestea depind atât de referențialul ales, cât și de variabilele independente (*stările*) alese.

Sistemele de referință folosite pentru scrierea ecuațiilor mașinii asincrone sunt: sistemul de referință fix față de stator F.S., fix față de rotor F.R. și sistemul de referință sincron cu câmpul învârtitor din întrefier, notat cu K. Cele mai folosite sisteme de referință sunt sistemele F.S. și K. Din această cauză, în acest paragraf, se vor prezenta câteva probleme generale privind modelele matematice ale mașinii asincrone, scrise în sistemele de referință F.S. și K.

##### a. Modelul mașinii asincrone în sistemul de coordonate $(\alpha, \beta, 0)$

Sistemul de referință  $(\alpha, \beta, 0)$  este fix față de stator și este format din două axe rectangulare  $O\alpha$  și  $O\beta$ . Curentul reprezentativ  $i_s$  scris în acest sistem, fiind o mărime complexă, se scrie  $i_s = i_{s\alpha} + j i_{s\beta}$ ;  $i_{s\alpha}$  și  $i_{s\beta}$  se numesc proiecțiile (componentele) fazorului reprezentativ după axele rectangulare  $O\alpha$  și  $O\beta$ .

În sistemul de referință F.S., ecuațiile mașinii se vor deduce din sistemul (A.4.13) considerând  $\omega_K = 0$  și toți fazorii reprezentativi scriși în sistemul F.S. Ecuațiile motorului în mărimi complexe reprezentative, scrise în sistemul F.S. sunt următoarele:

$$\begin{aligned}
 u_s &= R_1 i_s + \frac{d\varphi_s}{dt} \\
 0 &= R_2 i_{rS} + \frac{d\varphi_{rS}}{dt} - j\omega \varphi_{rS} \\
 \frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_s i_{rS}^*) - M_r \\
 \varphi_s &= L_{1\sigma} i_s + \varphi_u = L_s i_s + L_m i_{rS} \\
 \varphi_{rS} &= L_{2\sigma} i_{rS} + \varphi_u = L_r i_{rS} + L_m i_s \\
 \varphi_u &= L_m (i_s + i_{rS}) = L_m i_{mS}
 \end{aligned} \tag{A.4.14}$$

Mărimile reprezentative statorice din sistemul (A.4.14) s-au notat cu  $\varphi_s$  și  $i_s$  și nu cu  $\varphi_{sS}$  și  $i_{sS}$ , pentru a simplifica scrierea. Formă ortogonală (pe componente) a ecuațiilor (A.4.14) este următoarea:

$$\begin{aligned}
 u_\alpha &= R_1 i_{s\alpha} + \frac{d\varphi_{s\alpha}}{dt} ; \quad u_\beta = R_1 i_{s\beta} + \frac{d\varphi_{s\beta}}{dt} \\
 0 &= R_2 i_{r\alpha} + \frac{d\varphi_{r\alpha}}{dt} + \omega \varphi_{r\beta} ; \quad 0 = R_2 i_{r\beta} + \frac{d\varphi_{r\beta}}{dt} - \omega \varphi_{r\alpha} \\
 \frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3}{2} p L_m (i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta}) - M_r
 \end{aligned} \tag{A.4.15}$$

Acest model are câteva avantaje:

- nu este necesară cunoașterea frecvenței tensiunii de alimentare pentru calcularea mărimilor fizice din spațiul stărilor. Spre exemplu, dacă se cunoaște  $i_s$  atunci  $i_A$ ,  $i_B$  și  $i_C$  se calculează direct cu relațiile:

$$i_A = i_{s\alpha}, \quad i_B = -\frac{i_{s\alpha}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_{s\beta}, \quad i_C = -\frac{i_{s\alpha}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{s\beta} \tag{A.4.16}$$

deoarece axa de referință F.S. identică cu axa  $O\alpha$ , s-a ales chiar axa fazei statorice A.

- dacă mașina are conexiunea stea fără fir neutru și este alimentată de la un sistem simetric de tensiuni, atunci mărimile de fază în regim permanent se determină direct:  $i = i_A = i_{s\alpha}$   $\varphi = \varphi_A = \varphi_{s\alpha}$  etc.

Modelul matematic (A.4.14) al mașinii, util pentru analiza comportării mașinii asincrone ca element într-un sistem de acționare electrică, este descris de mărimile  $i_s$  și  $\varphi_s$ , pentru stator,  $i_{rS}$  și  $\varphi_{rS}$  pentru rotor și de turația rotorului  $\omega$  (în grade electrice). Pentru a descrie comportarea circuitelor statoric și rotoric se pot alege ca stări, în principiu, oricare două din cele patru mărimi  $i_s$  și  $\varphi_s$ , pentru stator, respectiv  $i_{rS}$  și  $\varphi_{rS}$  pentru rotor. În total, rezultă  $C_4^2 = 6$  posibilități de a exprima matematic comportarea celor două circuite. Totuși, din punct de vedere practic, prezintă anumite avantaje următoarele variante: modelul exprimat prin curenții statoric  $i_s$ , respectiv rotoric  $i_{rS}$ ; modelul exprimat în termeni de flux statoric  $\varphi_s$ , respectiv rotoric  $\varphi_{rS}$ ; modelul exprimat prin curentul statoric  $i_s$  și fluxul rotoric  $\varphi_{rS}$ ; modelul exprimat prin curentul statoric  $i_s$  și fluxul din întrefier  $\varphi_u$

Pentru simplificarea scrierii ecuațiilor, se vor face următoarele notații:

$$\alpha = \frac{R_2}{L_r}, \quad \beta = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad \gamma = \frac{L_m^2 R_2}{\sigma L_s L_r^2} + \frac{R_1}{\sigma L_s} \text{ și } \mu = \frac{3}{2} \frac{p^2}{J} \quad (\text{A.4.17})$$

*Modelul exprimat prin curenții statoric  $i_s$ , respectiv rotoric  $i_r$*

Folosind relațiile de legătură între fluxuri și curenți și notațiile (A.4.17), modelul mașinii asincrone (A.4.14), având ca variabile de stare curenții, se prezintă astfel:

$$\begin{aligned} \frac{di_s}{dt} &= \frac{u_s}{\sigma L_s} - \frac{1}{\sigma} \frac{R_1}{L_s} i_s + \beta R_2 i_{rS} - j\omega\beta(L_r i_{rS} + L_m i_s) \\ \frac{di_{rS}}{dt} &= -\beta u_s + \beta R_1 i_s - \frac{1}{\sigma} \frac{R_2}{L_r} i_{rS} + j\omega\left(\frac{1}{\sigma} i_{rS} + \beta L_s i_s\right) \\ \frac{d\omega}{dt} &= \mu L_m \text{Im}(i_s i_{rS}^*) - M_r \frac{p}{J} \end{aligned} \quad (\text{A.4.18})$$

Acest model este util în cazul motorului asincron cu rotorul bobinat, la care curenții statoric și rotoric pot fi măsurați.

*Modelul exprimat prin fluxurile statoric  $\varphi_s$ , respectiv rotoric  $\varphi_{rS}$*

$$\begin{aligned} \frac{d\varphi_s}{dt} &= u_s - R_1 i_s = u_s - R_1 \frac{L_r \varphi_s - L_m \varphi_{rS}}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{d\varphi_{rS}}{dt} &= j\omega \varphi_{rS} - R_2 i_{rS} = j\omega \varphi_{rS} - R_2 \frac{L_s \varphi_{rS} - L_m \varphi_s}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \mu \beta \text{Im}(\varphi_s \varphi_{rS}^*) - M_r \frac{p}{J} \end{aligned} \quad (\text{A.4.19})$$

Modelul (A.4.19) este descris prin relații foarte simple. Evidențierea stărilor se face direct din modelul (A.4.14). Din aceste motive, rezolvarea numerică a sistemului de ecuații scris în termeni de flux se face în timpul cel mai redus. Dezavantajul principal al acestui model este legat de măsurarea dificilă a mărimilor de stare. Deși s-au imaginat diverse metode de măsurare directă a fluxului statoric și rotoric, acestea nu și-au dovedit utilitatea în plan practic. În aplicațiile moderne, se utilizează la motoarele asincrone de mică putere (cu parametri relativ constanți) estimatori de flux care se bazează, în principal, pe ecuația rotorică din sistemul (A.4.19) scrisă astfel:

$$\frac{d\varphi_{rS}}{dt} = j\omega \varphi_{rS} - R_2 i_{rS} = j\omega \varphi_{rS} - \alpha(\varphi_{rS} - L_m i_s) \quad (\text{A.4.20})$$

Posibilitățile de estimare a fluxului rotoric au făcut posibilă realizarea practică a schemelor de comandă vectorială ale mașinii asincrone. Pentru analiza acestor sisteme este avantajos să se exprime sistemul (A.4.14) prin curentul statoric  $i_s$  și fluxul rotoric  $\varphi_r$ .

*Modelul exprimat prin fluxul rotoric  $\varphi_r$  și curentul statoric  $i_s$*

Dacă se comandă mașina asincronă prin metoda *orientării după câmp* este necesară exprimarea sistemului dinamic prin curentul statoric și prin fluxul rotoric, necesar pentru elaborarea strategiei de comandă. În raport cu aceste stări, sistemul dinamic se scrie:

$$\begin{aligned}
\frac{d\varphi_{rS}}{dt} &= j\omega\varphi_{rS} - \alpha(\varphi_{rS} - L_m i_s) \\
\frac{di_s}{dt} &= \alpha\beta\varphi_{rS} - j\omega\varphi_{rS} - \gamma i_s + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu \frac{L_m}{L_r} \text{Im}(i_s \varphi_{rS}^*) - M_r \frac{P}{J}
\end{aligned} \tag{A.4.21}$$

În cazul mașinilor de putere medie și mare estimatorul de flux nu dă rezultate suficient de precise în toate cazurile. De aceea, în cazul în care constructorul a prevăzut mașina cu două bobine sondă plasate în axele  $\alpha$ , respectiv  $\beta$ , se poate măsura direct fluxul la nivelul întrefierului. Este util în acest caz să se exprime sistemul de ecuații (A.4.14) prin curentul statoric  $i_s$  și fluxul din întrefier  $\varphi_u$ .

*Modelul exprimat prin curentul statoric  $i_s$  și fluxul din întrefier  $\varphi_u$*

$$\begin{aligned}
\frac{d\varphi_u}{dt} &= u_s - R_1 i_s + L_1 \sigma \left[ \alpha \varphi_u - R_2 \beta i_s - \frac{R_s}{\sigma L_s} i_s - j\omega \left( \frac{\varphi_u}{\sigma L_s} - L_{2\sigma} \beta i_s \right) + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \right] \\
\frac{di_s}{dt} &= \alpha \varphi_u - R_2 \beta i_s - \frac{R_1}{\sigma L_s} i_s - j\omega \left( \frac{\varphi_u}{\sigma L_s} - L_{2\sigma} \beta i_s \right) + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu \text{Im}(i_s \varphi_u^*) - M_r \frac{P}{J}
\end{aligned} \tag{A.4.22}$$

Modelul mașinii asincrone după fluxul din întrefier are avantajul că mărimile de stare se pot măsura direct, dar relațiile sunt complicate și din acest motiv nu ajută la sinteza schemei de reglare. Faptul că ambele stări sunt comandate direct de intrare, adică termenul  $u_s$  apare în două ecuații, constituie alt dezavantaj al modelului. De aceea, este preferabilă utilizarea modelului mașinii asincrone în forma (A.4.21), fluxul rotoric fiind calculat pe baza fluxului din întrefier cu relația:

$$\varphi_{rS} = \frac{L_r}{L_m} \varphi_u - L_{2\sigma} i_s \tag{A.4.23}$$

#### **b. Modelului mașinii asincrone în sistemul de coordonate $(d, q, \theta)$**

Sistemul de referință  $(d, q, \theta)$ , denumit și sistem sincron (notat cu K, în relațiile anterioare) este fix față de câmpul magnetic învârtitor rezultat din mașină și este format din două axe rectangulare  $Od$  și  $Oq$ , fixe față de câmpul magnetic învârtitor rezultat. Curentul reprezentativ  $i_{sK}$  scris în acest sistem, fiind o mărime complexă, se scrie:  $i_{sK} = i_D + j i_Q$ ,  $i_D$  și  $i_Q$  se numesc proiecțiile (componentele) fazorului curentului statoric după axele rectangulare  $Od$  și  $Oq$ . Analog, fazorul curentului reprezentativ rotoric se scrie  $i_{rK} = i_d + j i_q$ ,  $i_d$  și  $i_q$  se numesc proiecțiile (componentele) acestui fazor după aceleași axe  $Od$  și  $Oq$ . Indicii cu majuscule ( $D$  și  $Q$ ) s-au notat pentru componentele statorice (după axele  $Od$  și  $Oq$ ) și indicii cu litere mici ( $d$  și  $q$ ), pentru componentele rotorice. Analog cu fazorii  $i_{sK}$  și  $i_{rK}$ , se definesc și componentele fazorilor  $u_{sK}$ ,  $\varphi_{sK}$  și  $\varphi_{rK}$  în sistemul  $(d, q, \theta)$ .

Într-un sistem rotitor (sincron) cu viteza unghiulară egală cu  $\Omega_1 = \omega_1 / p$ ,  $\omega_1$  fiind pulsația tensiunii de alimentare a mașinii asincrone, ecuațiile (A.4.13) se scriu astfel:

$$\begin{aligned}
u_{sK} &= R_1 i_{sK} + \frac{d\varphi_{sK}}{dt} + j\omega_1 \varphi_{sK} \\
0 &= R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + j(\omega_1 - \omega) \varphi_{rK} \\
\frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_{sK} i_{rK}^*) - M_r \\
\varphi_{sK} &= L_s i_{sK} + L_m i_{rK} = L_1 i_{sK} + \varphi_u \\
\varphi_{rK} &= L_r i_{rK} + L_m i_{sK} = L_2 i_{rK} + \varphi_u \\
\varphi_u &= L_m (i_{sK} + i_{rK}) = L_m i_{mK}
\end{aligned} \tag{A.4.24}$$

Dacă se definește pulsația rotorică  $\omega_2 = \omega_1 - \omega$ , ecuația ce caracterizează circuitul rotoric este:

$$0 = R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + j\omega_2 \varphi_{rK}$$

Sistemul (A.4.24), se prezintă în formă ortogonală, în sistemul  $(d, q, 0)$ , sub forma:

$$\begin{aligned}
u_D &= R_1 i_D + \frac{d\varphi_D}{dt} - \omega_1 \varphi_Q; & u_Q &= R_1 i_Q + \frac{d\varphi_Q}{dt} + \omega_1 \varphi_D \\
0 &= R_2 i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \omega_2 \varphi_q; & 0 &= R_2 i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \omega_2 \varphi_d \\
\frac{J}{p} \frac{d\omega}{dt} &= \frac{3}{2} p L_m (i_Q i_d - i_D i_q) - M_r
\end{aligned} \tag{A.4.25}$$

în care componentele  $u_D$  și  $u_Q$ , ale tensiunii de alimentare, scrise în sistemul  $(d, q, 0)$ , se determină pornind de la expresiile tensiunilor pe fază:

$$u_A = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega_1 t + \delta); \quad u_B = U_1 \sqrt{2} \cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} + \delta\right); \quad u_C = U_1 \sqrt{2} \cos\left(\omega_1 t - \frac{4\pi}{3} + \delta\right)$$

Fazorul reprezentativ al tensiunii, scris în reperul sincron, are expresia:

$$u_{sK} = \frac{2}{3} (u_A + a u_B + a^2 u_C) e^{-j\omega_1 t} = \sqrt{2} U_1 e^{j\delta} = \sqrt{2} U_1 (\cos \delta + j \sin \delta) = u_D + j u_Q; \tag{A.4.26}$$

Defazajul  $\delta$  reprezintă faza inițială a tensiunii de alimentare; deci componentele tensiunii,  $u_D$  și  $u_Q$ , depind de starea sistemului de tensiuni la momentul inițial.

## A.5. ECUAȚIILE GENERATORULUI SINCRON CU POLI APARENȚI ÎN REGIM TRANZITORIU

Regimurile tranzitorii (dinamice) ale mașinii sincrone cu poli aparenti se studiază cu ajutorul ecuațiilor Park-Blondel. Ecuațiile Park-Blondel se vor deduce folosind noțiunea de *fazor reprezentativ*, introdusă în Anexa 3.

### A.5.1. ECUAȚIILE MAȘINII ÎN COORDONATELE FAZELOR

Se vor stabili ecuațiile dinamice de funcționare ale mașinii sincrone cu înfășurări de amortizare, lucrându-se direct cu fluxurile magnetice ale înfășurărilor și nu cu inductivitățile acestora. Se va considera *mașina liniară* și se vor aplica relațiile lui Maxwell referitoare la fluxurile proprii și mutuale ale înfășurărilor.

Mașina sincronă are trei înfășurări monofazate statorice U, V, W și două înfășurări rotorice: una de excitație (indice "e") parcursă de curentul  $i_e$  și cealaltă de pornire și amortizare. Înfășurarea de excitație "e" este plasată în axa longitudinală (d) a mașinii, identică cu axa unui pol nord rotor. Înfășurarea de amortizare, implantată în creștăturile tălpilor polare este asemănătoare unei colivii rotorice de mașină asincronă cu rotorul în scurtcircuit și se echivalează cu două înfășurări în scurtcircuit: prima, notată cu "D", în axa longitudinală (d), și a doua, notată cu "Q", în axa transversală (q). Așadar, mașina sincronă are fizic 5 înfășurări (3 pe stator și 2 pe rotor) și teoretic 6 înfășurări (3 pe stator - U, V, W - și 3 pe rotor - e, D, Q -).

Fie o mașină sincronă cu cele 6 înfășurări, a cărei schemă se prezintă în Fig. A.5.1. S-au notat: cu FS - o axă de referință (fixă față de stator), identică cu axa fazei U statorice; cu FR - o axă de referință rotorică (fixă față de rotor), identică cu axa (d) longitudinală a mașinii. Cu  $\theta$  s-a notat unghiul electric, variabil în timp, dintre axele FS și FR. Fie  $\varphi_U, \varphi_V, \varphi_W$ , fluxurile magnetice totale (date de toate înfășurările mașinii) care taie spirele înfășurărilor U, V, W și analog  $\varphi_e, \varphi_D, \varphi_Q$ , fluxurile magnetice totale ale înfășurărilor e, D, Q. Cu R, se notează rezistența înfășurărilor statorice U, V, W și cu  $R_e, R_D, R_Q$ , rezistențele înfășurărilor e, D și Q.

Se aplică legea inducției electromagnetice pe contururi închise, care urmăresc circuitele celor 6 înfășurări ale mașinii, considerate generatoare pentru înfășurărilor statorice și receptoare pentru cele rotorice, și se găsesc ecuațiile instantanee ale generatorului sincron, în coordonatele fazelor, având forma:

$$\begin{aligned} Ri_U + u_U &= -\frac{d\varphi_U}{dt}, Ri_V + u_V = -\frac{d\varphi_V}{dt}, Ri_W + u_W = -\frac{d\varphi_W}{dt} \\ R_e i_e - u_e &= -\frac{d\varphi_e}{dt}, R_D i_D = -\frac{d\varphi_D}{dt}, R_Q i_Q = -\frac{d\varphi_Q}{dt} \end{aligned} \quad (\text{A.5.1})$$

Sistemul (A.5.1) este neliniar datorită faptului că fluxurile totale depind de curenți prin intermediul unor inductivități neliniare, deoarece mașina s-a presupus cu poli aparenți.

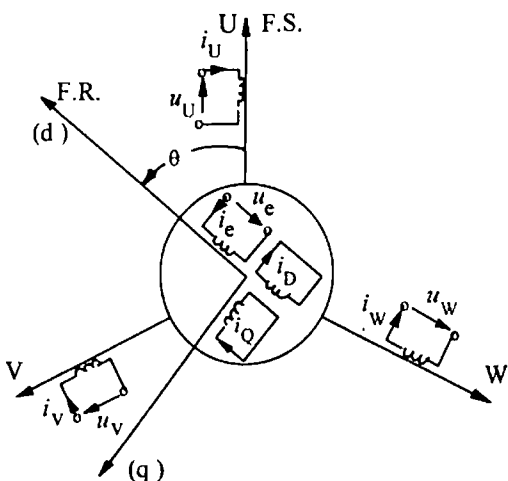


Fig. A.5.1. Asupra scrierii ecuațiilor mașinii sincrone în coordonatele fazelor.

Transformarea sistemului (A.5.1) într-unul liniar se poate face cu ajutorul transformării Park. Ideea acestei transformări provine din posibilitatea creării unui câmp magnetic învârtitor de natură electrică, fie de o înfășurare trifazată simetrică (cum este U, V, W), fie de o înfășurare bifazată simetrică (cum vor fi înfășurările "d" și "q" cu care se va echivala înfășurarea trifazată U, V, W, cu ajutorul transformării în discuție).

Transformarea Park va echivala înfășurarea trifazată statorică U, V, W cu una bifazată formată din două înfășurări "d" și "q", în cvadratură, situate pe rotor.

În această situație, toate înfășurările mașinii sunt așezate pe rotor (d, q, e, D, Q) și inductivitățile proprii și mutuale ale mașinii vor fi constante, sistemul (A.5.1)

transformându-se într-unul liniar. Transformarea Park este dată de relațiile (A.3.3), în care în loc de mărimile  $y_A, y_B, y_C$ , se pun mărimile  $y_U, y_V, y_W$ . Această transformare s-a dedus deci, în procesul de introducere a noțiunii de fazor reprezentativ și consideră că mașina are înfășurarea

statorică conectată în stea, fără fir neutru, lucru adevărat la majoritatea generatoarelor sincrone, caz în care se verifică relația:  $i_U + i_V + i_W = 0$ .

### A.5.2. ECUAȚIILE PARK ALE MAȘINII SINCRONE CU ÎNFĂȘURĂRI DE AMORTIZARE.

Ecuatiile (A.3.3) reprezintă transformarea Park directă pentru mărimile trifazate sinusoidale simetrice  $y_U, y_V, y_W$ , dacă suma lor este nulă în orice moment de timp și asigură legătura între aceste mărimi și mărimile  $y_d$  și  $y_q$ . Această transformare se scrie astfel:

$$\begin{aligned} y_d &= \frac{2}{3} \left[ y_U \cos \theta + y_V \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + y_W \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \\ y_q &= -\frac{2}{3} \left[ y_U \sin \theta + y_V \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + y_W \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.5.2})$$

Determinantul transformării este nenul, de aceea ea admite și transformarea Park inversă, definită de relațiile:

$$\begin{aligned} y_U &= y_d \cos \theta - y_q \sin \theta; \quad y_V = y_d \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) - y_q \sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right); \\ y_W &= y_d \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) - y_q \sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.5.3})$$

Relațiile (A.5.3) se pot scrie pentru curenți, fluxuri sau tensiuni. Amplificăm primele 3 relații din (A.5.1) cu  $2/3$ , respectiv cu  $2a/3$  și cu  $2a^2/3$ , le adunăm și, ținând seama de relația generală (A.3.5), se obține ecuația statorică a mașinii sincrone, în mărimi reprezentative, scrisă în referențialul FS, care are următoarea formă:

$$Ri_s + u_s = -\frac{d\varphi_s}{dt} \quad (\text{A.5.4})$$

Se va scrie ecuația (A.5.4) în referențialul FR; amplificând-o cu termenul  $e^{-j\theta}$  și, ținând seama de relația generală (A.3.6), se obține:

$$Ri_s e^{-j\theta} + u_s e^{-j\theta} = -\frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} \Rightarrow Ri_R + u_R = -\frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} \quad (\text{A.5.5})$$

În ecuația de mai sus, se va calcula derivata produsului  $\varphi_s e^{-j\theta}$  și de aici se va deduce termenul  $d\varphi_s/dt \cdot e^{-j\theta}$ :

$$\frac{d}{dt} (\varphi_s e^{-j\theta}) = \frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} + \varphi_s \left( -j \frac{d\theta}{dt} \right) e^{-j\theta} \Rightarrow \frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} = \frac{d\varphi_R}{dt} + j \left( \frac{d\theta}{dt} \right) \varphi_R$$

Termenul  $d\varphi_s/dt \cdot e^{-j\theta}$ , introdus în ecuația, (A.5.5) va conduce la ecuația statorică a mașinii sincrone în mărimi reprezentative, scrisă în referențialul FR:

$$-u_R = Ri_R + j \left( \frac{d\theta}{dt} \right) \varphi_R + \frac{d\varphi_R}{dt} \quad (\text{A.5.6})$$

Dacă se face notația  $\omega = d\theta/dt$ , ecuația (A.5.6) se mai scrie sub forma:

$$-u_R = Ri_R + j\omega\varphi_R + \frac{d\varphi_R}{dt} \quad (\text{A.5.6'})$$



Prin urmare, înfășurările statorice U, V, W dispuse pe stator și parcurse de curenții  $i_U, i_V, i_W$ , prin transformarea Park directă, s-au echivalat cu înfășurările d și q dispuse pe rotor și parcurse de curenții  $i_d$  și  $i_q$ , dați de relații de tipul (A.5.2). Conform egalităților evidente:

$$i_R = i_d + ji_q; \quad u_R = u_d + ju_q; \quad \varphi_R = \varphi_d + j\varphi_q, \quad j = \sqrt{-1}, \text{ relația (A.5.6) devine:}$$

$$-(u_d + ju_q) = R(i_d + ji_q) + j \left( \frac{d\theta}{dt} \right) (\varphi_d + j\varphi_q) + \frac{d}{dt} (\varphi_d + j\varphi_q)$$

Separând părțile reale și imaginare, în relația de sus, se găsesc primele două ecuații Park ale mașinii sincrone, care, completate cu ultimile trei ecuații din (A.5.1), formează setul de ecuații Park pentru mașina sincronă cu poli aparenti și înfășurări de amortizare pe rotor, set care are forma:

$$\begin{aligned} -u_d &= Ri_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \left( \frac{d\theta}{dt} \right) \cdot \varphi_q, \\ -u_q &= Ri_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \left( \frac{d\theta}{dt} \right) \cdot \varphi_d, \\ u_e &= R_e i_e + \frac{d\varphi_e}{dt}, \\ 0 &= R_D i_D + \frac{d\varphi_D}{dt}, \\ 0 &= R_Q i_Q + \frac{d\varphi_Q}{dt} \end{aligned} \tag{A.5.7}$$

în care toate înfășurările sunt dispuse pe rotor. Se ajunge astfel, la schema echivalentă a mașinii sincrone după două axe d și q din Fig. A.5.2.

Conform schemei echivalente din Fig. A.5.2 și relațiilor lui Maxwell pentru fluxurile proprii și mutuale, se pot scrie expresiile fluxurilor totale  $\varphi_d, \varphi_q, \varphi_e, \varphi_D, \varphi_Q$ , în care inductivitățile proprii se notează cu litera L și cele mutuale cu litera M:

$$\begin{aligned} \varphi_d &= L_d i_d + M_{de} i_e + M_{dD} i_D; \\ \varphi_q &= L_q i_q + M_{qQ} i_Q; \\ \varphi_e &= L_e i_e + M_{eD} i_D + \frac{3}{2} M_{ed} i_d; \\ \varphi_D &= L_D i_D + M_{De} i_e + \frac{3}{2} M_{Dd} i_d; \\ \varphi_Q &= L_Q i_Q + \frac{3}{2} L_{Qq} i_q \end{aligned} \tag{A.5.8}$$

*Observație:*

Inductivitățile mutuale care aduc influențele curenților  $i_d$  și  $i_q$  în expresiile fluxurilor magnetice sunt afectate de factorul numeric 3/2, deoarece curenții  $i_d$  și  $i_q$  se exprimă cu relații de tipul (A.5.2), la care apare factorul numeric 2/3. Inductivitățile proprii care aduc influențele acelorași curenți  $i_d$  și  $i_q$  în expresiile fluxurilor nu au factorul numeric 3/2, deoarece acesta este inclus în definiția respectivelor inductivități.

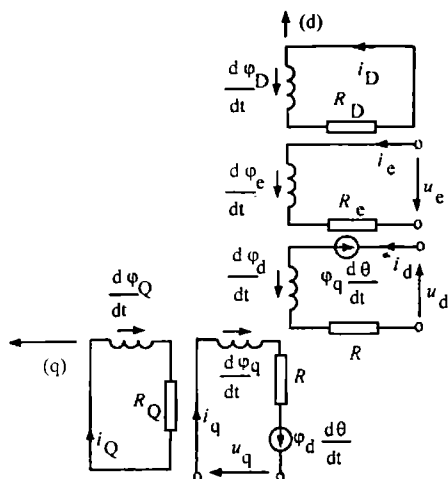


Fig. A.5.2. Schema echivalentă a mașinii sincrone cu poli aparenti.

### A.5.3. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAȘINII ÎN REGIM DINAMIC

Se calculează cu teorema forțelor generalizate în câmp magnetic, pornind de la expresia energiei magnetice  $W_m$  a mașinii, dată de relația:

$$W_m = \frac{1}{2} (\varphi_U i_U + \varphi_V i_V + \varphi_W i_W + \varphi_e i_e + \varphi_D i_D + \varphi_Q i_Q) \quad (A.5.9)$$

Se înlocuiesc  $\varphi_U, \varphi_V, \varphi_W$  și  $i_U, i_V, i_W$  cu relații date de transformarea Park inversă și, în final, după efectuarea calculelor se obține cuplul electromagnetic al mașinii, de forma [31]:

$$m = \frac{3p}{2} (\varphi_d i_q - \varphi_q i_d) \quad (A.5.10)$$

Sistemul de ecuații al mașinii sincrone, în regim dinamic, dat de ecuațiile (A.5.7) se completează cu ecuația dinamică de mișcare a subansamblului rotor care are forma:

$$m_a - m = J \frac{d\Omega}{dt} = \frac{J}{p} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}, \text{ în care } s - \text{a considerat } \Omega = \frac{1}{p} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Ținând seama de relația (A.5.10), ecuația dinamică de mișcare capătă forma:

$$m_a - \frac{3p}{2} (\varphi_d i_q - \varphi_q i_d) = J \frac{d\Omega}{dt} = \frac{J}{p} \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (A.5.11)$$

Cele 5 ecuații (A.5.7), completate cu (A.5.8) și împreună cu (A.5.11), au 6 necunoscute:  $i_d, i_q, i_e, i_D, i_Q, \theta$ . Odată determinați curenții  $i_d$  și  $i_q$ , prin folosirea relațiilor de tipul (A.5.3), se calculează curenții  $i_U, i_V, i_W$  și, după deducerea unghiului  $\theta$ , se calculează și viteza unghiulară  $\Omega$ .

## BIBLIOGRAFIE PRINCIPALĂ

1. ADKINS B., The general theory of electrical machines, Londra, Chapman - Hall Ltd., 1957;
2. ALEXEEV, A. E., Construcția mașinilor electrice, Editura Energetică de Stat, București, 1954;
3. ANDRE GENON, WILLY LEGROS, Machines électriques, Hermes Science Europe, 2000, 350 pg ;
4. ATANASIU, G., BOLDEA, I., Analiza unitară a mașinilor electrice, Ed. Academiei, București, 1993;
5. BĂLĂ, C., Mașini electrice, E.D.P., București, 1982;
6. BĂLĂ, C., ȚOGUI, L., COVRIG, M., Mașini electrice - probleme, E. D. P., București, 1974;
7. BICHIR, N., Mașini electrice, Editura ICPE, București, 1995;
8. BIGRET, R., FERON, J. L., Diagnostic maintenances disponibilité des machines tournantes, Masson, Paris, Milan, Barcelone, 1995, 470 pg. ;
9. BODEFELD, TH., SEQUENZ, H., Elektrische Maschinen, Viena, 1972;
10. BOLDEA, I., Parametrii mașinilor electrice, Ed. Academiei, București, 1991;
11. CARLOS CANUDAS DE WIT, Modélisation contrôle vectoriel et DTC – Comande des moteurs asynchrones, Vol 1, Hermes Science Europe, 2000, 264 pg.
12. CÂMPEANU, A., Masini electrice, Craiova, Scrisul romanesc, 1987;
13. CHATELAIN J., Machines électriques, Vol. 1 și 2, Presses Polytechniques Romandes, Dunod, Paris, 1983;
14. CITECIAN, V., I., Mașini electrice - culegere de probleme, Moscova, 1988.
15. COVRIG, M., GHIȚĂ, C., SAVIN, M., Transformatorul și mașina asincronă, - Încercări de laborator -, Editura BREN, București, 1998;
16. COVRIG, M., GHIȚĂ, C., SAVIN, M., MELCESCU, L., Mașina sincronă și Mașina de c. c. - Încercări de laborator -, Editura BREN, București, 1998;
17. DORDEA, T., Mașini electrice, Bucuresti, E.D.P. 1977;
18. DRĂGĂNESCU, O., Încercările mașinilor electrice rotative, EDP, 1980;
19. FRANSUA, AL., Mașini și acționări electrice -Culegere de probleme-, E.D.P., București, 1980;
20. FRANSUA, AL., Mașini și acționări electrice - Probleme fundamentale -, Ed. Tehnică, București, 1985;
21. FRANSUA, AL., etc. Introducere în teoria convertoarelor electromecanice, Ed. Printech, București, 1999;
22. FOUILLE, A., Problemes d'electrotechnique a l'usage des ingineurs - Machines électriques, Dunod, Paris, 1966;
23. GALAN, N., GHIȚĂ, C., CISTELECAN, M., Mașini electrice, București, E.D.P. 1981;
24. GALAN, N., Mașini electrice - Probleme și elemente de proiectare - Vol. 1, Probleme, Litografia UPB, 1987;
25. GHEORGHIU, I. S., FRANSUA, AL., Tratat de mașini electrice, Vol. 1, 2, 3, 4 București, Ed. Academiei, 1970 -1971;

26. GHIȚĂ, C., DUMITRACHE, D., Transformatorul , Indrumar de proiectare, Litografia I.P.B., 1980;
27. GHIȚĂ, C., Mașini electrice, Litografia I.P.B., 1984;
28. GHIȚĂ, C., Mașini și acționări electrice, Vol. I și II, Litografia U.P.B. 1992;
29. GHIȚĂ, C., Mașini și acționări electrice, Editura ICPE, București, 1997;
30. GHIȚĂ, C., Convertoare electromecanice, Vol. 1, Ed. ICPE, București, 1998;
31. GHIȚĂ, C., Convertoare electromecanice, Vol. 2, Ed. ICPE, București, 1999;
32. GHIȚĂ, C., Convertoare electromecanice, Vol. 3, Ed. ICPE, București, 2001;
33. JEAN BONAL, Entraînements électriques à vitesse variable, Prométhée, Groupe Schneider, Paris, 1997, 410 pg.
34. JERVE, G. K., Incercările mașinilor electrice rotative, București, Ed. Tehnică 1972;
35. JEZISKI, E. etc., Transformatoare electrice - Construcție și proiectare, București, Ed. Tehnică, 1966;
36. KOSTENKO, M., PIOTROVSKI, L., Machines électriques, Vol I-2, Ed. Mir, 1977;
37. KOVACS, K. P., Analiza regimurilor tranzitorii ale mașinilor electrice, București, Ed. Tehnică, 1980;
38. LAZU, C., Mașini electrice, EDP, București, 1966;
39. MANOLEA, Gh., etc. Acționări electromecanice, Reprografia Universității din Craiova, Craiova, 2000 ;
40. MARCEL JUFER, Traité d'Électricité, Vol X, Machines électriques, Presses Polytechniques et universitaires Romandes, Paris, 1995, 386 pg. ;
41. MĂGUREANU, R., Mașini electrice speciale pentru sisteme automate, Ed. Tehnică, București, 1980;
42. MĂGUREANU, R., NICOLAE V., Motoare sincrone cu magneți permanenți și reluctanță variabilă, București, Ed. Tehnică, 1982;
43. MOCANU, C., Teoria câmpului electromagnetic, EDP, București, 1981;
44. MOCANU, C., Teoria circuitelor electrice, EDP, București, 1979;
45. NASAR, S. A., Electromagnetic Energy Conversion Devices and Systems, Prentice - Hall Inc., New York, 1970;
46. NEDELICU, V. N., Mașini electrice, București, E.D.P., 1968;
47. NEDELICU, V. N., Teoria conversiei electromecanice, București, Ed. Tehnica, 1978;
48. NEDELICU, V. N., Regimurile de funcționare ale mașinilor de curent alternativ, București, Ed. Tehnica, 1968;
49. NICOLAIDE, A., Mașini electrice, Vol. 1-2, Craiova, Scrisul Românesc, 1975;
50. RĂDULEȚ, R., Bazele electrotehnicii -Probleme- Vol.1-2, București, E.D.P. 1975;
51. RICHTER, R., Mașini electrice, Vol.1, 2, 3 și 4, Ed. Tehnică, București, 1959 -1961;
52. SEELY, S., Electromechanical energy conversion, McGraw – Hill Book Company, Inc., New York, 1996;
53. YAMAMURA, S., AC Motors for High performances - Aplications, Analysis and Control, Marcel Dekker Inc., New York, 1986.