

Tony R. Kuphaldt

Introducere în circuite electrice și electronice

Vol. 2 - Curent alternativ



V 2.0

Prefață

Cartea de față reprezintă varianta românească a volumului de „Curent alternativ”, al doilea din seria lucrărilor „Lessons in Electric Circuits” scrise de Tony R. Kuphaldt sub licența „DESIGN SCIENCE LICENSE”.

Prezenta versiune se distribuie **gratuit** prin intermediul site-ului oficial. Ultimele noutăți și varianta online se găsesc la adresa www.circuiteelectrice.ro. Orice comentarii sau sugestii de îmbunătățire sunt binevenite și pot fi trimise pe adresa contact@circuiteelectrice.ro. Puteți utiliza conținutul de față în orice scop doriți respectând condițiile impuse de licența DSL, în principal, menționarea sursei originale.

Atenție, pe tot parcursul cărții se va folosi notația reală de deplasare a electronilor prin circuit, și anume, dinspre borna negativă (-) spre borna pozitivă (+) !

01 - BAZELE TEORIEI CURENTULUI ALTERNATIV	1
1. CE ESTE CURENTUL ALTERNATIV	1
2. FORME DE UNDĂ ÎN CURENT ALTERNATIV	5
3. AMPLITUDINEA CURENTULUI ALTERNATIV.....	7
4. REZOLVAREA CIRCUITELOR SIMPLE DE CURENT ALTERNATIV	12
5. FAZELE CURENTULUI ALTERNATIV.....	14
02 - NUMERE COMPLEXE	18
1. INTRODUCERE	18
2. VECTORI ȘI FORME DE UNDĂ ÎN CURENT ALTERNATIV	19
3. ADUNAREA SIMPLĂ A VECTORILOR	21
4. ADUNAREA COMPLEXĂ A VECTORILOR	23
5. NOTAȚIA POLARĂ ȘI RECTANGULARĂ A NUMERELOR COMPLEXE	24
6. ARITMETICA NUMERELOR COMPLEXE	28
03 - REACTANȚA ȘI IMPEDANȚA INDUCTIVĂ.....	30
1. CIRCUITE REZISTIVE.....	30
2. CIRCUITE INDUCTIVE. REACTANȚA	31
3. CIRCUITE REZISTIV-INDUCTIVE SERIE. IMPEDANȚA	36
4. CIRCUITE REZISTIV-INDUCTIVE PARALEL.....	41
04 - REACTANȚA ȘI IMPEDANȚA CAPACITIVĂ.....	44
1. CIRCUITE CAPACITIVE	44
2. CIRCUITE REZISTIV-CAPACITIVE SERIE	47
3. CIRCUITE REZISTIV-CAPACITIVE PARALEL	51
05 - REACTANȚA ȘI IMPEDANȚA RLC	55
1. REZISTENȚA (R), REACTANȚA (X) ȘI IMPEDANȚA (Z) - RECAPITULARE	55
2. CIRCUITE RLC SERIE.....	57
3. CIRCUITE RLC PARALEL.....	60
4. CIRCUITE RLC SERIE-PARALEL	62
5. SUSCEPTANȚA ȘI ADMITANȚA.....	68
06 - REZONANȚA	69
1. PENDULUL ELECTRIC	69
2. REZONANȚA PARALEL.....	74
3. REZONANȚA SERIE	76
4. APLICAȚII ALE REZONANȚEI.....	78
5. REZONANȚA SERIE-PARALEL. ANTIREZONANȚA.....	79
07 - SEMNALE CU FRECVENȚE MULTIPLE.....	86
1. INTRODUCERE	86
2. ANALIZA UNUI SEMNAL DREPTUNGHILAR.....	89
3. ANALIZA SPECTRALĂ	93
4. EFECTE ASUPRA CIRCUITELOR.....	97
08 – FILTRE	101
1. CE ESTE UN FILTRU	101
2. FILTRU TRECE-JOS.....	102
3. FILTRU TRECE-SUS	106
4. FILTRU TRECE-BANDĂ.....	109
5. FILTRU STOP-BANDĂ	111
6. FILTRE REZONANTE	113
09 – TRANSFORMATORUL.....	119

1. TRANSFORMATORUL ȘI INDUCTANȚA MUTUALĂ.....	119
2. EXEMPLU DE FUNCȚIONARE.....	125
3. TRANSFORMATORUL RIDICĂTOR ȘI COBORĂTOR DE TENSIUNE.....	128
4. TIPURI DE ÎNFĂȘURĂRI; AUTOTRANSFORMATORUL.....	131
10 - CIRCUITE POLIFAZATE	135
1. SISTEME DE ALIMENTARE MONOFAZATE.....	135
2. SISTEME DE ALIMENTARE TRIFAZATE.....	139
3. SECVENȚA FAZELOR	143
4. FUNCȚIONAREA MOTOARELOR ELECTRICE.....	146
5. CONFIGURAȚII STEA ȘI TRIUNGHI TRIFAZATE.....	150
6. TRANSFORMATORUL TRIFAZAT	155
11 - FACTORUL DE PUTERE	159
1. PUTEREA ÎN CIRCUITELE REZISTIVE ȘI REACTIVE	159
2. PUTEREA REALĂ, REACTIVĂ ȘI APARENTĂ	161
3. CALCULAREA ȘI CORECTAREA FACTORULUI DE PUTERE	163
12 - LINII ELECTRICE LUNGI.....	168
1. CIRCUITELE ELECTRICE ȘI VITEZA LUMINII	168
2. IMPEDANȚA CARACTERISTICĂ.....	169
3. LINII ELECTRICE FINITE	174
4. LINII ELECTRICE LUNGI ȘI LINII ELECTRICE SCURTE.....	179
5. UNDE STAȚIONARE ȘI REZONANȚA	182

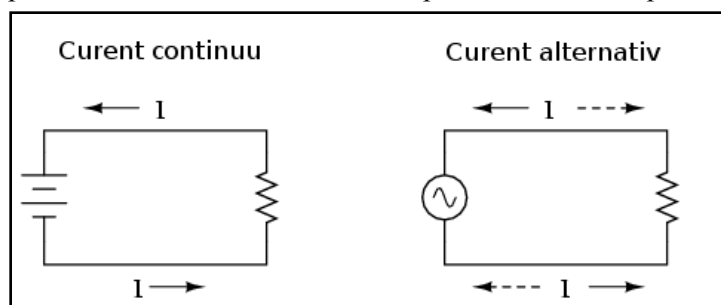
01 - Bazele teoriei curentului alternativ

1. Ce este curentul alternativ

- Curentul continuu menține tensiunea și curentul la o polaritate respectiv direcție constantă în timp
- În curent alternativ, tensiunea și curentul își schimbă polaritatea respectiv direcția în timp
- Generatoarele electromecanice în curent alternativ, cunoscute sub numele de *alternatoare*, sunt mult mai simplu de construit decât generatoarele de curent continuu. Același lucru este valabil și în cazul motoarelor electrice

Definiție

În primul capitol am luat în considerare doar curentul continuu, termen folosit în electricitate pentru a defini deplasarea electronilor într-o singură direcție constantă și/sau calitatea tensiunii de a deține o singură polaritate. Curentul continuu este tipul de electricitate produsă de o baterie, de exemplu.



Pe cât de folosit și ușor de înțeles este curentul continuu, acesta nu este „tipul” de electricitate folosit în general. Unele surse electrice, precum generatoarele electro-mecanice rotative, produc tensiuni a căror polaritate alternează, inversându-se în acest caz polii pozitivi și negativi între ei.

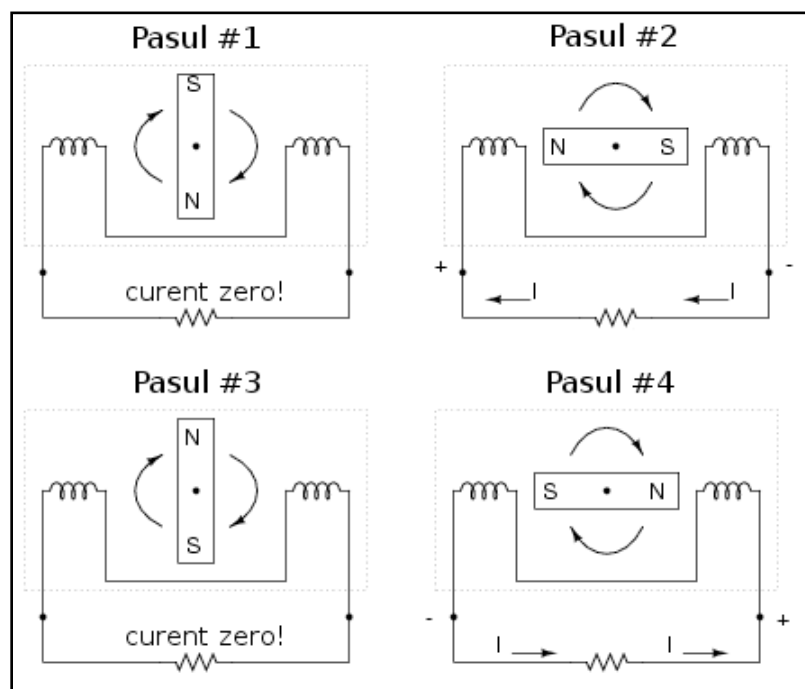
Fie că vorbim de modificarea polarității unei tensiuni sau de modificarea direcției de deplasare a electronilor înainte și înapoi, acest gen de electricitate poartă denumirea de curent alternativ.

Deși simbolul bateriei este folosit pentru a reprezenta orice sursă de curent continuu, în cazul curentului alternativ, simbolul unei surse de energie îl reprezintă o linie sinusoidală într-un cerc, precum în figura de mai sus.

Scop

Ne putem întreba, pe bună dreptate, de ce ne-am bate capul și cu acest tip de electricitate. Este adevărat că în unele cazuri, curentul alternativ nu prezintă niciun avantaj față de cel continuu. În aplicațiile în care curentul electric este folosit doar pentru a genera energie sub formă de căldură (reșou, bec, etc.), polaritatea sau direcția curentului este irelevantă atâta timp cât tensiunea și curentul existente în circuit sunt suficiente pentru a disipa puterea necesară elementelor din circuit. Totuși, cu ajutorul curentului alternativ se pot construi generatoare electrice, motoare electrice și sisteme de distribuție a energiei electrice mult superioare din punct de vedere al eficienței față de curentul continuu.

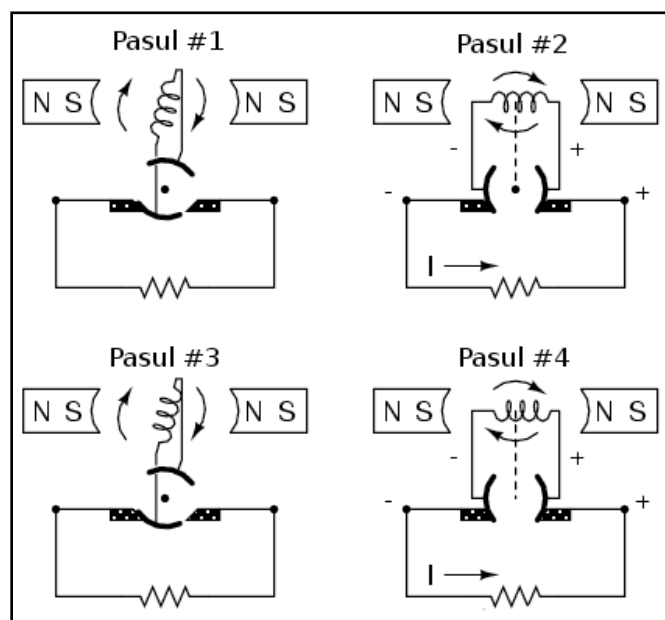
Generarea curentului alternativ



În cazul în care construim o mașină ce rotește un câmp magnetic în jurul unui set de înfășurări staționare prin intermediul unui ax, vom constata producerea curentului alternativ pe înfășurări pe măsură ce axul se rotește; principiul se bazează pe legea inducției electromagnetice a lui Faraday. Acesta este și principiul de bază a unui generator de curent alternativ, cunoscut și sub numele de alternator.

Putem observa că polaritatea tensiunii pe înfășurare se inversează atunci când prin preajma acestea trece polul opus al magnetului. Conectată la o sursă, această inversare a polarității crează un curent invers (în direcție opusă) prin circuit. Cu cât viteza de rotație a axului generatorului este mai mare, cu atât mai repede se rotește și magnetul; rezultatul este o tensiune și curent alternativ ce-și modifică direcțiile mult mai des în aceeași perioadă de timp.

Generarea curentului continuu



Deși generatoarele de curent continuu funcționează pe baza aceluiași principiu al inducției electromagnetice ca și generatoarele de curent alternativ, construcția acestora nu este așa de simplă.

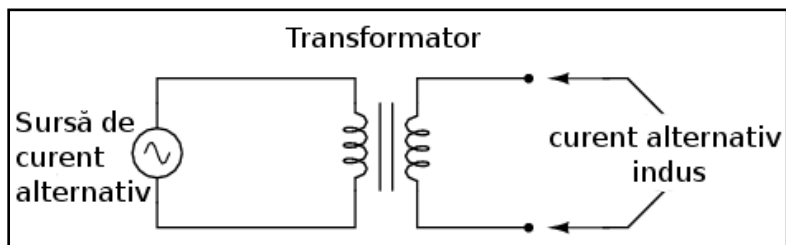
La un generator de curent continuu, înfășurarea este montată pe ax, acolo unde la generatorul de curent alternativ se află magnetul permanent, iar contactul dintre înfășurarea rotativă și circuitul exterior se realizează cu ajutorul unor contacte staționare de carbon, numite perii, ce vin în contact cu fâșii de carbon aflate pe înfășurare.

Toate aceste elemente sunt necesare pentru schimbarea polarității de ieșire spre circuitul exterior, pentru ca acesta „să vadă” o polaritate constantă (curent continuu).

Generatorul de mai sus produce două pulsuri de tensiune la fiecare revoluție a axului, ambele pulsuri având aceeași direcție (polaritate). Pentru ca un generator de curent continuu să producă o tensiune constantă și nu o tensiune intermitentă, acesta trebuie echipat cu seturi multiple de înfășurări pentru contactul cu periile. Diagrama de mai sus este prin urmare una simplificată.

Problema ce se ivește în cazul închiderii și deschiderii contactelor între înfășurările rotative și periile este dezvoltarea căldurii excesive și a scânteilor, în special la viteze mari. Dacă mediul ambiant în care funcționează generatorul prezintă vapori inflamabili sau explozivi, problema folosirii unui astfel de generator este și mai gravă. Pe de altă parte, un generator de curent alternativ nu necesită perii și comutatoare pentru funcționarea sa, și este prin urmare imun la astfel de probleme. Avantajele curentului alternativ față de cel continuu se regăsesc și în cazul confecționării motoarelor electrice.

Transformatorul



Un alt domeniu de aplicare al curentului continuu se bazează pe un efect al electromagnetismului cunoscut sub denumirea de inducție mutuală: două sau mai multe înfășurări plasate una în vecinătatea celeilalte,

astfel încât câmpul magnetic variabil creat de o înfășurare induce o tensiune electrică în cealaltă.

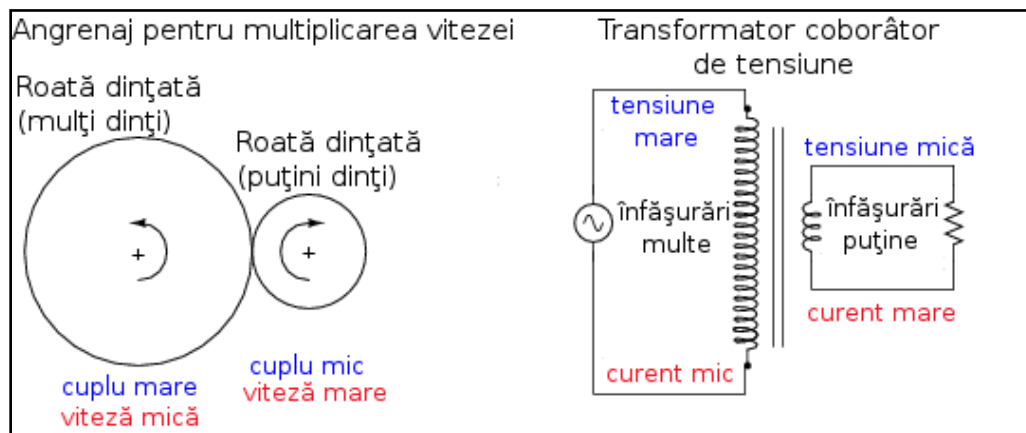
Dacă avem două înfășurări mutual inductive și alimentăm una dintre ele în curent alternativ, cea de a doua înfășurare va fi și ea străbătută de curent alternativ. O astfel de utilizare a înfășurătorilor dă naștere unui dispozitiv numit transformator:

Transformatorul este utilizat în principal pentru ridicarea sau coborârea valorii tensiunii de la înfășurarea alimentată la cea nealimentată. Prima înfășurare, cea care este alimentată în curent alternativ, poartă denumirea de primar; cea de a doua înfășurare, cea în care se induce un curent alternativ dinspre primar, poartă denumirea de secundar.

Valoarea tensiunii induse în secundar este egală cu produsul dintre valoarea tensiunii din primar și raportul dintre numărul de spire din secundar și numărul de înfășurări din primar:

$$U_2 = U_1 \frac{n_2}{n_1}$$

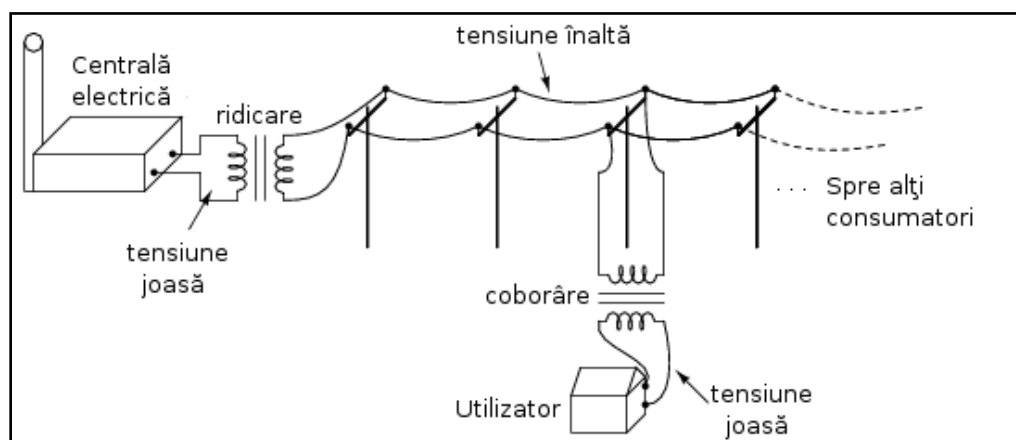
Analogie



Această relație poate fi reprezentată printr-o analogie mecanică, folosind cuplul și viteza pentru reprezentarea tensiunii și respectiv a curentului.

Dacă inversăm raportul numărului de spire dintre primar și secundar, astfel încât primarul va avea mai puține spire decât secundarul, atunci transformatorul va „ridica” tensiune de la nivelul existent în primar la un nivel mai mare în secundar.

Rețele de distribuție a energiei electrice



Abilitatea transformatoarelor de a ridica tensiunea sau de a o coborî este extrem de utilă în proiectare rețelelor de distribuție a energiei electrice. Atunci când se transportă energie electrică pe distanțe lungi, este mult mai eficient dacă aceasta se realizează la tensiuni înalte și curenți mici (diametrul conductorilor este mai mic, prin urmare și pierderile sunt mai mici), și coborârea acestora pentru utilizarea de către consumatori.

Tehnologia proiectării transformatoarelor face posibilă existența sistemelor de distribuție. Fără capacitatea de ridicare și coborâre a tensiunii, sistemele de distribuție ar fi mult prea scumpe pentru a fi practice, decât poate, doar pe distanțe scurte, de câțiva kilometri.

Observație

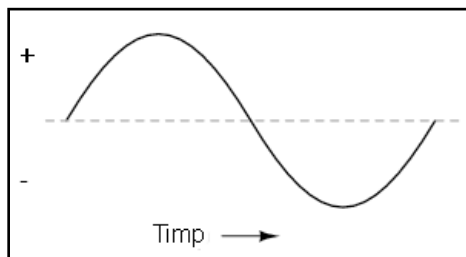
Pe cât sunt de folositoare, transformatoarele funcționează doar în curent alternativ, deoarece fenomenul de inducție mutuală se bazează pe câmpuri magnetice variabile, iar curentul continuu nu poate produce decât câmpuri

magnetice constante. Desigur, curentul continuu poate fi folosit sub formă de impulsuri prin înfășurarea primară pentru crearea unui câmp magnetic variabil, dar acest curent pulsatoriu nu este foarte diferit până la urmă de curentul alternativ.

2. Forme de undă în curent alternativ

- Graficul curentului alternativ produs de un generator (alternator) electromecanic este sinusoidal (formă de undă)
- Perioada reprezintă timpul, luat din oricare punct al graficului forme de undă până în punctul în care acesta începe să se repete, măsurat în secunde
- Frecvența este numărul perioadelor efectuate de o formă de undă într-un interval de o secundă și se măsoară în Hertz (Hz); 1 Hz este egal cu o perioadă efectuată într-un interval de o secundă
- $f = 1 / T$

Forme de undă sinusoidale

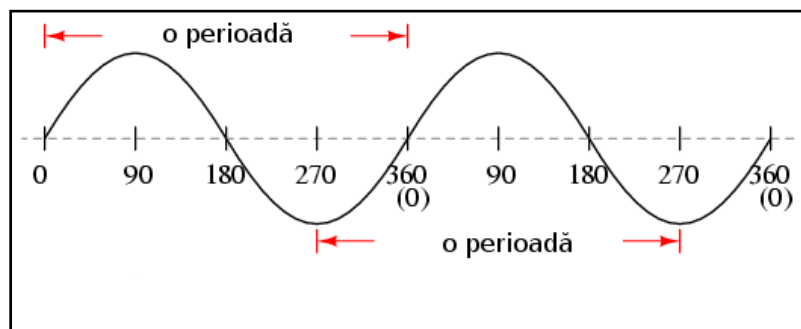


Datorită modului de producere al energiei electrice, unda produsă de modificarea continuă a polarității tensiunii, respectiv direcției curentului, are o formă sinusoidală, precum în figura alăturată.

Graficul tensiunii cu timpul pentru un generator electric electromecanic ne arată o modificare netedă a polarității (dinspre (+) spre (-) sau invers); nivelul tensiunii are cea mai rapidă variație în jurul valorii de zero, la intersecția cu axa timpului, și cea mai lentă în jurul valorilor maxime. Dacă luăm funcția trigonometrică **sinus** între 0 și 360 de grade și o desenăm pe un grafic, aceasta va fi exact figurii considerate mai sus.

Motivul pentru care generatorul produce curent alternativ se datorează modului său fizic de funcționare. Tensiunea produsă de stator (înfășurările staționare) datorită mișcării rotorului (magnetului rotativ) este proporțională cu rata variației fluxului magnetic perpendicular pe înfășurări (legea inducției electromagnetice). Această rată de variație este maximă atunci când polii magnetului se află în imediata apropiere a înfășurărilor, iar valoarea ei este minimă atunci când aceștia se află la distanța maximă față de înfășurări. Matematic, rata variației fluxului magnetic datorită unui magnet rotativ, urmărește graficul funcției sinus, astfel că tensiunea produsă de înfășurări este descrisă de aceeași funcție.

Perioada unei funcții



Dacă urmărim variația tensiunii produsă de înfășurările unui generator din oricare punct de pe graficul funcției (sinus în acest caz) până în momentul în care graficul începe să se repete, spunem că s-a efectuat exact o perioadă a acelei funcții.

Matematic, perioada unei funcții se notează cu T . Acest concept este cel mai ușor de vizualizat între valorile maxime ale funcției, dar poate la fel de bine să fie luat în considerare între oricare puncte ale acestuia. Valorile unghiurilor de pe axa orizontală desemnează domeniul funcției trigonometrice sinus, dar și poziția unghiulară a axului alternatorului aflat în mișcare.

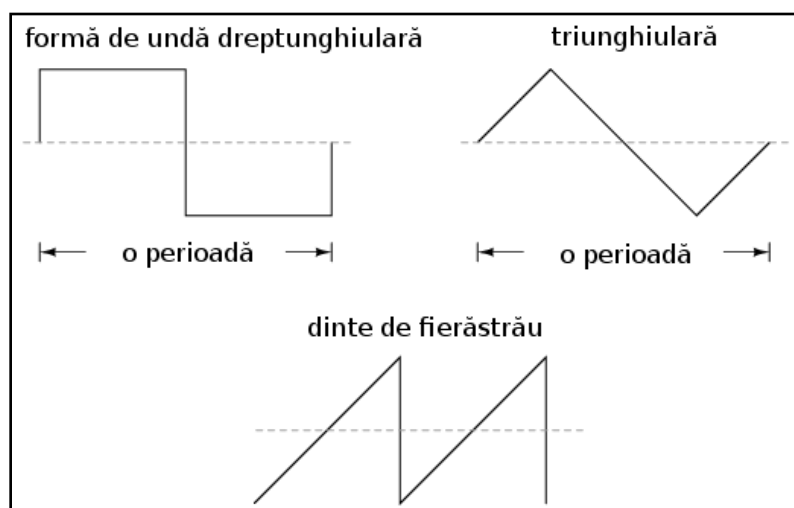
Din moment ce axa orizontală a graficului desemnează trecerea timpului precum și poziția axului alternatorului în grade, unitatea de măsură folosită pentru marcarea unei perioade este timpul, în majoritatea cazurilor măsurat în secunde sau fracțiuni de secundă. Perioada unei unde, măsurată în grade, este tot timpul 360, dar timpul ocupat de o singură perioadă depinde de rata variației tensiunii de la o polaritate spre cealaltă.

Frecvența

O metodă și mai des folosită pentru a descrie alternanța curentului alternativ este exact rata acestei oscilații, denumită frecvență, desemnată matematic prin f . Unitatea de măsură pentru frecvență este Hertz-ul (prescurtat Hz), și reprezintă numărul de perioade complete într-un interval de o secundă. În Europa, frecvența standard folosită este de 50 Hz, ceea ce se traduce prin faptul că tensiunea alternativă oscilează cu o rată de 50 de perioade la fiecare secundă. O stație de transmisie radio ce folosește o frecvență de 100 MHz generează tensiune alternativă ce oscilează cu o rată de 100 de milioane de perioade pe secundă.

Matematic, perioada și frecvența sunt mărimi reciproce, frecvența fiind egală cu inversul perioadei ($f = 1 / T$). De exemplu, pentru o perioadă $T = 16$ ms, frecvența $f = 1 / 16 = 62.5$ Hz. Instrumentul folosit pentru vizualizarea formelor de undă (a variației tensiunii sau curentului cu timpul) se numește osciloscop.

Alte forme de undă



Deși generatoarele electromecanice și multe alte fenomene fizice produc în mod natural forme de undă sinusoidale, acestea nu sunt singurele forme de unde alternative existente. Există o varietate de unde alternative produse de circuitele electronice. Alăturat sunt câteva exemple.

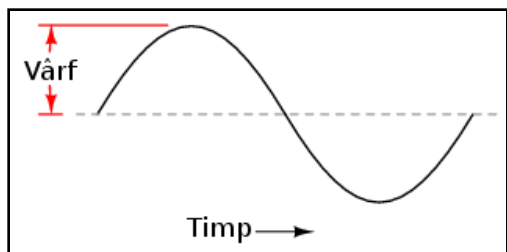
Acestea nu sunt însă singurele tipuri de forme de undă existente, ci doar câteva dintre cele mai comune. Chiar și circuitele considerate sinusoidale, dreptunghiulare sau triunghiulare pure nu sunt perfecte în realitate. Unele forme de undă sunt atât de complexe încât nu pot fi clasificate. General vorbind, orice formă de undă ce se apropie de o formă sinusoidală este denumită ca atare, toate celelalte fiind denumite ne-sinusoidale. Forma undei de tensiune sau curent are o importanță crucială asupra comportamentului unui circuit și trebuie să fim prin urmare atenți la diferitele forme de undă existente în practică.

3. Amplitudinea curentului alternativ

- Amplitudinea unei unde alternative este valoarea sa pe grafic în funcție de timp, și poate însemna valoare de vârf, vârf la vârf, medie sau efectivă
- Valoarea de vârf a unei forme de unde alternative se măsoară de la intersecția acesteia cu axa orizontală (timp) până la nivelul maxim pozitiv pe grafic, sau nivelul minim negativ
- Amplitudinea vârf la vârf reprezintă înălțimea totală a unei forme de undă alternative măsurată pe grafic între valoarea sa maximă pozitivă și valoarea minimă negativă
- Amplitudinea medie reprezintă media aritmetică a valorilor tuturor punctelor de pe grafic în decurs de o perioadă
- Valoarea efectivă (RMS) a unei forme de undă alternative este un mod de exprimare a echivalenței dintre efectele curentului continuu și cel alternativ. RMS vine din engleză, și înseamnă Root Mean Square, adică metoda de calcul a acestei valori
- Factorul de vârf a unei unde alternative este raportul dintre valoarea sa de vârf și cea efectivă
- Factorul de formă a unei unde alternative este raportul dintre valoarea sa efectivă și cea medie

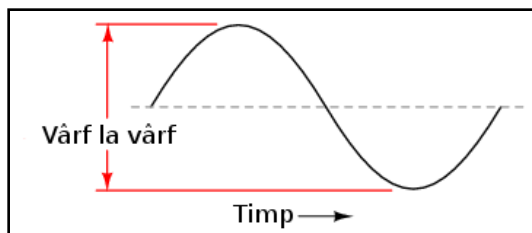
Amplitudinea sau valoarea de vârf a unui semnal

În curent continuu, unde valoarea tensiunii și a curentului sunt constante în timp, exprimarea cantității acestora în orice moment este destul de ușoară. Dar cum putem măsura valoarea unei tensiuni sau a unui curent care variază tot timpul?



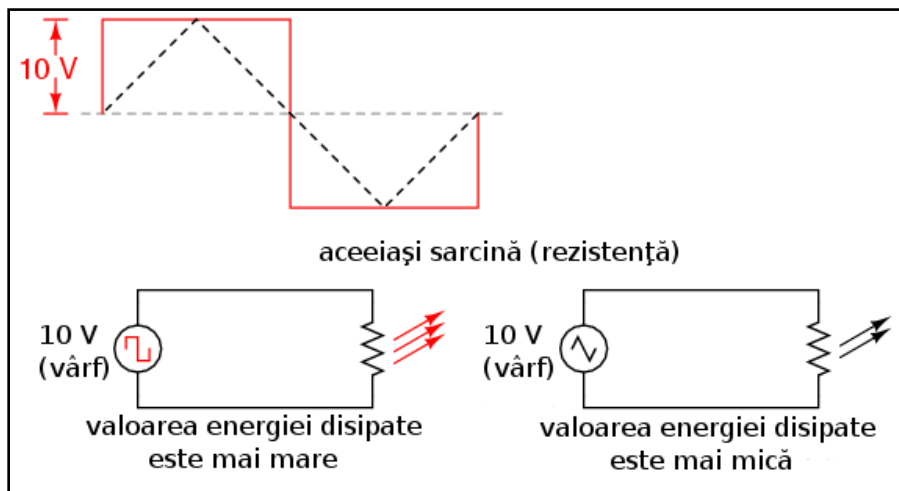
O metodă de exprimare a intensității, curentului alternativ, denumită și amplitudine, este măsurarea înălțimii formei de undă de pe grafic. Aceasta este denumită valoarea de vârf a unei unde alternative.

Amplitudinea vârf la vârf



O altă metodă constă în măsurarea înălțimii totale a formei de undă, între cele două vârfuri, valoare ce poartă numele de amplitudine vârf la vârf.

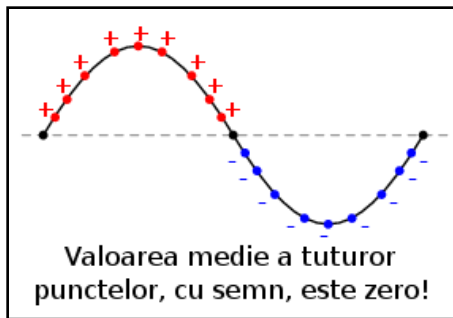
Utilitate



Din păcate, ambele modalități de calcul ale amplitudinii unei unde alternative nu sunt foarte practice atunci când vrem să facem o comparație între diferite tipuri de undă. De exemplu, o undă dreptunghiulară cu valoarea de vârf de 10 V are evident o valoare a tensiunii mai mare pentru o perioadă mai lungă de timp față de o undă

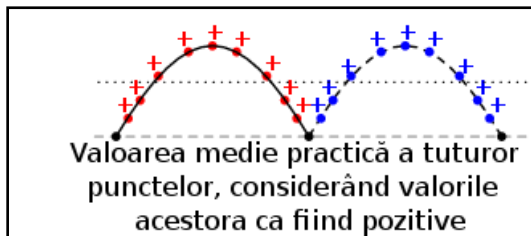
triunghiulară cu aceeași valoare maximă de 10 V. Efectele acestor două tipuri de undă asupra unei sarcini sunt diferite.

Amplitudinea medie



O modalitate de exprimare a amplitudinilor diferitelor forme de undă într-o formă echivalentă constă în efectuarea mediei aritmetice a valorilor tuturor punctelor de pe grafic. Această mărime este cunoscută sub numele de valoarea medie a formei de undă.

Dacă luăm media aritmetică a tuturor punctelor de pe grafic, luând în considerare și semnul (pozitiv sau negativ), valoarea medie pentru majoritatea undelor va fi zero, datorită anulării reciproce dintre valorile pozitive și cele negative pe o perioadă completă.



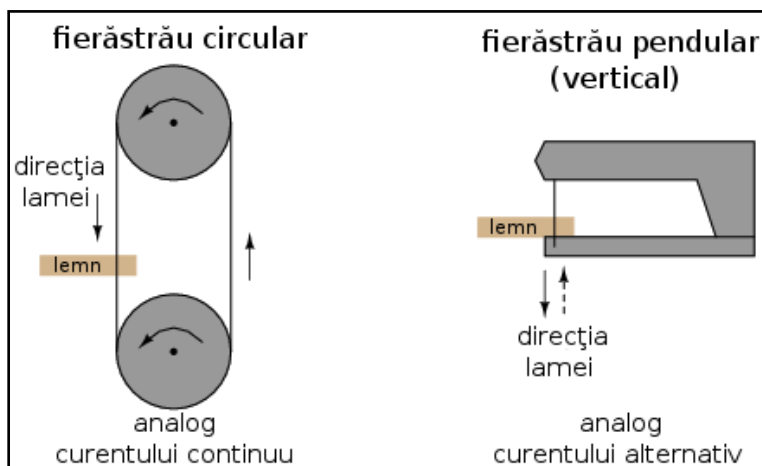
Acest lucru este valabil pentru oricare formă de undă constituită din arii egale atât deasupra cât și sub axa orizontală (zero) a graficului. Totuși, practic, măsurarea valorii medii a unei se efectuează matematic prin considerarea valorilor absolute a tuturor punctelor dintr-o perioadă.

Cu alte cuvinte, valoarea medie practică a unei se calculează considerând toate punctele de pe grafic ca fiind pozitive, prin „răsturnarea” imaginară a tuturor punctelor de pe grafic aflate sub linia orizontală.

Valoarea efectivă a undei (RMS)

O altă metodă de aflare a valorii reale a amplitudinii unei unde se bazează pe capacitatea acesteia de a efectua lucru mecanic util atunci când este aplicată asupra unei sarcini ($P = E^2/R$, and $P = I^2R$).

Analogie

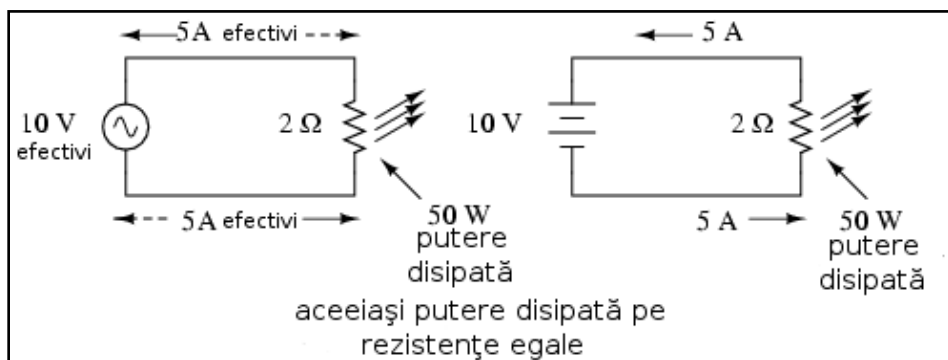


este analoagă comparației dintre curentul continuu și cel alternativ.

Să considerăm de exemplu un fierăstrău circular și unul pendular (vertical), ambele folosite pentru tăierea lemnului. Ambele tipuri de fierăstraie folosesc o lamă metalică dințată acționată de un motor electric, dar cel circular folosește o mișcare continuă a lamei pentru a tăia, iar cel pendular folosește o mișcare înainte și înapoi pentru a realiza aceeași operație. Comparația dintre cele două tipuri de mișcări

Problema descrierii variației valorilor prezente în curent alternativ într-o singură componentă, este prezentă și în acest caz al analogiei: cum putem exprima viteza lamei fierăstrăului? Lama fierăstrăului circular are o viteză constantă, la fel ca în cazul curentului continuu ce „împinge” electronii prin circuit cu o forță constantă. Lama fierăstrăului pendular, pe de altă parte, se deplasează înainte și înapoi (curent alternativ), iar în acest caz valoarea vitezei acesteia variază în fiecare clipă.

Care viteză este mai mare, care dintre fierăstraie poate tăia mai mult lemn în aceeași durată de timp? Mai mult decât atât, mișcare înainte și înapoi a unui fierăstrău se poate să nu fie de același tip cu mișcarea unui alt fierăstrău, în funcție de caracteristicile mecanice ale fiecăruia. Unul dintre ele poate, de exemplu, să folosească o formă de undă sinusoidală în mișcarea sa, pe când un altul, o undă triunghiulară. O comparație între viteza de vârf între două fierăstraie nu are avea aproape niciun rost (sau o comparație între unul circular și unul pendular!). Cu toate că fiecare dintre aceste fierăstraie are o mișcare diferită a lamei, toate sunt egale în cel puțin un sens: toate taie lemn, iar o comparația cantitativă asupra acestei funcții comune poate servi ca punct de plecare pentru determinarea valorii universale a vitezei oricărui fierăstrău.



Dacă ne imaginăm două fierăstraie, unul circular și altul pendular, cu lame identice, capabile să taie același tip de lemn, cu aceeași grosime, în același interval de timp, am putea spune despre ele că sunt

echivalente în ceea ce privește capacitatea lor de tăiere, și totuși, ele sunt foarte diferite în modul lor de funcționare.

Această comparație poate fi folosită pentru a desemna o viteză a fierăstrăului pendular echivalentă cu cea a fierăstrăului circular, pentru a putea realiza o comparație reală între eficiența celor două tipuri. Aceasta este și ideea folosirii unui procedeu de măsură a „echivalenței în curent continuu” a oricărei mărimi din curent alternativ: valoarea curentului sau tensiunii în curent continuu ce ar produce aceeași cantitate de energie disipată pe o aceeași rezistență.

Definiție

În cele două circuite de mai sus, avem aceeași valoare a sarcinii, respectiv $2\ \Omega$, ce disipă aceeași cantitate de putere sub formă de căldură, 50 W, unul dintre ele fiind alimentat în curent alternativ, celălalt în curent continuu. Deoarece sursa de tensiune alternativă este echivalentă din punct de vedere al puterii transmise spre sarcină cu o baterie de 10 V în curent continuu, putem denumi aceasta o sursă de 10 V. Mai precis, spunem că tensiunea efectivă este de 10 V. În limba engleză notația este de 10 V *RMS*, notație ce o vedem adesea mai ales în sistemele audio. RMS înseamnă Root Mean Square și se referă la modalitatea matematică de obținere a acestei valori, și anume,

ridicarea la pătrat a tuturor valorilor de pe graficul forme de undă, atât pozitive cât și negative, calcularea valorii medii a acestora și introducerea lor sub radical pentru obținerea valorii finale, efective.

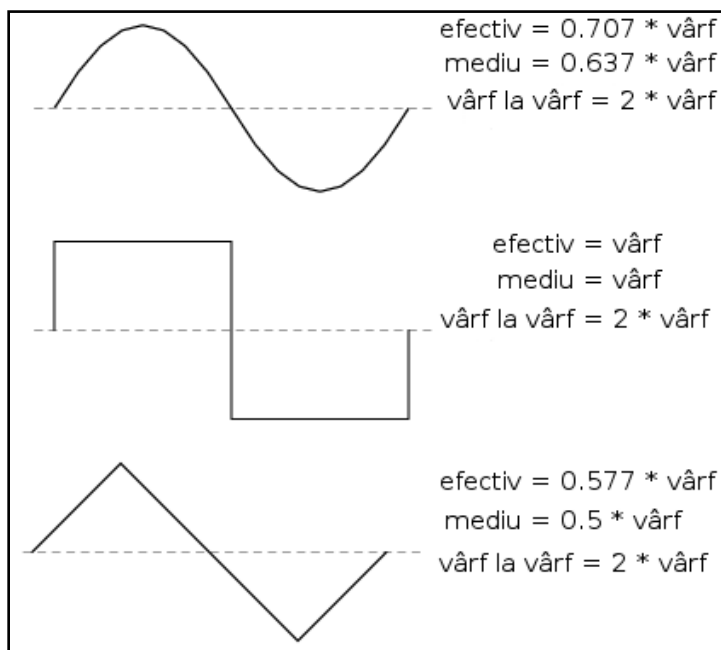
Măsurarea valorii efective este cea mai bună modalitate de realizare a echivalenței dintre cele două tipuri de electricitate, continuă și alternativă, indiferent de natura formelor de undă implicate, fie sinusoidale, triunghiulare sau de orice altă formă.

Măsurarea efectivă a valorilor de vârf

Măsurătorile vârf la vârf sunt cel mai bine efectuate cu ajutorul unui osciloscop, deoarece acesta poate indica vârful forme de undă cu o acuratețe maximă. Pentru măsurarea valorilor efective, aparatele de măsură analogice vor funcționa doar dacă au fost special calibrate pentru acest scop. Datorită inerției mecanice și efectului de atenuare, deplasarea indicatorului electromecanic al aparatului de măsură va fi în proporție cu valoarea medie a undei alternative, și nu valoarea ei efectivă. Datorită acestui lucru, aparatele de măsură analogice trebuie calibrate, iar acuratețea acestei operații depinde de natura forme de undă presupuse, de obicei sinusoidală.

Cele mai bune aparate de măsură a valorilor efective sunt cele electronice, special concepute pentru acest tip de măsurători. O metodă constă în măsurarea temperaturii unui element rezistiv pentru redarea precisă a valorii efective fără alte calcule matematice, folosind doar legile fizici. Acuratețea acestui tip de măsurătoare este independentă de natura forme de undă.

Coeficienții formelor de undă pure



Pentru forme de undă „pure”, există niște coeficienți pentru calcularea relației dintre valorile de vârf, vârf la vârf, medii practice și valorii efective ale acestora.

Pe lângă acești coeficienți, mai există și alte modalități de exprimare a proporționalității între formele de undă fundamentale.

Factorul de vârf

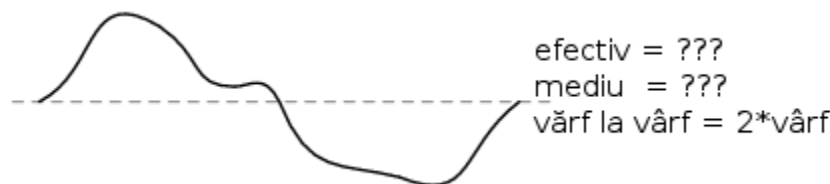
Factorul de vârf a unei forme de undă alternative este raportul dintre valoarea sa de vârf și valoarea efectivă.

Factorul de formă

Factorul de formă reprezintă raportul dintre valoarea efectivă a undei și valoarea sa medie.

Observații

Factorii de vârf și formă ale undelor dreptunghiulare sunt întotdeauna egali cu 1, din moment ce valoarea de vârf este egală cu cea medie (practică) și cea efectivă. Formele de undă sinusoidale au o valoare efectivă de 0,707 ($1 / 2^{1/2}$) și un factor de formă de 1,11 ($0,707 / 0,636$). Formele de undă triunghiulare și dinte de fierăstrău a valorile efective de 0,577 ($1 / 3^{1/2}$) și factorii de formă egali cu 1,15 ($0,5777 / 0,5$).

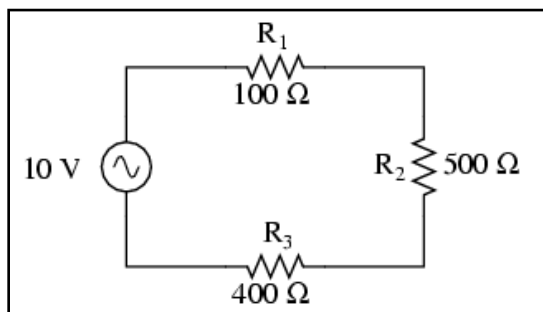


Țineți minte că aceste constatări de conversie între valorile de vârf, vârf la vârf, medii și efective ale unei forme de undă se pot folosi doar pentru formele de undă pure. Relațiile dintre aceste valori, folosind aceste constante, nu se pot aplica în cazul formele de undă distorsionate.

4. Rezolvarea circuitelor simple de curent alternativ

- Toate regulile și legile circuitelor de curent continuu sunt valabile și în cazul circuitelor de curent alternativ. Totuși, pentru circuitele complexe, valorile folosite vor trebui exprimate într-o formă matematică mai complexă

Circuit pur rezistiv



Rezolvarea circuitelor de curent alternativ se poate dovedi extrem de complexă în unele cazuri datorită comportamentului condensatoarelor și a bobinelor în acest caz. Totuși, în cazul circuitelor simple, constând dintr-o sursă de curent alternativ și

unul sau mai mulți rezistori, putem aplica aceleași reguli ca și în cazul curentului continuu fără alte complicații.

Formulele pentru rezolvarea circuitului de mai sus arată astfel:

$$R_{total} = R_1 + R_2 + R_3 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$I_{total} = \frac{E_{total}}{R_{total}} = \frac{10 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 10 \text{ mA}$$

$$E_{R1} = I_{total} R_1 = 1 \text{ V}$$

$$E_{R2} = I_{total} R_2 = 5 \text{ V}$$

$$E_{R3} = I_{total} R_3 = 4 \text{ V}$$

Rezistențele serie se adună, cele în paralel se diminuează, iar legea lui Ohm, legea lui Kirchhoff pentru tensiune și legea lui Kirchhoff pentru curent sunt și ele valabile. De fapt, după cum vom vedea, aceste reguli sunt *tot timpul* valabile, doar că trebuie să folosim forme matematice mai avansate pentru exprimarea tensiunii, curentului și a opoziției față de acesta. Pentru că acesta este însă un circuit pur rezistiv, complexitățile circuitelor de curent alternativ nu afectează rezolvarea lui.

Introduse într-un tabel, valorile de mai sus arată astfel:

Mărime	R ₁	R ₂	R ₃	Total	Unitate
E	1	5	4	10	V
I	10m	10m	10m	10m	A
R	100	500	400	1k	Ω

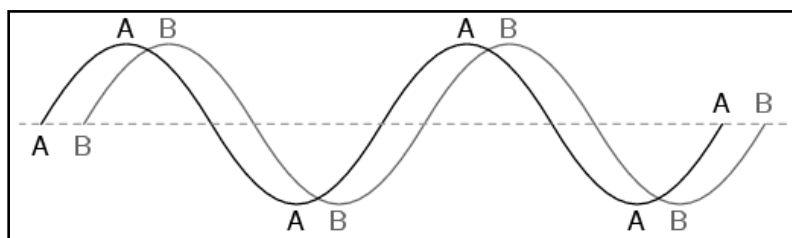
Observație

Un singur lucru foarte important trebuie ținut minte: toate mărimile folosite în curent alternativ trebuie exprimate folosind aceeași termeni (valori de vârf, vârf la vârf, medii sau efective). Dacă tensiunea sursei este dată ca valoare de vârf, atunci toți curenții și tensiunile calculate vor fi exprimate ca și valori de vârf. Același lucru este valabil și în cazul celorlalte tipuri de valori. Exceptând cazurile speciale ce vor fi descrise explicit, toate valorile tensiunilor și curenților din circuite se vor considera a fi valorile efective ale formelor de undă alternative și nu cele de vârf, vârf la vârf sau medii.

5. Fazele curentului alternativ

- Diferența de fază (defazajul) reprezintă ne-sincronizarea a două sau a mai multor forme de undă între ele
- Valoarea defazajului dintre două forme de undă poate fi exprimată prin grade
- Două sau mai multe forme de undă pot fi defazate înainte, înapoi sau se pot afla în fază (diferența de fază de 0 grade)
- Rezolvarea circuitelor de curent alternativ trebuie să ia în considerare atât amplitudinea undei cât și diferențele de fază existente; matematic, acest lucru se realizează cu ajutorul numerelor complexe

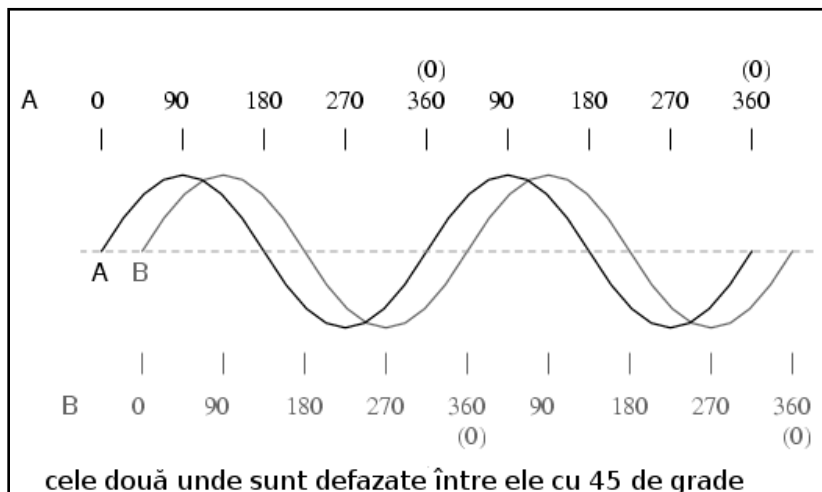
Defazajul (diferența de fază)



Lucrurile încep să se complice atunci când trebuie să comparăm două sau mai multe forme de undă alternative ce sunt defazate între ele. Prin această „defazare” se înțelege faptul că formele de undă nu sunt

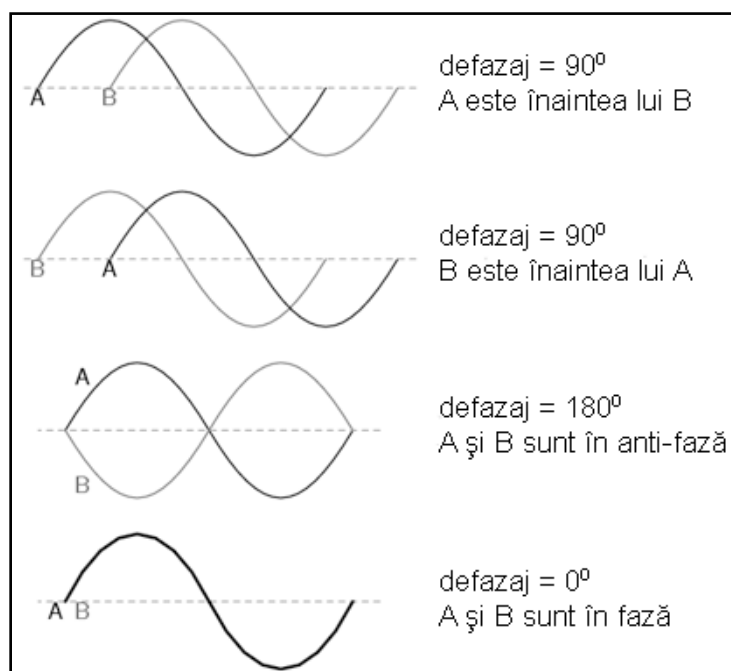
sincronizate, valorile lor de vârf și punctele de intersecție cu axa orizontală nu sunt identice în timp. Figura alăturată ilustrează acest lucru.

Cele două unde de mai sus (A și B) au aceeași amplitudine și frecvență, dar sunt defazate între ele.



În exemplele precedente am considerat faptul că funcția trigonometrică sinus este reprezentată grafic pornind din punctul zero (zero grade), continuând până la valoarea sa maximă pozitivă la 90 de grade, din nou la zero la 180 de grade, minimă negativă la 270 de grade și înapoi la punctul de plecare la 360 de grade.

Putem folosi această scară pentru axa orizontală pentru a exprima valoarea defazajului dintre cele două unde. Defazajul (diferența de fază) dintre cele două forme de undă este de 45 de grade, unda A fiind înaintea undei B.



O comparație între defazaje diferite ale undelor în graficele alăturate ilustrează mai bine acest concept.

Deoarece formele de undă de mai sus au aceeași frecvență, defazajul dintre ele este același în oricare punct din timp. Din acest motiv, putem exprima defazajul dintre două sau mai multe forme de undă ce au aceeași frecvență ca și o valoare constantă pentru întreaga undă, și nu doar între două puncte particulare. Putem spune, prin urmare, că tensiunea A este defazată cu 45 de grade față de tensiunea B, de exemplu.

Forma de undă ce este în față se numește defazată înainte, iar cea care este în urmă spunem că este

defazată înapoi.

Defazajul, ca și tensiunea, este tot timpul o valoare relativă între două lucruri. Nu putem spune că o formă de undă are o anumită fază absolută pentru că nu există o referință universală pentru fază. În mod uzual, în analiza circuitelor de curent alternativ, forma de undă a sursei de energie este folosită ca și referință de fază, sub formă de „x volți la 0 grade”. Orice altă tensiune sau curent alternativ va fi în fază sau defazată înainte sau înapoi față de această undă de referință.

Observație

Din acest motiv, circuitele de curent alternativ sunt mult mai complicate decât cele de curent continuu. La aplicarea legilor lui Ohm și Kirchhoff, trebuie luate în considerare atât amplitudinile cât și diferențele de faze între undele de tensiune sau curent. Operațiile de adunare, scădere, înmulțire sau împărțire trebuie să ia în considerare aceste lucruri, folosind sistemul numerelor complexe pentru reprezentarea amplitudinii și a fazei.

6. Principii ale undelor radio

Una dintre cele mai fascinante aplicații a energiei electrice constă în generarea undelor invizibile de energie, și anume, a undelor radio. Deși subiectul este prea vast pentru a fi acoperit în acest scurt capitol, vom prezenta totuși unele principii de bază.

Unde electromagnetice

Odată cu descoperirea accidentală a electromagnetismului de către Oersted, lumea științifică a realizat legătura strânsă dintre electricitate și magnetism. La trecerea unui curent electric printr-un conductor, se generează un câmp magnetic perpendicular pe axa de curgere. Asemănător, dacă un conductor este expus unui flux magnetic variabil perpendicular pe lungimea acestuia, se va produce o cădere de tensiune pe această porțiune. Până în acel moment, oamenii de știință știau că electricitatea și magnetismul erau strâns legate prin aceste principii enumerate mai sus. Totuși, o descoperire crucială se ascundea sub acest concept simplu al perpendicularității celor două câmpuri. Această descoperire reprezintă un moment crucial în istoria științei.

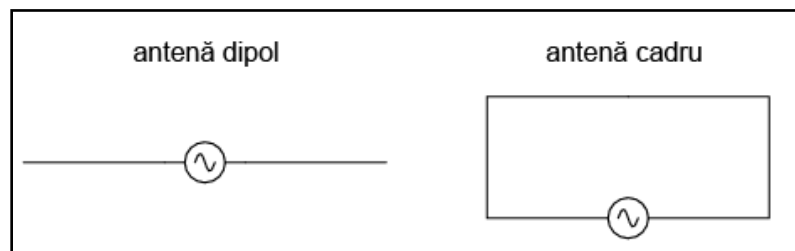
Cel responsabil de această revoluție conceptuală în domeniul fizicii a fost James Clerk Maxwell (1831-1879), cel care a unificat studiul electricității și a magnetismului sub forma unor ecuații diferențiale compacte (în număr de 4) ce-i poartă numele (ecuațiile lui Maxwell). Acestea descriu practic întreg comportamentul câmpurilor electrice și magnetice, dar, necesită un nivel înalt de abstractizare și pregătire matematică pentru a le putea înțelege. Formal însă, descoperirea lui Maxwell poate fi rezumată astfel: un câmp electric variabil produce un câmp magnetic perpendicular, iar un câmp magnetic variabil produce un câmp electric perpendicular.

Acest comportament poate avea loc în spațiu liber, cele două câmpuri alternante menținându-se unul pe celălalt pe măsură ce parcurg spațiul cu viteza luminii (în vid). Această structură dinamică formată din câmpuri electrice și magnetice este cunoscută sub numele de *undă electromagnetică*.

Există multe tipuri de energie radiantă naturală compusă din unde electromagnetice. Chiar și lumina este o undă electromagnetică. La fel razele-X și radiația gamma. Singura diferență dintre aceste tipuri de radiație electromagnetică este frecvența lor de oscilație (schimbarea polarității câmpurilor electrice și magnetice).

Crearea undelor electromagnetice cu ajutorul antenelor

Folosind o sursă de tensiune de curent alternativ, și un dispozitiv special ce poartă numele de *antena*, putem crea unde electromagnetice (cu o frecvență mult mai mică decât cea a luminii) relativ ușor. O antena nu este altceva decât un dispozitiv construit pentru a produce un câmp electric sau magnetic dispersiv. Cele două tipuri



fundamentale de antene sunt *antena dipol* și *antena cadru*, prezentate în figura de mai jos:

Deși cele două tipuri de antene nu sunt altceva decât un circuit deschis (dipol), respectiv un scurt-circuit (cadru), acești conductori reprezintă surse eficiente de

câmpuri electromagnetice atunci când sunt conectate la surse de curent alternativ de o frecvență corespunzătoare.

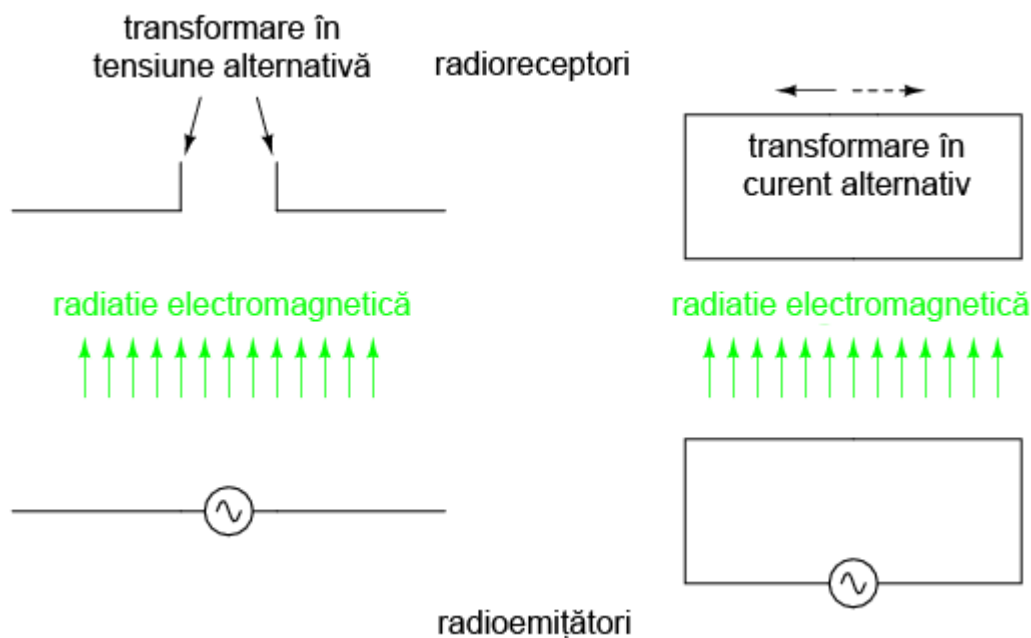
Cei doi conductori ai antenei dipol joacă rolul unui condensator (doi conductori separați de un dielectric). Dispersia câmpului electric este însă permisă, spre deosebire de condensatoarele propriu-zise unde acesta este concentrat între cele două armături.

Circuitul închis al antenei cadru se comportă precum o bobină cu miez (mare) de aer. Din nou, și în cazul acestei antene, dispersia câmpului este facilitată dinspre antenă spre mediul înconjurător. Acest lucru este în contradicție cu o bobină propriu-zisă, unde câmpurile magnetice sunt concentrate în interior.

Pe măsură ce antena dipol radiază un câmp electric în spațiu, va lua naștere un câmp magnetic variabil la unghiuri drepte. În acest fel, câmpul electric este susținut mai departe în spațiu, iar unda electromagnetică se propagă cu viteza luminii (în vid). Același lucru este valabil și pentru antena cadru, cu deosebirea că aceasta radiază inițial un câmp magnetic și nu electric. Rezultatul final este însă același: producerea controlată a unui câmp electromagnetic.

Transmisia și recepția undelor electromagnetice

Alimentată de o sursă de curent alternativ de frecvență înaltă, o antenă joacă rolul unui dispozitiv de transmisie. Tensiunea și curentul alternativ sunt convertite în energie sub forma undelor electromagnetice. Antenele pot de asemenea să intercepteze undele electromagnetice și să transforme energia lor în tensiunea și curent alternativ. În acest mod de funcționare, antena joacă rolul unui dispozitiv de recepție:



02 - Numere complexe

1. Introducere

- Un număr scalar este un tip de obiect matematic uni-dimensional folosit pentru măsurarea temperaturii, distanței, greutateii, etc.
- Un număr complex este un tip de obiect matematic bi-dimensional (două dimensiuni) folosit pentru a reprezenta valoarea cât și direcția
- Un vector, este reprezentarea grafică a unui număr complex, posedând direcție și sens. Câteodată, în aplicațiile electrice, mai este folosit și termenul de fazor, acolo unde unghiul vectorului reprezintă diferența de fază între formele de undă

Scop

Dacă dorim de exemplu să descriem distanța dintre două orașe, putem folosi o singură cifră, în kilometri, sau orice altă unitate de măsură pentru distanța liniară. Totuși, dacă vrem să descriem și modul de deplasare dintr-un oraș în altul, avem nevoie de mai multă informație pe lângă distanță propriu-zisă dintre orașe; trebuie să indicăm și direcția de mers în acest caz.

Mărimi scalare

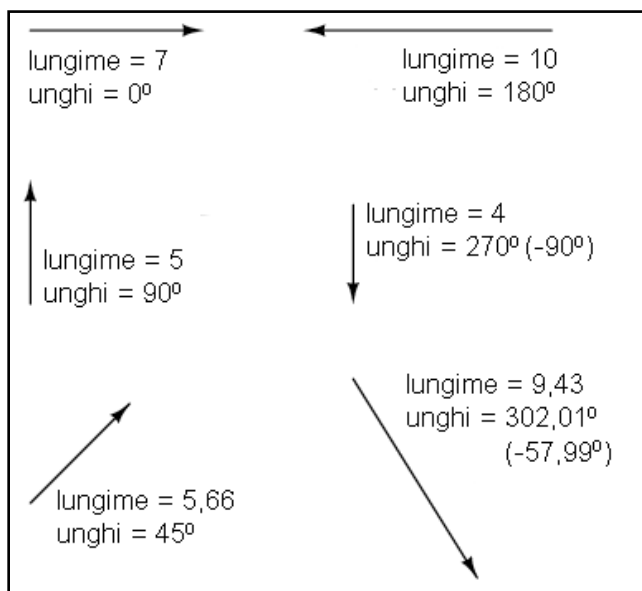
Tipul de informație ce exprimă o singură dimensiune, precum distanța liniară, poartă denumirea de scalar în matematică. Numerele scalare sunt cele folosite pentru desemnarea valori tensiunii unei baterii, de exemplu, a rezistenței sau a curentului, dacă vorbim de curent continuu.

Totuși, atunci când începem să analizăm circuitele electrice în curent alternativ, descoperim că valorile tensiunii, curentului și chiar a rezistenței (denumită impedanță în curent alternativ) nu sunt cantități uni-dimensionale precum în cazul circuitelor de curent continuu, ci, aceste cantități, fiind dinamice (alternează în direcție și amplitudine), posedă alte dimensiuni ce trebuiesc luate în considerare. Frecvența și diferența de fază sunt două dintre aceste dimensiuni adiționale.

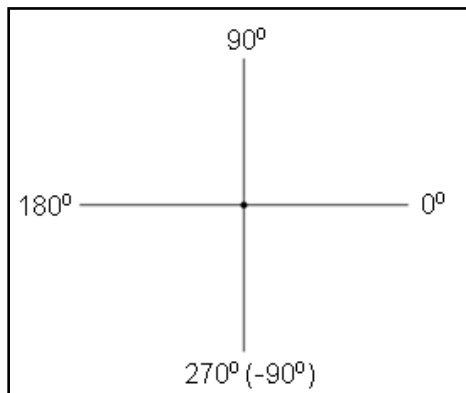
Mărimi complexe

Pentru a putea analiza cu succes circuitele de curent alternativ, trebuie să abandonăm numerele scalare și să luăm în considerare cele complexe, capabile să reprezinte atât amplitudine cât și faza unei unde în același timp.

Numerele complexe sunt mai ușor de înțeles dacă sunt trecute pe un grafic. Dacă desenăm o linie cu o anumită lungime (amplitudine) și unghi (direcție), obținem o reprezentare grafică a unui număr complex, reprezentare cunoscută în fizica sub numele de vector.



Sistemul de referință al vectorilor

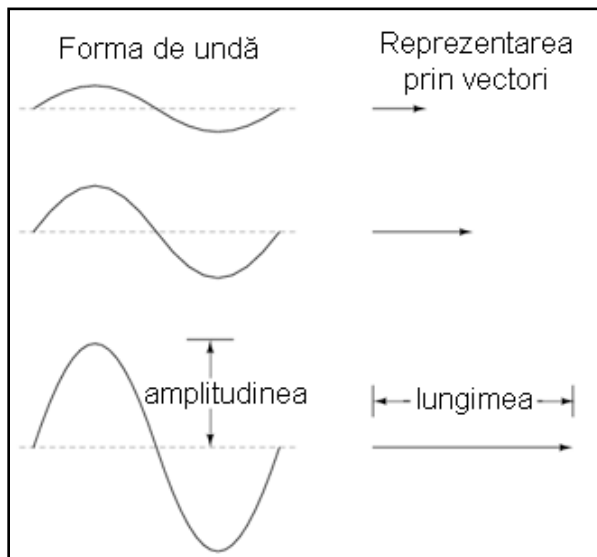


Precum în cazul distanțelor și direcțiilor de pe o hartă, trebuie să avem un sistem de referință pentru ca toate aceste valori să aibă un sens. În acest caz, dreapta înseamnă 0° , iar unghiurile sunt măsurate în direcție pozitivă în sensul invers acelor de ceasornic.

2. Vectori și forme de undă în curent alternativ

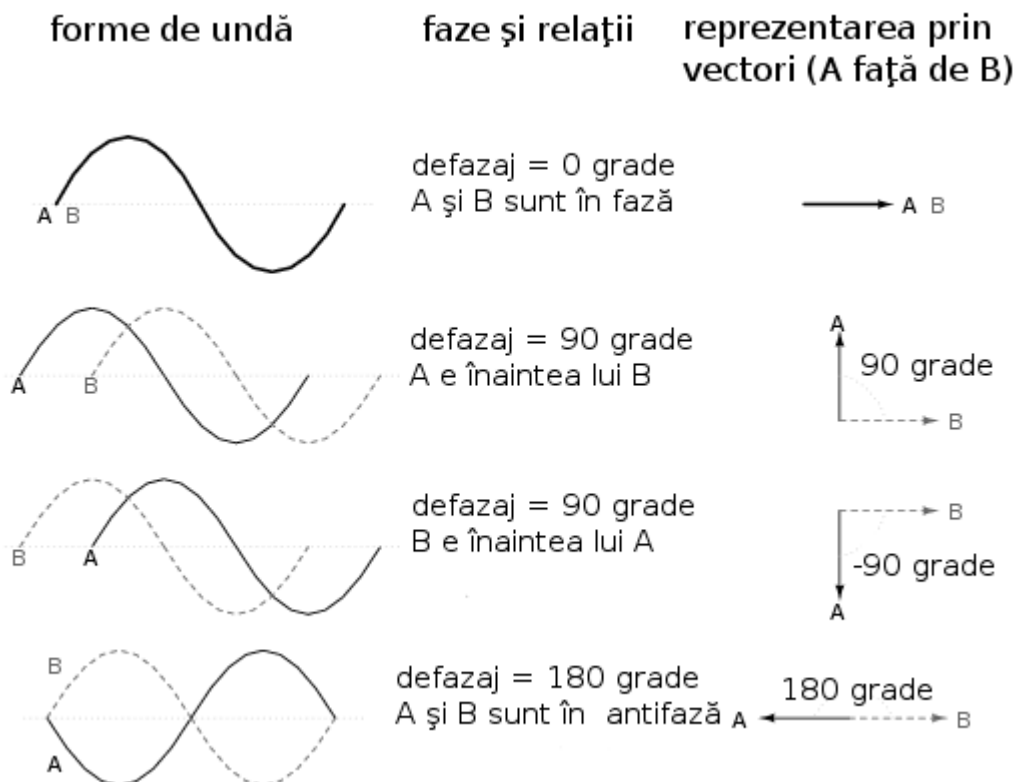
- Când este folosit pentru descrierea valorilor în curent alternativ, lungimea unui vector reprezintă amplitudinea undei iar unghiul său reprezintă diferența de fază (defazajul) undei față de unda de referință

Lungimea vectorului



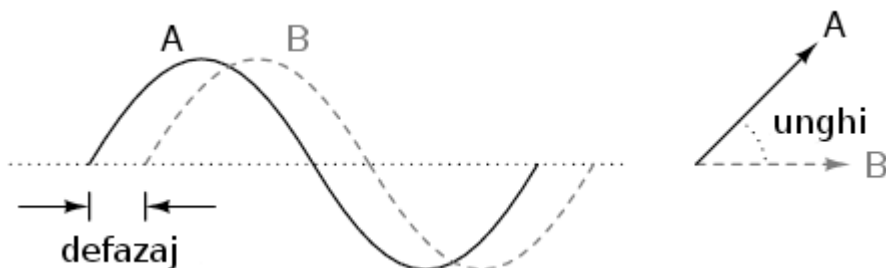
Să luăm câteva exemple de reprezentare a formelor de undă în curent alternativ cu ajutorul vectorilor, unde lungimea vectorului reprezintă amplitudinea undei.

Unghiul vectorului



Cu cât amplitudinea formei de undă este mai mare, cu atât lungimea vectorului corespunzător va fi mai mare. Pe de altă parte, unghiul vectorului reprezintă diferența de fază (defazajul) dintre unda considerată și o altă formă de undă de referință. De obicei, atunci când exprimăm faza unei forme de undă, punctul de referință îl

reprezintă forma de undă a sursei de alimentare, considerată a fi 0° . Țineți minte că faza este tot timpul o mărime relativă dintre două unde și nu o proprietate absolută a undelor.



Cu cât defazajul dintre formele de undă considerate este mai mare, cu atât este mai mare unghiul dintre vectorii corespunzători.

3. Adunarea simplă a vectorilor

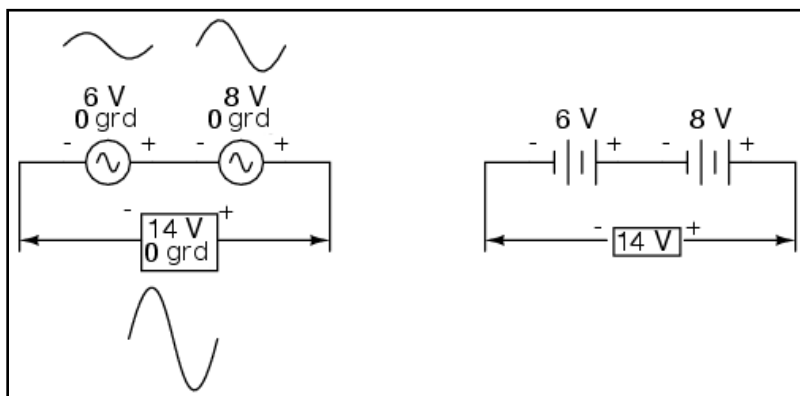
- Vectorii ce au același unghi se adună precum oricare altă mărime scalară
- Vectorii ce se află în opoziție de fază (defazaj de 180°) se scad la fel ca orice altă mărime scalară

Unghi identic (0°)

$$\begin{array}{ccc} \text{lungime} = 6 & \text{lungime} = 8 & \text{lungime totală} = 6 + 8 = 14 \\ \text{unghi} = 0 \text{ grade} & \text{unghi} = 0 \text{ grade} & \text{unghi} = 0 \text{ grade} \end{array}$$

Operațiile ce pot fi efectuate asupra vectorilor sunt aceleași care sunt posibile asupra oricărei mărimi scalare: adunare, scădere, înmulțire, împărțire. Dintre toate acestea, adunarea este probabil cea mai ușor de înțeles. Dacă adunăm doi vectori ce au același unghi, lungimile lor se adună precum o mărime scalară.

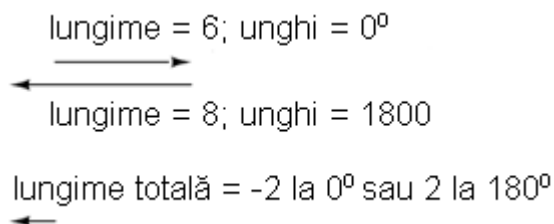
Surse de tensiune



Similar, dacă două sau mai multe surse de curent alternativ cu aceeași fază sunt conectate în serie, tensiunile lor se adună asemenea tensiunilor bateriilor.

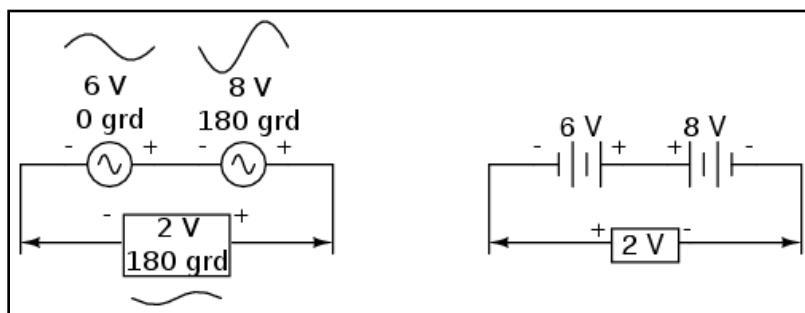
Observați notația „+” și „-” la bornele surselor de alimentare în curent alternativ. Chiar dacă noțiunea de polaritate nu este aceeași precum în curent continuu, aceste notații sunt esențiale pentru scoaterea în evidență a fazei unei de referință (tensiunea).

Opoziția de fază (180°)



Dacă adunăm doi vectori, a căror diferență de fază este de 180° , aflați prin urmare în opoziție, lungimile lor se scad, asemenea operației de adunare dintre doi scalari, unul pozitiv și celălalt negativ.

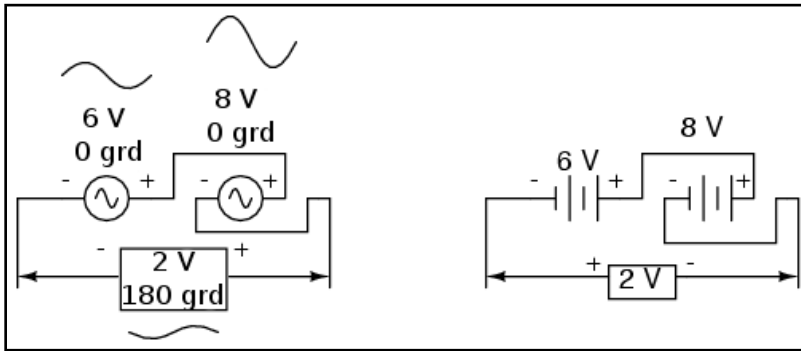
Surse de tensiune



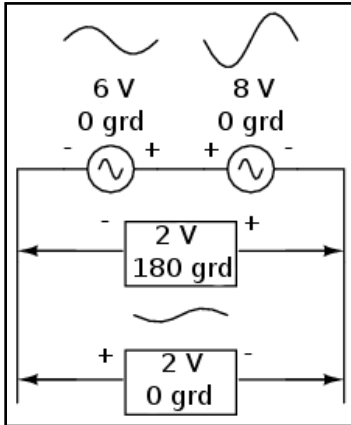
În mod similar, dacă două surse de curent alternativ aflate în anti-fază (defazaj de 180°) sunt conectate în serie, tensiunile lor se scad asemenea bateriilor de curent continuu conectate în opoziție.

Pentru a determina dacă cele două surse se află în opoziție una față de cealaltă, este nevoie de o examinare atentă atât a polarității (+ sau -) cât și a fazelor. Polaritățile de mai sus tind să indice faptul că cele două tensiuni sunt aditive (de la stânga spre dreapta: - și + la sursa de 6 V, - și + la sursa de 8 V). Chiar dacă aceste notații ar indica în mod normal un efect aditiv într-un circuit de curent continuu (cele două tensiuni „lucrează” împreună pentru a produce o tensiune rezultată mai mare), în acest circuit de curent alternativ, cele două tensiuni se scad pentru a da tensiunea finală, deoarece faza uneia dintre ele este de 0° , iar a celeilalte de 180° . Rezultatul total este o tensiune de 2 V, la 180° , sau, -2 V la 0° .

Exemplu

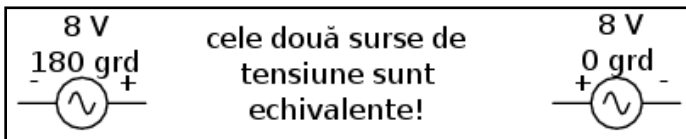


Un alt exemplu în care tensiunile se scad este cel din figura alăturată.



După cât am văzut mai sus, există două moduri de reprezentare a rezultatului final.

Inversarea fazei

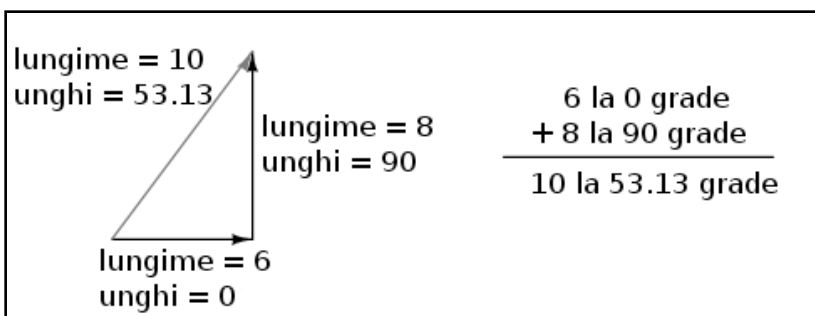


O inversare a firelor sursei de curent alternativ este echivalentă cu schimbarea fazei acelei surse cu 180 de grade.

4. Adunarea complexă a vectorilor

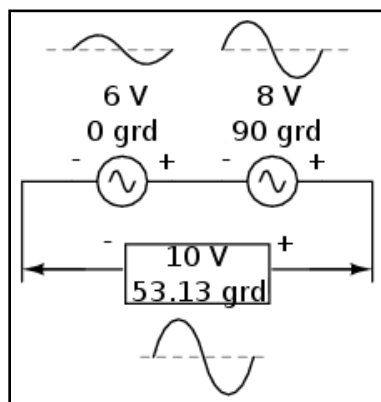
- Adunarea vectorilor cu unghiuri diferite se realizează trigonometric

Vectori cu unghiuri diferite



Dacă adunăm doi vectori cu unghiuri diferite, lungimile lor se adună diferit față de cele scalare.

Surse de tensiune



Dacă două tensiuni alternative, defazate cu 90° între ele, sunt conectate în serie, amplitudinile lor nu se adună sau scad direct precum valorile scalare în cazul curentului continuu. În schimb, aceste tensiuni sunt valori complexe, și, precum în cazul vectorilor de mai sus a căror adunare se realizează trigonometric, o sursă de 6 V la 0° adunată (conectată în serie) cu o sursă de 8 V la 90° , rezultă într-o tensiune de 10 V a cărei fază este de 53.13° .

Prin comparație cu circuitele de curent continuu, acest lucru poate părea ciudat la început. De exemplu, cu ajutorul unui voltmetru, putem citi indicațiile de 6 și respectiv 8 volți la bornele celor două surse de curent alternativ, dar tensiunea totală indicată de acesta va fi de „doar” 10 volți!

5. Notăția polară și rectangulară a numerelor complexe

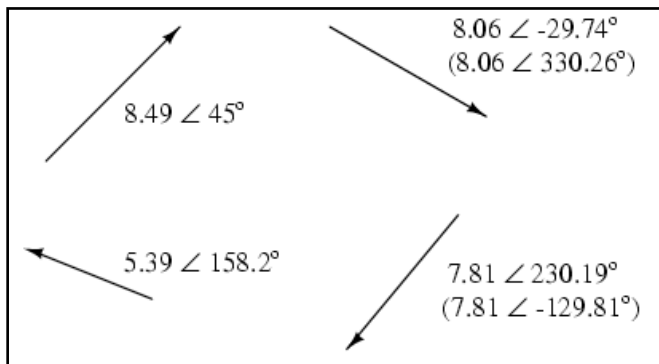
- Notăția polară desemnează un număr complex ca fiind compus din lungimea și direcția vectorului față de punctul de plecare
- Notăția rectangulară desemnează un număr complex ca fiind compus din dimensiunile orizontale și verticale ale vectorului
- Transformarea din notația polară în cea rectangulară și invers, se face relativ ușor

Scop

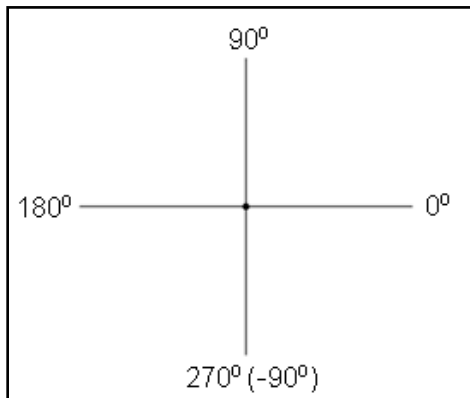
Pentru a putea lucra cu aceste numere complexe fără a fi nevoiți să desenăm tot timpul vectori, avem nevoie de o notație matematică standard. Există două forme pentru notația numerelor complexe: polară și rectangulară.

Notăția polară

Forma polară constă în exprimarea unui număr complex prin lungimea (cunoscută și sub numele de dimensiune, valoare absolută sau modul) și unghiul vectorului (desemnă de obicei prin simbolul \angle).



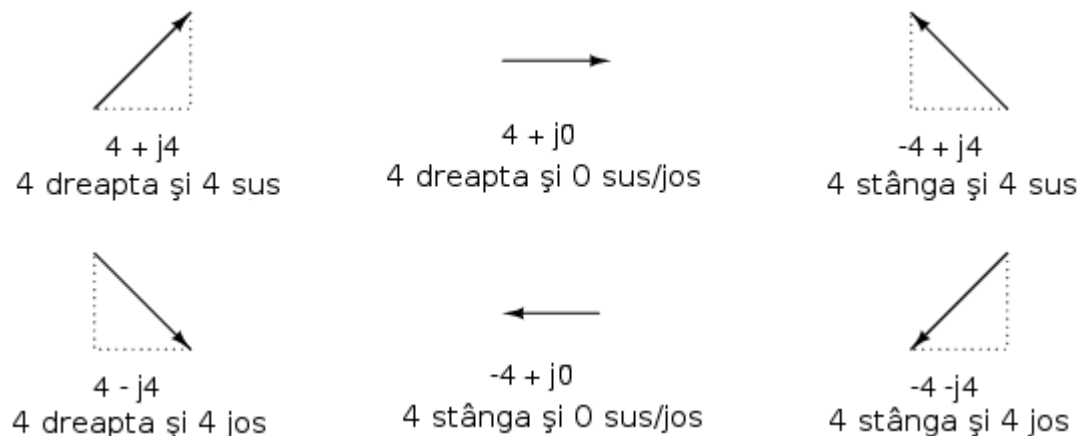
Alăturat avem două exemple de vectori împreună cu notația lor polară.



Orientarea standard pentru unghiurile vectorilor în curent alternativ definește unghiul de 0° (sau 360°) ca fiind în dreapta (axa orizontală), 90° sus, 180° stânga, 270° jos. Atenție, vectorii a căror unghi este „în jos” pot fi reprezentați cu ajutorul notației polare ca fiind vectori pozitivi cu un unghi de peste 180° , sau ca numere negative cu unghiuri sub 180° . De exemplu, putem spune că un vector cu unghiul $\angle 270^\circ$ (direct în jos) are unghiul de -90° (notație echivalentă). Vectorul de mai sus ($7,81 \angle 230.19^\circ$) poate fi descris de asemenea prin $7,81 \angle -129.81^\circ$.

Notația rectangulară

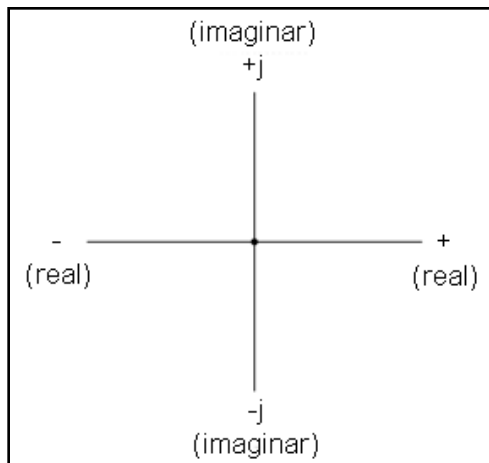
Forma rectangulară constă în reprezentarea vectorului prin componentele sale orizontale și verticale. În esență, vectorul unghiular este considerat a fi ipotenuza unui unghi drept și descris cu ajutorul lungimilor laturilor opuse respectiv adiacente. În loc să descrie lungimea și direcția unui vector prin precizarea lungimii și a unghiului, acesta este descris în termenii „cât de departe în stânga/dreapta” și „cât de departe „sus/jos”.



Aceste două valori dimensionale (orizontală și verticală) sunt simbolizate prin două valori numerice. Pentru a putea face distincție între cele două dimensiuni, cea verticală este însoțită de notația „i” (în matematica pură) sau „j” (în domeniul electric). Aceste litere nu reprezintă o variabilă fizică (precum curentul instantaneu, simbolizat de

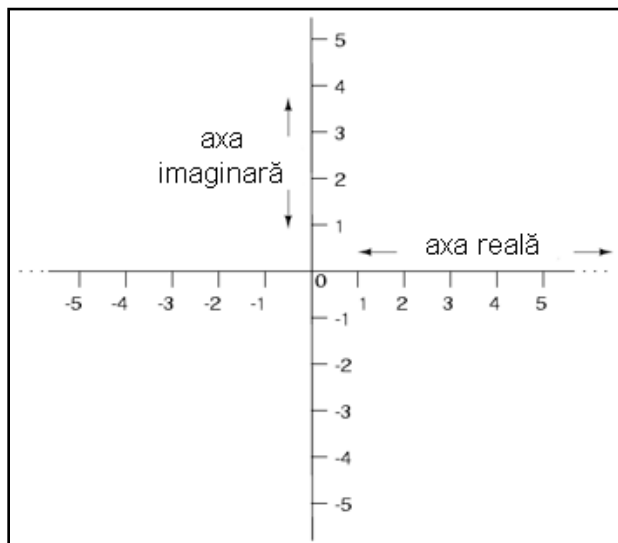
asemenea prin „i”), ci sunt operatori matematici folosiți pentru a face distincția dintre componenta verticală și cea orizontală a unui vector. Ca și număr complex complet, valorile cele două componente sunt scrise ca și sumă.

Componenta reală și componenta imaginară



Componenta orizontală este denumită componentă reală deoarece aceasta este compatibilă cu numerele normale, scalare („reale”). Componenta verticală este denumită componenta imaginară, deoarece această dimensiune se află pe o altă direcție și nu are nicio legătură cu scara numerelor reale.

Axa reală și axa imaginară

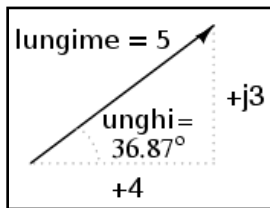


Cele două axe poartă denumirea de axa reală respectiv axa imaginară.

Diferența dintre cele două notații

Oricare dintre cele două forme poate fi folosită pentru numerele complexe. Principalul motiv pentru care există două sisteme de notație valide se datorează faptului că forma rectangulară este ușor de folosit pentru adunare și scădere, iar forma polară pentru înmulțire și împărțire.

Transformarea din formă polară în formă rectangulară



Conversia de la o formă la alta se poate realiza pe cale trigonometrică destul de ușor. Pentru a transforma forma polară în forma rectangulară, aflăm mai întâi componenta reală prin înmulțirea lungimii polare cu cosinusul unghiului, iar componenta imaginară prin înmulțirea lungimii polare cu sinusul unghiului.

Acest lucru poate fi înțeles mult mai ușor dacă desenăm valorile ca și laturi ale unui triunghi dreptunghic, ipotenuza acestuia reprezentând exact vectorul analizat (lungimea și unghiul său față de orizontală reprezintă forma sa polară), latura orizontală fiind componenta reală, iar latura verticală reprezentând componenta imaginară:

Calcululele de transformare arată astfel:

$$5 \angle 36,87 - \text{forma polară}$$

$$5 \cos 36,87^\circ = 4 - \text{componenta reală}$$

$$5 \sin 36,87^\circ = 3 - \text{componenta reală}$$

$$4 + 3j - \text{forma rectangulară}$$

Transformarea din formă rectangulară în formă polară

Pentru a realiza conversia de la forma rectangulară la cea polară, găsim mai întâi lungimea polară folosind teorema lui Pitagora, fiindcă lungimea polară este ipotenuza unui triunghi dreptunghic, iar componenta reală și cea imaginară sunt reprezentate de latura adiacentă respectiv cea opusă. Găsim unghiul ca fiind raportul dintre arc-tangenta componentei imaginare și componenta reală, astfel:

$$4 + 3j - \text{forma rectangulară}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} - \text{teorema lui Pitagora}$$

$$\text{lungimea polară} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$$

$$\text{unghiul polar} = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) = 36,87^\circ$$

$$5 \angle 36,87 - \text{forma polară}$$

6. Aritmetica numerelor complexe

- Asupra numerelor complexe se pot efectua toate operațiile aritmetice de adunare, scădere, înmulțire și împărțire

Adunarea numerelor complexe

$2 + j5$	$175 - j34$	$-36 + j10$
$+ 4 - j3$	$+ 80 - j15$	$+ 20 + j82$
$6 + j2$	$255 - j49$	$-16 + j92$

Pentru adunarea numerelor complexe, adunăm pur și simplu componentele reale pentru a determina componenta reală a sumei cele două numere complexe; același lucru este valabil

și pentru componenta imaginară.

Scăderea numerelor complexe

$2 + j5$	$175 - j34$	$-36 + j10$
$- (4 - j3)$	$- (80 - j15)$	$- (20 + j82)$
$-2 + j8$	$95 - j19$	$-56 - j72$

Pentru scăderea numerelor complexe, se aplică același principiu de mai sus, doar cu scădere în loc de adunare.

Înmulțirea numerelor complexe

$$(35 \angle 65^\circ)(10 \angle -12^\circ) = 350 \angle 53^\circ$$

$$(124 \angle 250^\circ)(11 \angle -100^\circ) = 1364 \angle -10^\circ \text{ sau}$$

$$(124 \angle 250^\circ)(11 \angle -100^\circ) = 1364 \angle 350^\circ$$

$$(3 \angle 30^\circ)(5 \angle -30^\circ) = 15 \angle 0^\circ$$

Pentru operațiile de înmulțire și împărțire forma preferată este cea polară. Atunci când efectuăm înmulțirea numerelor complexe sub formă polară, înmulțim dimensiunile numerelor complexe pentru determinarea dimensiunii produsului și adunăm unghiurile numerelor complexe pentru determinarea unghiului final al produsului.

Împărțirea numerelor complexe

$$\frac{35 \angle 65^\circ}{10 \angle 12^\circ} = 3,5 \angle 77^\circ$$

$$\frac{124 \angle 250^\circ}{11 \angle 100^\circ} = 11,273 \angle 150^\circ$$

$$\frac{3 \angle 30^\circ}{5 \angle -30^\circ} = 0,6 \angle 60^\circ$$

Pentru efectuarea împărțirii numerelor complexe, calculăm pur și simplu raportul dintre dimensiunea primului număr complex cu dimensiunea celui de al doilea pentru aflarea dimensiunii finale a raportului, și scădem unghiul celui de al doilea număr complex din primul pentru a afla unghiul final al raportului dintre cele două numere complexe.

Reciproca (inversa) numerelor complexe

$$\frac{1}{35 \angle 65^\circ} = \frac{1 \angle 0^\circ}{35 \angle 65^\circ} = 0,028 \angle -65^\circ$$

$$\frac{1}{10 \angle -12^\circ} = \frac{1 \angle 0^\circ}{10 \angle -12^\circ} = 0,1 \angle 12^\circ$$

$$\frac{1}{0,0032 \angle 10^\circ} = \frac{1 \angle 0^\circ}{0,0032 \angle 10^\circ} = 312,5 \angle -10^\circ$$

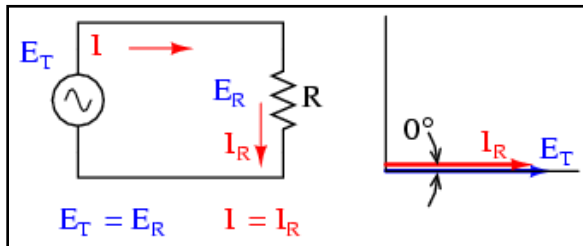
Pentru a obține reciproca ($1/x$), sau inversa unui număr complex, calculăm raportul dintre valoarea scalară 1 (unghi zero) și numărul complex sub formă polară.

03 - Reactanța și impedanța inductivă

1. Circuite rezistive

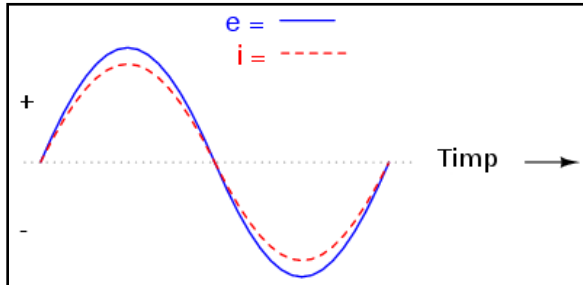
- Într-un circuit pur rezistiv, curentul și tensiunea sunt tot timpul în fază
- Într-un circuit pur rezistiv, întreaga putere este disipată sub formă de căldură

Circuit pur rezistiv



Să considerăm un circuit de curent alternativ pur rezistiv (format doar din rezistori și surse de putere), caz în care tensiunea și curentul sunt în fază (unghiul de defazaj dintre ele este 0°).

Graficul formelor de undă

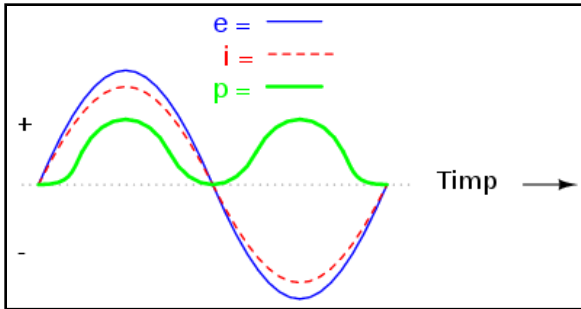


Dacă trecem curentul și tensiunea din circuitul de mai sus pe un grafic, acesta va arăta aproximativ ca în figura alăturată.

Deoarece rezistorul se opune pur și simplu deplasării electronilor prin circuit în mod direct, în orice moment din timp, forma de undă a căderii de tensiune pe rezistor este exact în fază cu forma de undă a curentului prin acesta. Putem lua în considerare orice punct de pe axa orizontală a graficului și compara valorile curentului și ale tensiunii între ele (aceste puncte poartă denumirea de valori instantanee). Astfel, atunci când valoarea instantanee a curentului este zero, valoarea instantanee a tensiunii este și ea zero.

De asemenea, atunci când curentul prin rezistor atinge valoarea sa maximă pozitivă, tensiunea la bornele sale este și ea la valoarea sa maximă pozitivă. În orice punct de-a lungul formelor de undă, putem aplica legea lui Ohm pentru valorile instantanee a curentului și tensiunii.

Calcularea puterii



Putem de asemenea să calculăm puterea disipată de rezistor și să completăm graficul alăturat.

Se poate observa de pe grafic faptul că puterea nu are niciodată o valoare negativă. Atunci când valoarea curentului este pozitivă, și tensiunea este pozitivă, produsul celor două ($p = ie$) fiind prin urmare pozitiv. Atunci când curentul este negativ, și tensiunea este negativă, ceea ce se traduce din nou printr-un produs pozitiv între cele două. Această polaritate unică ne spune de fapt că rezistorul disipă tot timpul puterea generată de sursă sub formă de căldură. Indiferent de valoarea curentului, pozitivă sau negativă, un rezistor va disipa tot timpul energie.

2. Circuite inductive. Reactanța

- Într-un circuit pur inductiv, tensiunea este defazată cu 90° înaintea curentului, sau echivalent, curentul este defazat cu 90° în urma tensiunii
- Reactanța inductivă reprezintă opoziția bobinei față de curentul alternativ datorată defazajului ce apare la stocarea și eliberarea energiei sub formă de câmp magnetic. Simbolul reactanței este „X”, iar unitatea de măsură este ohm-ul, exact ca în cazul rezistenței (R)
- Matematic, reactanța inductivă se calculează folosind formula: $X_L = 2\pi fL$
- Viteza unghiulară a unui circuit electric în curent alternativ reprezintă un alt mod de exprimare a frecvenței sale; unitatea de măsură este radian electric per secundă în loc de numărul de perioade per secundă. Simbolul este litera grecească „omega”, ω
- Reactanța inductivă crește odată cu creșterea frecvenței, și invers. Cu alte cuvinte, cu cât frecvența este mai mare, cu atât este mai mare opoziția față de deplasarea electronilor (în curent alternativ)

Scop

Bobinele au un comportament diferit față de cel al rezistorilor atunci când sunt introduse în circuit. Față de rezistori, care doar se opun trecerii curentului prin acel punct din circuit în care aceștia sunt conectați (prin dezvoltarea unei căderi de tensiune direct proporționale cu valoarea curentului), bobinele se opun variației curentului prin ele, prin dezvoltarea unei căderi de tensiune direct proporționale cu rata de variație a curentului. În conformitate cu legea lui Lenz, polaritatea acestei tensiuni induse este astfel încât valoarea curentului să se mențină la valoarea curentă, și anume, dacă valoarea curentului crește, tensiunea indusă se va opune deplasării electronilor;

în cazul descreșterii curentului, polaritatea este inversă pentru a putea împinge electronii și a se opune descreșterii curentului. Această opoziție la variația curentului poartă denumirea de reactanță, în loc de rezistență.

Reactanța (X)

Opoziția unei bobine sau a unui condensator față de variația curentului se traduce printr-o opoziție față de curentul alternativ în general, curent ce este prin definiție variabil în amplitudine instantanee și direcție (polaritate). Această opoziție față de curentul alternativ este similară rezistenței, dar diferită prin faptul că rezultă întotdeauna într-o diferență de fază între curent și tensiune, iar puterea disipată este zero. Datorită acestei diferențe, are și o denumire specifică: reactanță. Reactanță în curent alternativ se exprimă în ohmi (Ω), la fel ca și rezistența, doar că simbolul matematic este X, în loc de R.

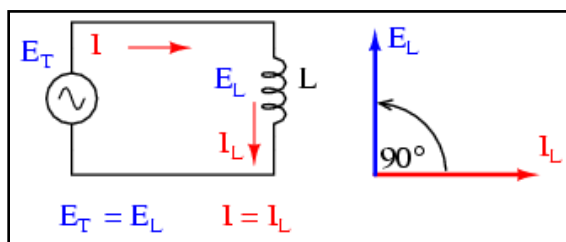
Relația tensiune-curent a bobinei

Matematic, relația dintre căderea de tensiune pe o bobină și rata variației curentului prin aceasta, se exprimă astfel:

$$e = L \frac{di}{dt}$$

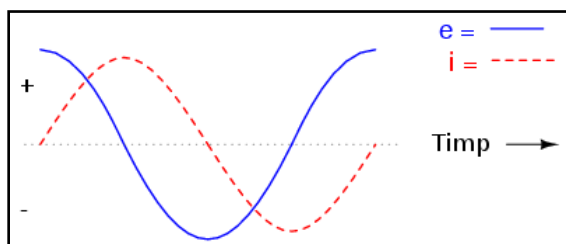
Expresia di/dt reprezintă derivata curentului cu timpul, adică rata de variația a curentului instantaneu (i) cu timpul, în amperi per secundă. „L” reprezintă inductanța în Henry, iar „e” este tensiunea instantanee. Câteodată în loc de „e” se mai folosește și „v”, dar cele două notații sunt echivalente (vezi și relația tensiune-curent a bobinei).

Circuit pur inductiv

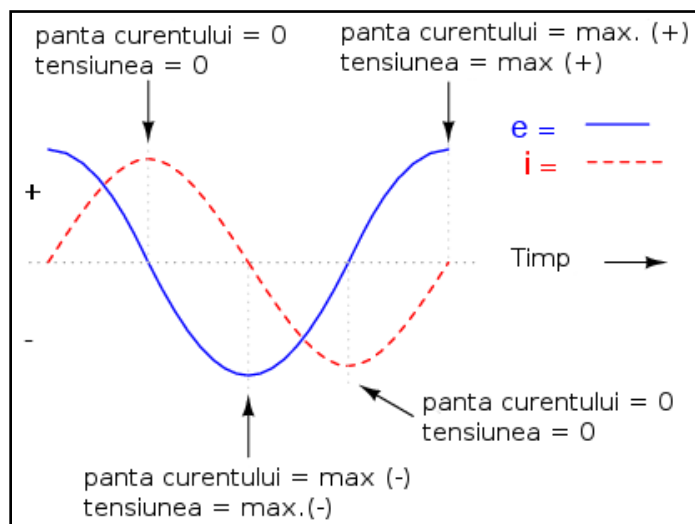


Să analizăm un circuit pur inductiv (format doar din bobine și surse de putere) simplu în curent alternativ. În acest caz, curentul este defazat în urma tensiunii cu 90° .

Graficul formelor de undă



Graficul tensiunii și al curentului în acest caz este cel din figura alăturată.



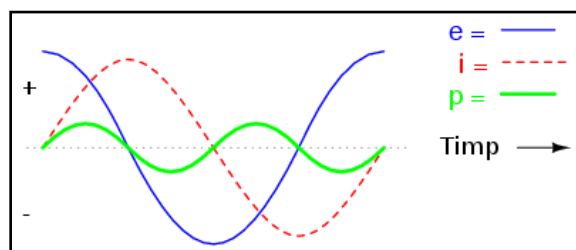
Rețineți faptul că valoarea căderii de tensiune pe bobină este în funcție de variația curentului prin aceasta.

Prin urmare, tensiunea instantanee este zero ori de câte ori curentul instantaneu este la valoarea maximă, de vârf (pozitivă sau negativă), deoarece în acest caz variația, sau panta, este zero; tensiunea instantanee are o valoare maximă, de vârf, atunci când panta curentului instantaneu, sau variația acestuia este maximă (intersecția formei de undă cu axa orizontală a timpului). Datorită acestui fapt, formele de undă sunt

defazate cu 90° .

Dacă ne uităm pe grafic, observăm că unda de tensiune are un mic „avantaj” față de unda de curent; prin urmare, spunem că tensiunea este defazată cu 90° înaintea curentului, sau echivalent, curentul este defazat cu 90° în urma tensiunii.

Calcularea puterii



Lucrurile devin și mai interesante atunci când introducem și forma de undă a puterii pe grafic.

Puterea negativă

Deoarece puterea instantanee reprezintă produsul dintre tensiunea și curentul instantaneu ($p = ie$), puterea este egală cu zero atunci când curentul sau tensiunea instantanee este zero. Ori de câte ori curentul și tensiunea instantanee sunt ambele pozitive sau ambele negative, puterea este și ea pozitivă. Dar, datorită faptului că cele două unde de tensiune, respectiv curent, sunt defazate între ele cu 90° , există momente în care una este pozitivă și cealaltă negativă, rezultatul fiind o putere instantanee negativă.

Dar ce înseamnă putere negativă? Înseamnă că bobina eliberează putere înapoi în circuit, iar putere pozitivă înseamnă că aceasta absoarbe putere din circuit. Acest lucru dovedește faptul că bobina nu „consumă” putere precum o face un rezistor (ce o disipă sub formă de căldură), ci puterea absorbită din circuit este stocată sub formă de câmp magnetic. În cazul de față, datorită faptului că duratele de putere pozitivă și negativă sunt perfect egale, bobina generează aceeași cantitate de putere înapoi în circuit pe care a absorbit-o într-o perioadă completă de timp.

Practic, reactanța (rezistență în curent continuu) bobinei nu disipă energie, sau echivalent, energia disipată de aceasta este zero. Atenție, cazul de sus este cel al unei bobine ideale, cu rezistență zero.

Reactanța inductivă

Pentru a fi mai exacti, reactanța asociată cu o bobină poartă numele de reactanță inductivă și este simbolizată prin X_L .

Din moment ce căderea de tensiune pe bobine este proporțională cu rata de variație a curentului, căderea de tensiune va fi mai mare pentru variații mai rapide de curent, și mai mică pentru variații mai lente. Acest lucru înseamnă că reactanța în ohmi pentru oricare bobină, este direct proporțională cu frecvența curentului alternativ. Matematic, acest lucru se exprimă astfel:

$$X_L = 2\pi fL \text{ sau}$$

$$X_L = \omega L$$

unde,

ω = viteza unghiulară

Dacă avem o bobină de 10 mH și o conectăm într-un circuit cu frecvența variabilă, astfel: 60, 120 și 2.500 Hz, reactanța (inductivă) a acestora în fiecare dintre cele trei cazuri este următoarea:

Frecvența (Hertz)	Reactanță (Ohm)
60	3.7699
120	7.5398
2500	157.0796

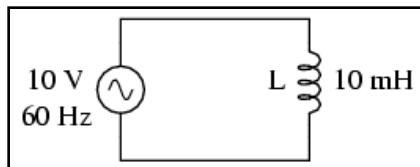
Viteza unghiulară

În formula de calcul a reactanței inductive, termenul „ 2π ” are un înțeles aparte. Este numărul de radiani pe secundă la care se „rotește” curentul alternativ, dacă ne imaginăm că o perioadă a curentului alternativ reprezintă o rotație completă. Radianul este o unitate de măsură unghiulară: într-o rotație completă există 2 radiani, echivalentul a 360° într-un cerc complet. Dacă generatorul ce produce curentul alternativ are doi poli, va produce o rotație completă pentru fiecare rotație completă a arborelui, adică la fiecare 2 radiani, sau 360° . Dacă această constantă, 2π , este înmulțită cu frecvența în Hertz (număr de rotații pe secundă), rezultatul va reprezenta o valoare în radiani per secundă, valoare cunoscută sub numele de viteza unghiulară a sistemului de curent alternativ.

Viteza unghiulară poate fi reprezentată prin expresia ω , sau poate fi reprezentată folosind propriul său simbol, și anume, litera grecească Omega, ω . Prin urmare, formula reactanței, $X_L = 2\pi fL$, poate fi rescrisă conform ecuației de mai sus ($X_L = \omega L$).

Trebuie înțeles faptul că această „viteză unghiulară” este o expresie a vitezei de rotație a formelor de undă în curent alternativ, o rotație completă fiind egală cu 2π radiani, și nu este neapărat viteza actuală a arborelui generatorului ce produce curentul alternativ. Dacă generatorul este format din mai mult de doi poli, viteza unghiulară va fi multiplu de viteza arborelui. Din acest motiv, viteza unghiulară ω este câteodată exprimată sub formă de radiani electrici per secundă, pentru a face diferență între aceasta și rotația mecanică.

Legea lui Ohm



Indiferent de modul în care reprezentăm viteza unghiulară a sistemului, este știut faptul că reactanța bobinei este direct proporțională cu aceasta. Odată cu creșterea frecvenței sistemului de curent alternativ (creșterea vitezei de rotație a arborelui generatorului), opoziția bobinei față de curgerea curentului va fi tot mai mare, și invers. Curentul alternativ într-un circuit inductiv simplu este egal cu raportul dintre tensiunea și reactanța inductivă, asemănător modului de calcul în c.c., sau în circuitele rezistive în c.a.:

$$X_L = 3,76 \, \Omega$$

$$I = \frac{E}{X} = \frac{10 \, \text{V}}{3,76 \, \Omega} = 2,65 \, \text{A}$$

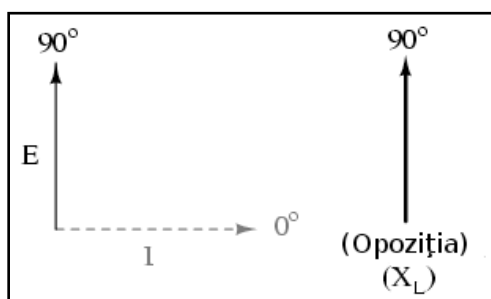
Unghiul de fază

Totuși, trebuie să fim atenți la faptul că tensiunea și curentul nu sunt în fază în acest caz. După cum am văzut, diferența de fază dintre cele două unde este de 90° . Dacă reprezentăm aceste unghiuri de fază matematic, sub forma numerelor complexe, observăm că opoziția unei bobine față de curent posedă și un unghi al fazei:

$$\text{opoziție} = \frac{\text{tensiune}}{\text{curent}} = \frac{10 \, \text{V} \angle 90^\circ}{2,65 \, \text{A} \angle 0^\circ} = 3,76 \, \Omega \angle 90^\circ \text{ sau}$$

$$\text{opoziție} = 0 + j 3,76 \, \Omega$$

Diagrama fazorială



Matematic, spunem că unghiul de fază a opoziției bobinei față de curent este de 90° , ceea ce înseamnă o mărime imaginară pozitivă. Acest unghi de fază este foarte important în analiza circuitelor electrice, în special al celor complexe (în curent alternativ), unde există o interacțiune între

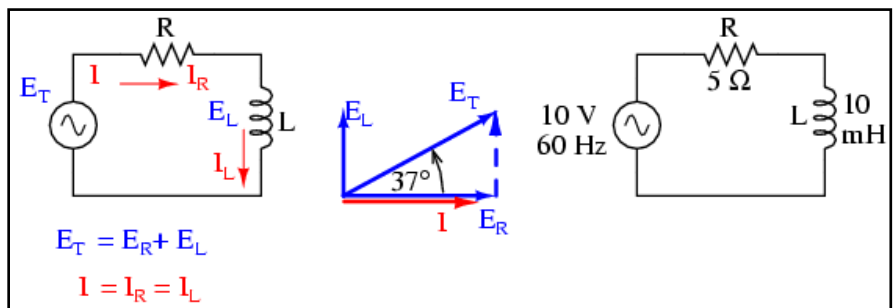
rezistență și reactanță. Se va dovedi extrem de benefică reprezentarea opoziției față de curent a oricărei componente sub forma numerelor complexe și nu sub forma cantităților scalare.

3. Circuite rezistiv-inductive serie. Impedanța

- Impedanța reprezintă valoarea totală a opoziției față de curentul electric și este suma complexă (vector) a rezistenței (reale) și a reactanței (imaginară). Simbolul este litera „Z” iar unitate sa de măsură este Ohm-ul, la fel ca a rezistenței (R) și a reactanței (X)
- În analiza circuitelor, impedanțele (Z) serie se comportă precum rezistențele (R) serie: se adună pentru a forma impedanța totală. Țineți minte să efectuați toate calculele sub formă complexă, nu scalară! $Z_{\text{Total}} = Z_1 + Z_2 + \dots Z_n$
- O impedanță pur rezistivă va avea tot timpul un unghi de fază de exact 0° ($Z_R = R \Omega \angle 0^\circ$)
- O impedanță pur inductivă va avea tot timpul un unghi de fază de exact $+90^\circ$ ($Z_L = X_L \Omega \angle 90^\circ$)
- Legea lui Ohm pentru circuitele de curent alternativ: $E = IZ$; $I = E / Z$; $Z = E / I$
- Când într-un circuit avem și rezistori și bobine, impedanța totală va avea un unghi de fază între 0° și $+90^\circ$. Curentul din circuit va avea un unghi de fază între 0° și -90°
- Circuitele serie în curent alternativ posedă aceleași proprietăți fundamentale precum circuitele de curent continuu: curentul este același prin întreg circuitul, căderile de tensiune se adună pentru a forma tensiunea totală din circuit, iar impedanțele se adună pentru a forma impedanța totală

În secțiunile precedente, am văzut ce se întâmplă într-un circuit electric de curent alternativ simplu pur rezistiv, respectiv pur inductiv.

Circuit rezistiv-inductiv serie



Acum vom considera ambele componente legate în serie și vom studia efectele lor. Luăm așadar ca și exemplu un circuit rezistiv-inductiv (format din rezistori, bobine și surse de putere), caz în care curentul este defazat în urma tensiunii cu un unghi

cuprins între 0° și 90° .

Impedanța

Rezistorul impune o rezistență de 5Ω față de curent, indiferent de valoarea frecvenței, iar bobina va oferi o reactanță de $3,7699 \Omega$ față de curentul alternativ la o valoare a frecvenței de 60 Hz. Deoarece rezistența rezistorului este un număr real ($5 \Omega \angle 0^\circ$, sau $5 + j0 \Omega$), iar reactanța bobinei este un număr imaginar ($3.7699 \Omega \angle 90^\circ$, sau $0 + j3.7699 \Omega$), efectul total (combinat) al celor două componente va crea o opoziție față de curent egală cu suma complexă a celor două numere. Această opoziție combinată va fi un vector. Pentru a putea exprima mai clar această opoziție, avem nevoie de un nou termen pentru opoziția față de curent pe lângă rezistență și reactanță. Acest termen poartă numele de impedanță, iar simbolul lui este „Z”; unitatea de măsură este de asemenea ohm-ul, la fel ca și a rezistenței și a reactanței.

În exemplul de mai sus, impedanța totală a circuitului este:

$$Z_{total} = (5 \Omega \text{ rezistență}) + (3,76 \Omega \text{ reactanță inductivă})$$

$$Z_{total} = 5 \Omega (R) + 3,76 \Omega (X_L) = 5 \Omega (\angle 0^\circ) + 3,76 \Omega (\angle 90^\circ)$$

sau

$$Z_{total} = (5 + j0 \Omega) + (0 + j3,76 \Omega)$$

$$Z_{total} = 6,26 \Omega \angle 37,01^\circ - \text{forma polară}$$

$$Z_{total} = 5 + j3,76 \Omega$$

Legea lui Ohm pentru circuite în curent alternativ

Relația dintre impedanță, curent și tensiune este similară rezistenței din legea lui Ohm:

$$E = IZ; I = \frac{E}{Z}; Z = \frac{E}{I}$$

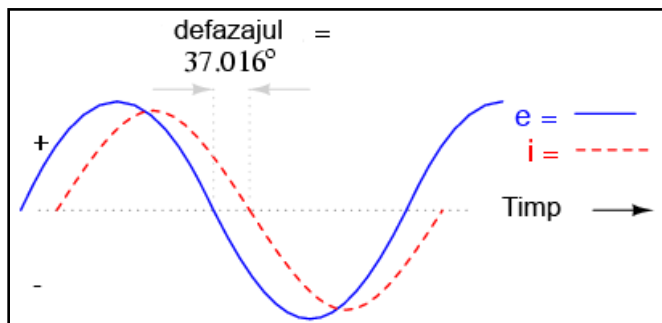
De fapt, această expresie este o formă a legii lui Ohm mult mai cuprinzătoare (mai generală) decât cea considerată în curent continuu ($E = IR$), la fel precum impedanța este o expresie mult mai cuprinzătoare a opoziției față de deplasarea electronilor decât rezistența. Orice rezistență și orice reactanță, separate sau în combinații serie/paralel, pot fi și trebuie exprimate ca și o singură impedanță într-un circuit de curent alternativ.

Rezolvarea circuitului

Curentul total

Pentru aflarea valorii curentului în circuitul de mai sus, trebuie mai întâi să impunem o referință pentru unghiul de fază a sursei de tensiune, iar în mod normal, aceasta se presupune a fi zero:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{10 \text{ V} \angle 0^\circ}{6,26 \Omega \angle 37,01^\circ} = 1,59 \text{ A} \angle -37,01^\circ$$



La fel ca și în cazul circuitelor pur inductive, curentul este defazat în urma tensiunii (sursei), cu toate că de data aceasta defazajul nu este atât de mare, doar $37,016^\circ$, față de 90° în cazul circuitului pur inductive.

Tensiunea pe rezistor

Relațiile de fază pentru rezistor și bobină, luate individual, nu s-au modificat. Caderea de tensiune la bornele rezistorului și curentul prin acesta sunt în fază (defazaj de 0°), iar defazajul dintre tensiune și curent în cazul bobinei este de $+90^\circ$.

Putem verifica matematic acest lucru (unghiul de fază al lui E_R este egal cu unghiul de fază al curentului):

$$E = IZ$$

$$E_R = I_R Z_R = (1,59 \text{ A} \angle -37,01^\circ)(5 \Omega \angle 0^\circ) = 7,98 \text{ V} \angle -37,01^\circ$$

În formula de mai sus Z_R semnifică impedanța rezistivă, și este același lucru cu rezistența. Tensiunea și curentul prin rezistor sunt în fază, adică au același unghi de fază.

Tensiunea pe bobină

Tensiunea la bornele bobinei are un unghi de fază de $52,984^\circ$ (față de unghiul de fază de referință, 0°), iar curentul prin bobina are un unghi de fază de $-37,016^\circ$, o diferență de exact 90° între cele două. Acest lucru ne spune că E și I sunt defazate între ele tot cu 90° (doar în cazul bobinei):

$$E = IZ$$

$$E_L = I_L Z_L = (1,59 \text{ A} \angle -37,01^\circ)(3,76 \Omega \angle 90^\circ) = 6,02 \text{ V} \angle 52,98^\circ$$

Putem observa că unghiul de fază a lui E_L este mai mare cu exact 90° decât cel al curentului.

Tensiunea totală

Putem de asemenea să demonstrăm matematic că rezultatul sumei acestor valori complexe este tensiunea totală, așa cum rezultă din aplicarea legii lui Kirchhoff:

$$E_{total} = E_R + E_L = 7,98 \text{ V} \angle -37,01^\circ + 6,02 \text{ V} \angle 52,98^\circ$$

Aplicarea metodei tabelului

Cu toate aceste valori rezultate, chiar și pentru un circuit simplu precum este acesta, este mai ușor să aplicăm metoda tabelului.

Valorile inițiale

Mărime	R	L	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I				A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$		Ω

Tabelul va conține valorile pentru tensiune (E), curent (I) și impedanță (Z) pentru fiecare component în parte. Nu vom insera valorile propriu-zise ale rezistenței și inductanței în ohm sau Henry, ci forma lor complexă.

Deși nu este neapărat necesar, este folositor să trecem atât forma rectangulară ($x + jy$) cât și pe cea polară ($x \angle y$) în fiecare tabel. Dacă folosim un calculator pentru a realiza automat aceste calcule complexe fără a mai fi nevoiți să facem conversia între cele două forme, atunci această documentație suplimentară nu este deloc necesară. Totuși, dacă suntem nevoiți să efectuăm calculele „de mână”, atunci scrierea ambelor forme în tabel se va dovedi într-adevăr folositoare.

Impedanța totală

Mărime	R	L	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I				A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$	$5 + j3,76$ $6,26 \angle 37,01^\circ$	Ω

După ce am introdus în tabel toate datele cunoscute, putem trece la rezolvarea circuitului asemănător circuitelor de curent continuu: determinăm impedanța totală din impedanțele individuale. Din moment ce acesta este un circuit serie, știm că opoziția față de curgerea electronilor (rezistență sau impedanță) este aditivă, iar rezultatul îl reprezintă opoziția totală.

Curentul total

Mărime	R	L	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I			$1,27 - j0,96$ $1,59 \angle -37,01^\circ$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$	$5 + j3,76$ $6,26 \angle 37,01^\circ$	Ω

Acum, după ce tensiunea și impedanța totală ne sunt cunoscute, putem aplica legea lui Ohm ($I = E / Z$) pentru determinarea curentului total din circuit.

Curenții prin rezistor și bobină

Mărime	R	L	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I	$1,27 - j0,96$ $1,59 \angle -37,01^\circ$	$1,27 - j0,96$ $1,59 \angle -37,01^\circ$	$1,27 - j0,96$ $1,59 \angle -37,01^\circ$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$	$5 + j3,76$ $6,26 \angle 37,01^\circ$	Ω

La fel ca în cazul circuitelor de curent continuu, curentul total într-un circuit de curent alternativ serie este același prin oricare din componentele circuitului. Acest lucru este în continuare adevărat, deoarece într-un circuit serie există doar o singură cale pentru curgerea electronilor, prin urmare, rata lor de

deplasare trebuie să fie uniformă în întreg circuitul. Prin urmare, putem trece valorile curentului total pentru fiecare component în parte (rezistor și bobină) în tabel.

Căderile de tensiune pe rezistor și bobină

Mărime	R	L	Total	Unitate
E	$6,37 - j4,8$ $7,98 \angle -37,01^\circ$	$3,62 + j4,8$ $6,02 \angle 52,98^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I	$1,27 - j0,96$ $1,59 \angle -37,01^\circ$	$1,27 - j0,96$ $1,59 \angle -37,01^\circ$	$1,27 - j0,96$ $1,59 \angle -37,01^\circ$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$	$5 + j3,76$ $6,26 \angle 37,01^\circ$	Ω

Acum, tot ceea ce mai avem de făcut este să completăm căderea de tensiune pe rezistor și pe bobină. Aflarea acestor valori se realizează folosind legea lui Ohm ($E = IZ$), aplicată pe fiecare coloană a tabelului.

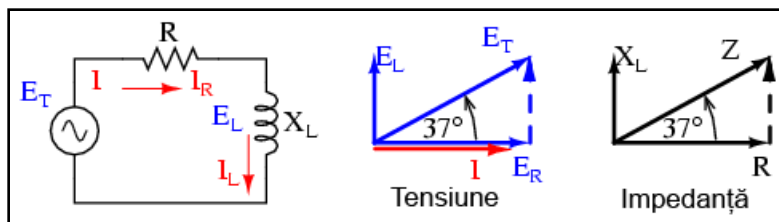
Tabelul este acum complet. De observat că am aplicat exact aceleași reguli ca și în analiza circuitelor electrice în curent continuu, cu diferența că toate valorile trebuie exprimate și calculate sub formă complexă și nu scalară precum era cazul în curent continuu. Atâta timp cât diferența de fază este reprezentată corect, nu există nicio diferență fundamentală între analiza unui circuit de curent alternativ față de unul în curent continuu.

Indicația aparatelor de măsură

Să luăm acum în considerare relația dintre valorile calculate mai sus și indicația tensiunii și a curentului dată de instrumentele de măsură. Valorile din tabel care corespund cu valorile citite de pe un instrument de măsură sunt cele sub formă polară, nu rectangulară! Cu alte cuvinte, dacă am conecta un voltmetru la bornele rezistorului

din circuit pentru aflarea căderii de tensiune, acesta va indica 7,9847 V (valoarea sub formă polară), nu 6,3756 V (valoarea reală sub formă rectangulară) și nici 4,8071 V (valoarea imaginară sub formă rectangulară). Pentru a exprima acest lucru grafic, aparatele de măsură „indică” pur și simplu lungimea vectorului (pentru tensiune sau curent). Notația rectangulară, deși este mai ușor de folosit pentru operațiile aritmetice de adunare și scădere, este o formă de notație mai abstractă decât forma polară pentru măsurătorile reale. Dacă ar fi să folosim doar o singură notație, cea mai bună alegere ar fi cea polară, pentru că este singura ce are legătură directă cu măsurătorile reale.

Diagrama impedanței



Impedanța (Z) unui circuit serie R-L poate fi calculată cunoscând rezistența (R) și reactanța inductivă (X_L). Din moment ce $E = IR$, $E = IX_L$ și $E = IZ$, rezistența, reactanța și impedanța sunt proporționale cu tensiunea. Prin urmare,

diagrama fazorială a tensiunii poate fi înlocuită cu o diagramă similară a impedanței.

Problemă

Găsiți impedanță totală a circuitului format dintr-un rezistor de 40Ω conectat în serie cu o bobină de 79.59 mH , la o frecvență a sursei de alimentare de 60 Hz .

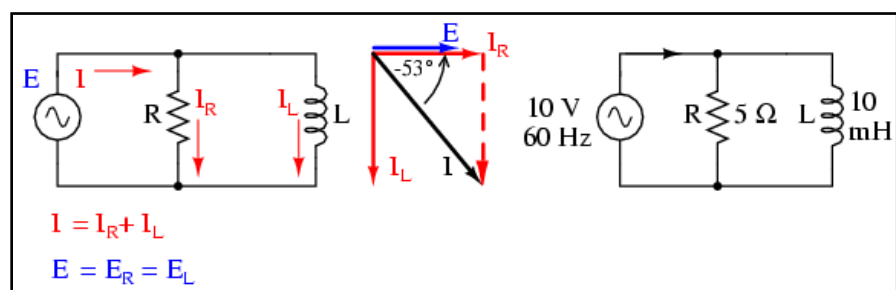
Răspuns: $Z = 40 + j30 = 50 \angle 36.87^\circ$.

4. Circuite rezistiv-inductive paralel

- În analiza circuitelor, impedanțele paralel (Z) se comportă precum rezistorii (R) paralel: impedanța totală este mai mică decât impedanță fiecărei ramuri luată individual, folosind formula echivalentă. Atenție, realizați toate calculele sub formă complexă, nu scalară!

$$Z_{\text{Total}} = 1 / (1 / Z_1 + 1 / Z_2 + \dots 1 / Z_n)$$
- Legea lui Ohm pentru circuitele de curent alternativ: $E = IZ$; $I = E / Z$; $Z = E / I$
- Când rezistorii și bobinele sunt conectate în paralel, impedanța totală va avea un unghi de fază între 0° și $+90^\circ$. Curentul din circuit va avea un unghi de fază între 0° și -90°
- Circuitele paralel în curent alternativ prezintă aceleași proprietăți ca și circuitele în curent continuu: căderile de tensiune sunt aceleași pe toate componentele circuitului, curenții de ramură se însumează și dau naștere curentului total, iar impedanțele totală este mai mică decât impedanța fiecărei ramuri luate în parte

Circuit rezistiv-inductiv paralel



Să luăm în considerare aceleași componente din circuitul serie, dar să le conectăm de data aceasta în paralel.

Rezolvarea circuitului

Valorile inițiale

Mărime	R	L	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I				A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$		Ω

Deoarece sursa de tensiune are aceeași frecvență ca și în cazul circuitului serie, iar rezistorul și bobina au aceleași valori ale rezistenței și inductanței, acestea trebuie să aibă aceleași valori ale impedanței. Prin urmare, începem completarea tabelului cu aceleași valori inițiale.

Căderile de tensiune pe rezistor și bobină

Mărime	R	L	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I				A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$		Ω

Singura diferență față de cazul precedent, este că de data aceasta vom aplica regulile circuitelor paralele, și nu cele ale circuitelor serie. Metoda de lucru este practic aceeași ca și în cazul circuitelor de curent continuu. Cunoaștem faptul că tensiunea este aceeași pe toate componentele într-un circuit paralel, așa că putem completa toate coloanele cu aceeași valoare a tensiunii.

Curentul prin rezistor și bobină

Mărime	R	L	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^\circ$	$0 - j2,65$ $2,65 \angle -90^\circ$		A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^\circ$		Ω

Acum putem aplica legea lui Ohm ($I = E / Z$) vertical pentru cele două coloane, calculând curentul prin rezistor și curentul prin bobină.

Curentul total

Mărire	R	L	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	V
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^0$	$0 + j2,65$ $-90 \angle 0^0$	2 - j2,65 3,32 $\angle -52,98^0$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^0$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^0$		Ω

La fel ca în cazul circuitelor de curent continuu, curenții de ramură în circuitele de curent alternativ se însumează pentru a forma curentul total (legea lui Kirchhoff pentru curent este valabilă și în acest caz).

Impedanța totală

Mărire	R	L	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	V
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^0$	$0 + j2,65$ $-90 \angle 0^0$	$2 - j2,65$ $3,32 \angle -52,98^0$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^0$	$0 + j3,76$ $3,76 \angle 90^0$	1,81 + j2,4 3,01 $\angle 52,98^0$	Ω

Impedanța totală poate fi calculată folosind legea lui Ohm ($Z = E / I$) vertical pe coloana „Total”.

Impedanța paralel

Impedanța totală poate fi calculată, de asemenea, folosind o formulă echivalentă celei folosite pentru calcularea rezistenței totale paralele:

$$Z_{paralel} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

Indiferent ce metodă folosim, rezultatul este același.

04 - Reactanța și impedanța capacitivă

1. Circuite capacitive

- Reactanța capacitive reprezintă opoziția condensatorului față de curentul alternativ datorită modului său „defazat” de stocare și eliberare a energiei sub forma câmpului electric
- Reactanța capacitivă poate fi calculată folosind formula $X_C = 1/(2\pi fC)$
- Reactanța capacitivă scade odată cu creșterea frecvenței. Cu alte cuvinte, cu cât frecvența este mai mare, cu atât opoziția față de curent este mai mică

Scop

Comportamentul condensatoarelor este diferit față de cel al rezistorilor. Pe când rezistorii opun o rezistență direct proporțională cu căderea de tensiune în față curgerii curentului, condensatoarele se opun variației de tensiune absorbind (încărcare) sau eliberând (descărcare) curent în circuit. Curgerea curentului „prin” condensator este direct proporțională cu rata de variație a tensiunii la bornele acestuia. Această opoziție în calea variației tensiunii este o altă formă de reactanță, opusă însă reactanței bobinei.

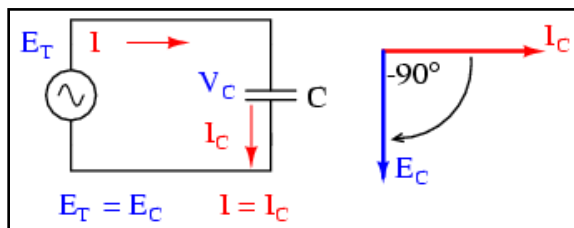
Relația curent-tensiune a condensatorului

Matematic, relația dintre curentul condensatorului și rata de variație a tensiunii la bornele acestuia, se exprimă astfel:

$$i = C \frac{de}{dt}$$

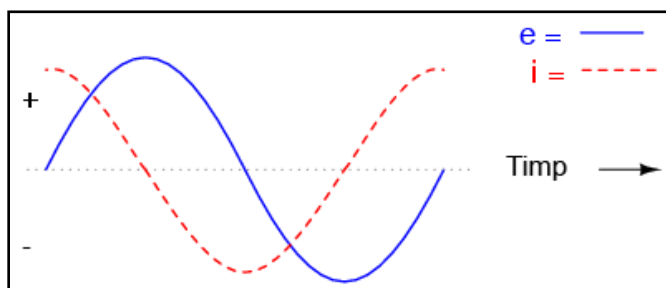
Expresia de/dt exprimă rata de variație a tensiunii instantanee (e) în raport cu timpul, calculată în volți per secundă. Capacitatea (C) este în Farazi, iar curentul instantaneu (i) în Amperi. O exprimare echivalentă este și dv/dt , folosind „v” în loc de „e” pentru exprimarea tensiunii; cele două notații sunt însă echivalente.

Circuit pur capacitiv

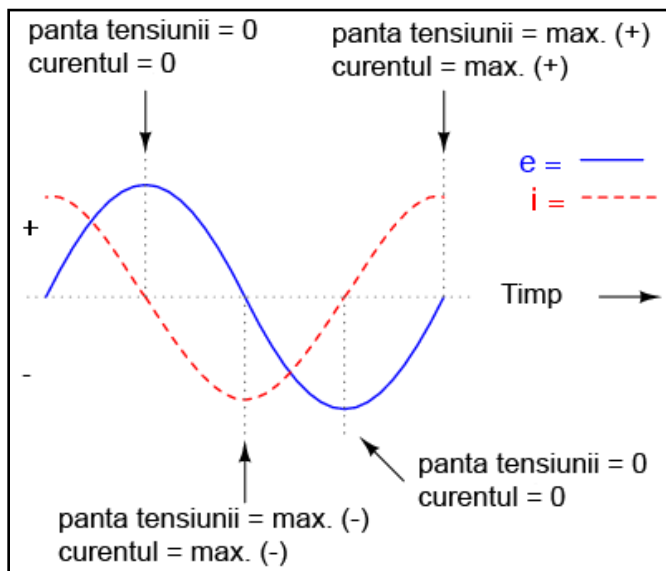


Să analizăm un circuit simplu pur capacitiv. Tensiunea este defazată în urma curentului cu 90° .

Graficul formelor de undă



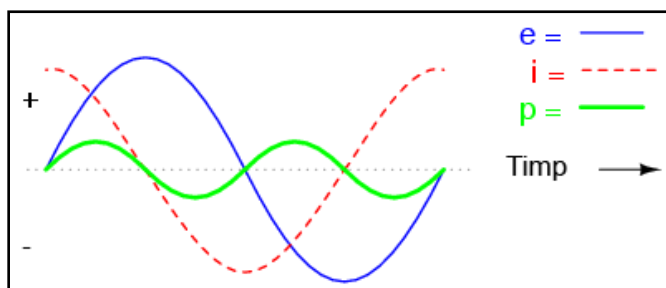
Graficul celor două forme de undă sunt cele din figura alăturată.



Rețineți, curentul printr-un condensator este rezultatul variației tensiunii la bornele acestuia. Prin urmare, curentul instantaneu este zero atunci când tensiunea instantanee este la valoarea sa maximă, pozitivă sau negativă, reprezentând variație zero sau pantă zero; curentul instantaneu are valoarea maximă atunci când tensiunea instantanee are variația maximă, adică zona în care variația este maximă (intersecția cu axa orizontală a timpului).

Rezultă o undă a tensiunii defazată cu -90° față de curent. Dacă ne uităm pe grafic, curentul pare să aibă un „avantaj” față de tensiune; curentul este defazat înaintea tensiunii, sau echivalent, tensiunea este defazată în urma curentului.

Calcularea puterii



Forma de undă pentru putere este asemănătoare celei existente în cazul circuitului pur inductiv.

Defazajul de 90° dintre curent și tensiune duce la o formă a undei de putere ce alternează în mod egal între pozitiv și negativ. Acest lucru înseamnă că nu există pierdere de putere (nu se disipă putere) pe condensator ca urmare a variației tensiunii; acesta doar absoarbe putere și apoi o eliberează din și înspre circuit, în mod alternativ.

Reactanța capacitivă

Opoziția condensatorului la variația tensiunii se traduce printr-o opoziție față de tensiunea alternativă în general, care prin definiție își modifică tot timpul amplitudinea instantanee și direcția. Oricare ar fi amplitudinea tensiunii alternative pentru o anumită frecvență, un condensator va „conduce” o anumită valoare a curentului alternativ. La fel ca în cazul rezistorilor, unde curentul este o funcție de tensiune la bornele acestuia și rezistența sa, curentul alternativ printr-un condensator este o funcție de tensiune la bornele sale și reactanța oferită de acesta. Ca și în cazul bobinelor, reactanța este exprimată în ohmi, iar simbolul este X (sau mai exact, X_C - reactanța capacitivă).

Din moment ce condensatoarele „conduc” curent în proporție directă cu variația tensiunii, acestea vor conduce mai mult curent cu cât variația tensiunii este mai mare (durata de încărcare și descărcare la valorile de vârf este mai mică), și mai puțin cu cât variația tensiunii este mai mică. Acest lucru înseamnă **că** reactanța condensatoarelor este invers proporțională cu frecvența curentului alternativ. Formula de calcul a reactanței capacitive este următoarea:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

sau

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

unde,

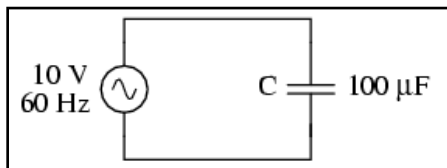
$\omega = 2\pi f$, și reprezintă viteza unghiulară

Frecvența (Hertz)	Reactanța (Ohm)
60	26.5258
120	13.2629
2500	0.6366

Reactanța unui condensator de 100 μF , la diferite frecvențe, este prezentată în tabelul alăturat.

De observat că relația dintre reactanța capacitivă și frecvență este exact opusă față de cea a reactanței inductive. Reactanța capacitivă scade odată cu creșterea frecvenței curentului alternativ, și invers. Bobinele se opun variației curentului prin producerea unor căderi de tensiune mai mari; condensatoarele se opun variației tensiunii prin trecerea unor curenți mai mari prin aceștia.

Legea lui Ohm



Curentul alternativ într-un circuit pur capacitiv este egal cu raportul dintre tensiune și reactanța capacitivă. Să luăm ca și exemplu circuitul alăturat.

Calculul curentului total din circuit arată astfel:

$$X_C = 26,52 \, \Omega$$

$$I = \frac{E}{X} = \frac{10 \, \text{V}}{26,52 \, \Omega} = 0,37 \, \text{A}$$

Totuși, trebuie să ne reamintim faptul că tensiunea și curentul nu sunt în fază în acest caz, curentul fiind defazat cu $+90^\circ$ față de tensiune. Dacă reprezentăm unghiul de fază al tensiunii și al curentului sub formă matematică, putem calcula unghiul de fază al opoziției reactive a condensatorului față de curent:

$$\text{opoziție} = \frac{\text{tensiune}}{\text{curent}} = \frac{10 \, \text{V} \angle 0^\circ}{0,37 \, \text{A} \angle 90^\circ} = 26,52 \, \Omega \angle 90^\circ$$

Diagrama fazorială

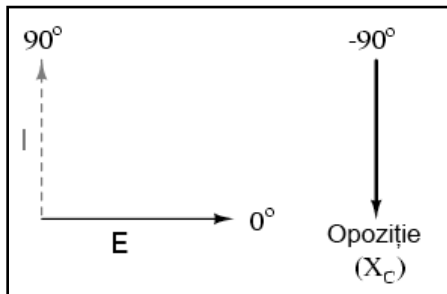


Diagrama fazorială pentru un condensator, reprezentând diferența de fază dintre tensiune și curent, este prezentată în figura alăturată.

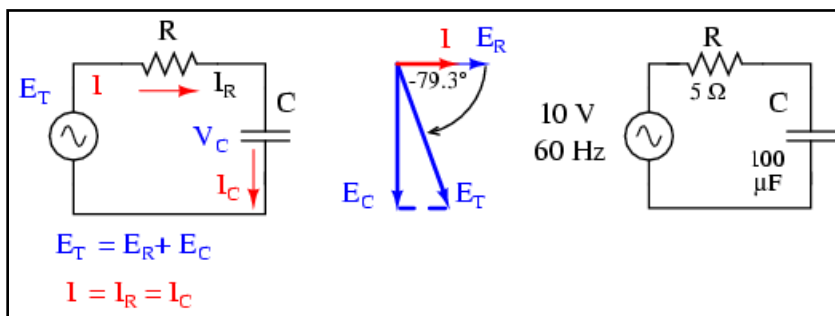
2. Circuite rezistiv-capacitive serie

- Impedanța (Z) este cantitatea totală a opoziției față de curentul electric și este suma complexă (vector) dintre rezistență (reală) și reactanța (imaginară)
- În circuitele serie, impedanțele (Z) se comportă precum rezistențele (R) serie: acestea se adună pentru a forma impedanța totală. Atenție, efectuați toate calculele sub formă complexă, nu scalară!

$$Z_{\text{Total}} = Z_1 + Z_2 + \dots Z_n$$
- Țineți minte că impedanțele se însumează tot timpul atunci când sunt conectate în serie, indiferent de tipul componentelor, rezistive, inductive sau capacitive; din punct de vedere matematic, toate sunt echivalente

- O impedanță pur rezistivă va avea tot timpul un unghi de fază de exact 0° ($Z_R = R \Omega \angle 0^\circ$)
- O impedanță pur capacitivă va avea tot timpul un unghi de fază de exact -90° ($Z_C = X_C \Omega \angle -90^\circ$)
- Legea lui Ohm pentru circuitele de curent alternativ: $E = IZ$; $I = E / Z$; $Z = E / I$
- Atunci când rezistorii și condensatoarele sunt conectate împreună în circuite, impedanța totală a circuitului va avea un unghi între 0° și -90°
- Circuitele serie de curent alternativ prezintă aceleași proprietăți fundamentale ca și în cazul circuitelor de curent continuu: curentul este același prin tot circuitul (prin toate componentele), căderile de tensiune se însumează, iar suma lor este tensiunea totală iar impedanțele se adună rezultând impedanța totală

Circuit rezistiv-capacitiv serie



Până acum am văzut doar ce se întâmplă într-un circuit pur rezistiv, respectiv pur capacitiv. Acum vom analiza cele două componente conectate împreună într-un circuit serie.

Rezistorul va produce o rezistență de 5Ω în circuit față de curentul alternativ, indiferent de valoarea frecvenței, iar condensatorul va produce o reactanță de $26,5258 \Omega$ față de curentul alternativ la o frecvență de 60 Hz. Deoarece rezistența rezistorului este un număr real ($5 \Omega \angle$ sau $5 + j0 \angle \Omega$), iar reactanța condensatorului este un număr imaginar ($26,5258 \Omega \angle -90^\circ$ sau $0 - j26,5258 \Omega$), efectul celor două componente luate împreună (combinat) va fi o opoziție față de curent egală cu suma complexă a celor două numere. Termenul folosit pentru desemnarea acestei opoziții față de curent se numește impedanță, simbolizată prin Z și exprimată în Ohm, la fel ca rezistență și reactanță.

Impedanța totală

În circuitul de sus, impedanța totală a circuitului este:

$$Z_{total} = (5 \Omega \text{ rezistență}) + (26,52 \Omega \text{ reactanță capacitivă})$$

$$Z_{total} = 5 \Omega (R) + 26,52 \Omega (X_C) = (5 \Omega \angle 0^\circ) + (26,52 \Omega \angle -90^\circ)$$

sau

$$Z_{total} = (5 + j0 \Omega) + (0 - j26,52 \Omega)$$

$$Z_{total} = 26,99 \, \Omega \angle -79,32^\circ$$

sau

$$Z_{total} = 5 - j26,52 \, \Omega$$

Relația impedanță-curent-tensiune

Toate mărimile sunt exprimate sub formă complexă, nu scalară:

$$E = IZ; \quad I = \frac{E}{Z}; \quad Z = \frac{E}{I}$$

Relația dintre impedanță, curent și tensiune este similară rezistenței din legea lui Ohm.

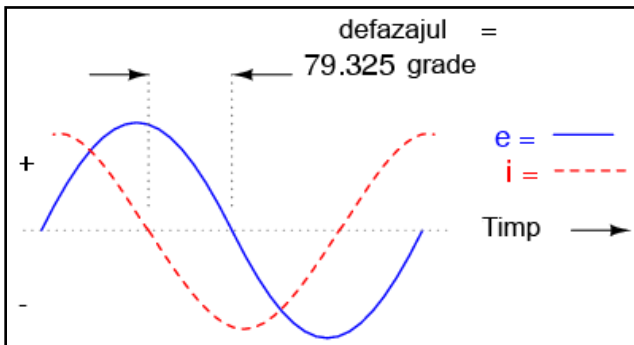
De fapt, această expresie este o formă a legii lui Ohm mult mai cuprinzătoare (mai generală) decât cea considerată în curent continuu ($E = IR$), la fel precum impedanța este o expresie mult mai cuprinzătoare a opoziției față de deplasarea electronilor decât rezistența. Orice rezistență și orice reactanță, separate sau în combinații serie/paralel, pot fi și trebuie exprimate ca și o singură impedanță într-un circuit de curent alternativ.

Curentul total

Pentru a calcula curentul din circuitul de mai sus, trebuie să luăm prima dată o referință a unghiului de fază pentru sursa de tensiune; în mod normal, aceasta se consideră zero:

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{10 \, \text{V} \angle 0^\circ}{26,93 \, \Omega \angle -79,32^\circ} = 370,5 \, \text{mA} \angle -79,32^\circ$$

Defazajul



Ca și în cazul circuitului pur capacitiv, curentul este defazat înaintea tensiunii (sursei), cu toate că de data aceasta diferența este de 79.325° , nu 90° .

Analiza circuitului

Să folosim din nou metoda tabelului pentru analiza circuitului de mai sus.

Valorile inițiale

Mărime	R	C	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I			$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^\circ$	$5 - j26,52$ $26,99 \angle -79,32^\circ$	Ω

Primul pas este introducerea tuturor cantităților cunoscute în tabel.

Curentul total

Mărime	R	C	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I	$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^\circ$	$5 - j26,52$ $26,99 \angle -79,32^\circ$	Ω

rezistorului și a condensatorului.

Într-un circuit serie, curentul total este același prin toate componentele circuitului; prin urmare, valorile curentului din coloana „Total” pot fi trecute și în celelalte două coloane, a

Căderile de tensiune pe rezistor și condensator

Mărime	R	C	Total	Unitate
E	$343,11m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I	$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	$68,62m + j364,06m$ $370,5m \angle 79,32^\circ$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^\circ$	$5 - j26,52$ $26,99 \angle -79,32^\circ$	Ω

Continuând analiza, putem aplica legea lui Ohm ($E = IR$) vertical, pentru determinarea căderilor de tensiune pe rezistor și condensator.

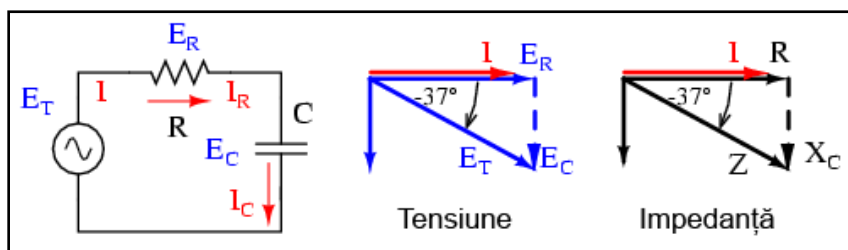
Observați faptul că tensiunea și curentul prin rezistor au același unghi de fază, ceea ce înseamnă că E și I sunt în fază în cazul rezistorului. Tensiunea la bornele condensatorului are un unghi de fază de -10.675° , cu exact 90° mai puțin decât unghiul de fază al curentului din circuit. Acest lucru ne spune că tensiunea și curentul condensatorului sunt defazate cu exact 90° între ele (în cazul condensatorului!).

Indicația instrumentelor de măsură

Din nou, trebuie să insistăm pe faptul că valorile calculate ce corespund cu măsurătorile reale luate de aparatele de măsură, sunt cele sub formă polară, nu rectangulară! De exemplu, dacă am construi fizic acest circuit rezistiv-capacitiv (R-C) și am măsura tensiunea la bornele rezistorului, voltmetrul ar indica 1,8523 V, nu 343,11 mV (termenul real rectangular) și nici 1,8203 V (termenul imaginar rectangular). Instrumentele reale de măsură, conectate la circuite reale indică lungimea vectorului (amplitudinea).

Notația rectangulară, deși este mai ușor de folosit pentru operațiile aritmetice de adunare și scădere, este o formă de notație mai abstractă decât forma polară pentru măsurătorile reale. Dacă ar fi să folosim doar o singură notație, cea mai bună alegere ar fi cea polară, pentru că este singura ce are legătură directă cu măsurătorile reale.

Diagrama impedanței



Impedanța (Z) unui circuit serie R-L poate fi calculată cunoscând rezistența (R) și reactanța inductivă (X_L). Din moment ce $E = IR$, $E = IX_L$ și $E = IZ$, rezistența, reactanța și impedanța sunt

proporționale cu tensiunea. Prin urmare, diagrama fazorială a tensiunii poate fi înlocuită cu o diagramă similară a impedanței.

Problemă

Găsiți impedanță unui circuit serie format dintr-un rezistor de 40Ω și un condensator de 88.42 mF la frecvența de 60 Hz .

Răspuns: $Z = 40 - j30 = 50 \angle 36.87^\circ$.

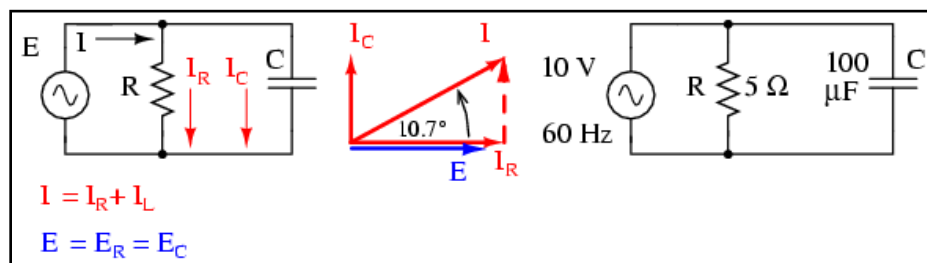
3. Circuite rezistiv-capacitive paralel

- În circuitele paralel, impedanțele (Z) se comportă precum rezistențele (R) în paralel: valoarea totală a impedanței este mai mică decât valoarea fiecărei impedanțe luate individual, folosind formula echivalentă. Atenție, efectuați toate calculele sub formă complexă, nu scalară!

$$Z_{\text{Total}} = 1 / (1 / Z_1 + 1 / Z_2 + \dots + 1 / Z_n)$$
- Legea lui Ohm pentru circuitele de curent alternativ: $E = IZ$; $I = E / Z$; $Z = E / I$
- Atunci când în circuit sunt conectați rezistori și condensatoare în paralel, unghiul de fază al impedanței totale va fi între 0° și -90° . Curentul din circuit va avea un unghi de fază între 0° și $+90^\circ$

- Circuitele paralel în curent alternativ au aceleași proprietăți fundamentale ca și circuitele de curent continuu: tensiunea este aceeași în întreg circuitul (pe fiecare component), curentul total este suma curenților de ramură iar impedanța totală este mai mică decât fiecare dintre impedanțele individuale luate separat (cu ajutorul formulei echivalente)

Circuit rezistiv-capacitiv paralel



Folosind aceleași valori, vom conecta rezistorul și condensatorul în paralel, și vom trece la analiza acestuia folosind metoda tabelului.

Analiza circuitului

Valorile inițiale

Mărime	R	C	Total	Unitate
E			$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I				A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^\circ$		Ω

Întrucât sursa de tensiune are aceeași frecvență ca și în cazul circuitului serie, iar rezistorul și condensatorul au aceleași valori ale rezistenței, respectiv capacității, valorile impedanțelor trebuie să fie aceleași. Prin urmare, putem începe completarea tabelului cu valorile cunoscute.

Căderile de tensiune pe rezistor și condensator

Mărime	R	C	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	$10 + j0$ $10 \angle 0^\circ$	V
I				A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^\circ$		Ω

Fiind un circuit paralel, știm faptul că tensiunea este aceeași pe fiecare dintre componente, prin urmare, putem introduce tensiunea totală ($10 \text{ V} \angle 0^\circ$) pe toate coloanele.

Curenții prin rezistor și condensator

Mărimă	R	C	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	V
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^0$	$0 + j376,99m$ $376,99m \angle 90^0$		A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^0$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^0$		Ω

Acum putem aplica legea lui Ohm vertical ($I = E / Z$) pentru cele două coloane din tabel, calculând curentul prin rezistor, respectiv condensator.

Curentul total

Mărimă	R	C	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	V
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^0$	$0 + j376,99m$ $376,99m \angle 90^0$	$2 + j376,99m$ $2,03 \angle 10,67^0$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^0$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^0$		Ω

Asemenea circuitelor de curent continuu, curentul total este suma curenților de ramură (legea lui Kirchhoff pentru curent).

Impedanța totală

Mărimă	R	C	Total	Unitate
E	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	$10 + j0$ $10 \angle 0^0$	V
I	$2 + j0$ $2 \angle 0^0$	$0 + j376,99m$ $376,99m \angle 90^0$	$2 + j376,99m$ $2,03 \angle 10,67^0$	A
Z	$5 + j0$ $5 \angle 0^0$	$0 - j26,52$ $26,52 \angle -90^0$	$4,82 - j910,14m$ $4,91 \angle -10,67^0$	Ω

Impedanța totală poate fi calculată folosind legea lui Ohm ($Z = E / I$), vertical, pe coloana „Total”.

Impedanța paralelă

După cum am mai văzut, impedanța paralelă poate fi calculată folosind o formulă echivalentă cu cea folosită pentru calcularea rezistenței totale paralele. Trebuie amintit faptul că această regulă a impedanței paralele se aplică indiferent de tipul impedanțelor ce le avem în paralel. Cu alte cuvinte, nu contează dacă avem circuite compuse exclusiv din rezistori paraleli, bobine paralele, condensatoare paralele sau orice alt tip de combinație între cele trei; sub forma impedanței (Z), toți termenii sunt comuni și pot fi aplicați uniform în aceeași formulă:

$$Z_{paralel} = \frac{1}{\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}}$$

Singurul dezavantaj al acestei ecuații este volumul mare de muncă necesar pentru a efectua calculele matematice. Dar, indiferent de metoda ce o aplicăm pentru calcularea impedanței paralel din circuitul de mai sus (fie folosind legea lui Ohm, fie formula echivalentă), rezultatul este identic.

05 - Reactanța și impedanța RLC

1. Rezistența (R), reactanța (X) și impedanța (Z) - recapitulare

- Unghiul de fază al impedanței reprezintă diferența de fază dintre căderea de tensiune la bornele unui component și curentul prin acesta

Înainte de a începe să explorăm efectele rezistorilor, bobinelor și a condensatoarelor conectate împreună în același circuit de curent alternativ, să recapitulăm mai întâi câteva noțiuni de bază.

Rezistența (R)

Rezistența este de fapt frecarea întâmpinată de electroni, atunci când aceștia se află în mișcare. Toate materialele conductoare posedă o anumită rezistență (excepție făcând materialele supraconductoare), în special rezistorii. Atunci când curentul alternativ întâmpină o rezistență, căderea de tensiune și curentul prin aceasta sunt în fază. Simbolul matematic pentru rezistență este „R”, iar unitatea de măsură este Ohm-ul (Ω).

Reactanța (X)




Reactanța este de fapt inerția întâmpinată de electroni, atunci când aceștia se află în mișcare. Este prezentă peste tot unde există câmpuri electrice sau magnetice datorită tensiunii sau curentului aplicat, dar în special în condensatoare și bobine. Atunci când curentul alternativ întâmpină o reactanță, căderea de tensiune și curentul prin aceasta sunt defazate cu 90° . Simbolul matematic pentru reactanță este „X”, iar unitatea de măsură este Ohm-ul (Ω).

Impedanța (Z)

Impedanța este o expresie completă a tuturor formelor de opoziție întâmpinate de electroni, atunci când aceștia se află în mișcare, și include efectele rezistenței cât și a reactanței. Este prezentă în toate circuitele și în toate componentele. Atunci când curentul alternativ întâmpină o impedanță, căderea de tensiune și curentul prin aceasta sunt defazate cu un unghi între 0° și 90° . Simbolul matematic al impedanței este „Z”, iar unitatea de măsură este Ohm-ul (Ω), sub formă complexă.

Componente ideale

Rezistorii perfecți posedă doar rezistență, nu și reactanță. Bobinele și condensatoarele perfecte posedă doar reactanță, nu și rezistență. Toate componentele posedă impedanță, și, datorită acestei proprietăți universale a componentelor, este normal să exprimăm (traducem) valorile tuturor componentelor (rezistență, inductanță și capacitate) sub un termen comun, cel al impedanței, ca prim pas în analiza oricărui circuit de curent alternativ:

Rezistor 100 Ω  $R = 100 \Omega$ $X = 0 \Omega$ $Z = 100 \Omega \angle 0^\circ$	Bobină 100 mH 159.15 Hz  $R = 0 \Omega$ $X = 100 \Omega$ $Z = 100 \Omega \angle 90^\circ$	Cond. 10 μF 159.15 Hz  $R = 0 \Omega$ $X = 100 \Omega$ $Z = 100 \Omega \angle -90^\circ$
---	---	--

Unghiul de fază al impedanței

Unghiul de fază al impedanței pentru fiecare component este diferența de fază dintre căderea de tensiune la bornele dispozitivului și curentul prin acesta.

Rezistor

În cazul unui rezistor perfect, căderea de tensiune și curentul sunt tot timpul în fază, prin urmare, unghiul de fază al impedanței rezistorului (impedanța rezistivă) este 0° .

Bobină

Pentru o bobină perfectă, căderea de tensiune este tot timpul defazată înaintea curentului cu 90° , prin urmare, unghiul de fază al impedanței bobinei (impedanța inductivă) este $+90^\circ$.

Condensator

Pentru un condensator perfect, căderea de tensiune este tot timpul defazată în urma curentului cu 90° , prin urmare, unghiul de fază al impedanței condensatorului (impedanța capacitivă) este -90° .

Legile lui Ohm și Kirchhoff în curent alternativ

Toate mărimile sunt exprimate sub formă complexă, nu scalară:

$$E = IZ; \quad I = \frac{E}{Z}; \quad Z = \frac{E}{I}$$

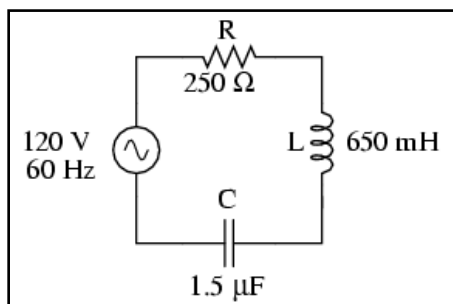
Impedanțele în curent alternativ se comportă analog rezistențelor în curent continuu: se adună când sunt conectate în serie și se micșorează în paralel. Legea lui Ohm pentru circuitele de curent alternativ, bazată pe impedanță, nu pe rezistență, arată conform figurii alăturată.

Legile lui Kirchhoff, precum și toate metodele de analiză a rețelelor și toate teoremele valabile pentru curent continuu sunt valabile și în curent alternativ, atâta timp când valorile sunt exprimate sub formă complexă și nu scalară. Cu toate că această echivalență poate fi greu de aplicat aritmetic, conceptual, ea este simplă și elegantă. Singura diferență reală între circuitele de curent continuu și alternativ este cea legată de calcularea puterii. Deoarece reactanța nu disipă putere precum o face rezistența, conceptul de putere în circuitele de curent alternativ este radical diferit față de cele de curent alternativ.

2. Circuite RLC serie

- Cu toate că impedanțele în serie se adună, impedanța totală pentru un circuit ce conține atât bobine cât și condensatoare poate să fie mai mică decât impedanțele individuale, datorită faptului că impedanțele inductive și capacitive tind să se anuleze reciproc atunci când sunt conectate în serie. Acest lucru poate duce la căderi de tensiune pe componente mai mari decât tensiunea sursei de alimentare

Circuit RLC serie



Să considerăm circuitul RLC serie alăturat.

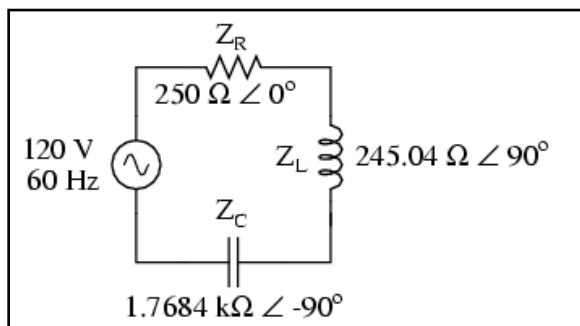
Reactanța bobinei și a condensatorului

Primul pas este determinarea reactanțelor pentru bobină și condensator:

$$X_L = 2\pi fL = 2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 650 \text{ mH} = 245,04 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 1,5 \mu\text{F}} = 1,76 \text{ k}\Omega$$

Impedanțele componentelor



Următorul pas constă în exprimarea tuturor rezistențelor și reactanțelor într-o formă matematică comună: impedanța. Țineți minte că reactanța inductivă (reactanța bobinei) se traduce printr-o impedanță imaginară pozitivă (+90°), iar reactanța capacitivă (reactanța condensatorului) se traduce printr-o impedanță imaginară negativă (-90°). Rezistența, desigur, este considerată o impedanță „reală” pură (unghi polar de 0°).

Formulele de calcul arată astfel:

$$Z_R = 250 + j0 \, \Omega \text{ sau } 250 \, \Omega \angle 0^\circ$$

$$Z_L = 0 + j245,04 \, \Omega \text{ sau } 245,04 \, \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_C = 0 - j0,17 \, \Omega \text{ sau } 0,17 \, \Omega \angle -90^\circ$$

Rezolvarea circuitului

Valorile inițiale

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E				120 + j0 120 ∠ 0°	V
I					A
Z	250 + j0 250 ∠ 0°	0 + j245,04 245,04 ∠ 90°	0 - j1,76k 1,76k ∠ -90°		Ω

După ce toate valorile opoziției față de curent au fost exprimate sub forma comună a impedanței, ca și numere complexe, acestea pot fi manipulate la fel ca rezistențele în curent continuu. Putem scrie toate valorile cunoscute într-un tabel, și apoi să rezolvăm mai departe acest circuit.

Impedanța totală

Circuitul de mai sus fiind unul serie, știm că impedanța totală este egală cu suma impedanțelor individuale:

$$Z_{total} = Z_R + Z_L + Z_C$$

$$Z_{total} = (250 + j0 \, \Omega) + (0 + j245,04 \, \Omega) + (0 - j1,76 \, k\Omega)$$

$$Z_{total} = 250 - j1,52 \, k\Omega \text{ sau } 1,54 \, k\Omega \angle -80,68^\circ$$

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I					A
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$	$250 - j1,52k$ $1,54k \angle -80,68^\circ$	Ω

Introducând valoarea impedanței totale în tabel, obținem tabelul alăturat.

Curentul total

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I				$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	A
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$	$250 - j1,52k$ $1,54k \angle -80,68^\circ$	Ω

Putem acum aplica legea lui Ohm ($I = E / Z$), vertical, în coloana „Total” pentru a găsi curentul total din circuit.

Curentul prin fiecare dintre componente

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	A
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$	$250 - j1,52k$ $1,54k \angle -80,68^\circ$	Ω

Fiind un circuit serie, curentul trebuie să fie același prin toate componentele.

Căderile de tensiune pe fiecare component

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E	$3,14 + j19,17$ $19,43 \angle 80,68^\circ$	$-18,79 + j3,08$ $19,04 \angle 170,68^\circ$	$120 + j22,26$ $137,46 \angle -9,31^\circ$	$135,65 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	$12,58m + j76,7m$ $77,73m \angle 80,68^\circ$	A
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$	$250 - j1,52k$ $1,54k \angle -80,68^\circ$	Ω

Putem aplica acum legea lui Ohm ($E = IZ$) fiecărui component în parte, pentru determinarea căderilor de tensiune.

Observații

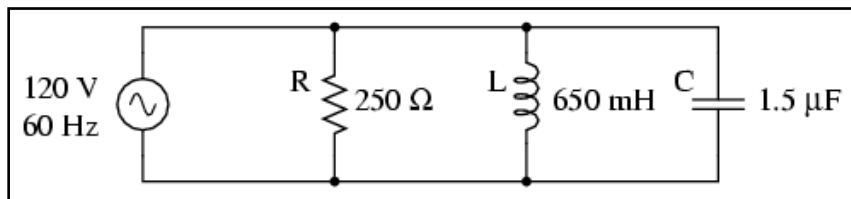
Putem observa ceva aparent ciudat în acest caz: cu toate că tensiunea sursei de alimentare este de doar 120 V, tensiunea la bornele condensatorului este de 137,46 V! De ce se întâmplă acest lucru? Răspunsul se află în interacțiunea dintre reactanțele inductive și capacitive. Exprimată ca și impedanță, putem vedea că bobina se opune trecerii curentului într-un mod exact invers față de condensator. Exprimată sub formă rectangulară, impedanță bobinei posedă un termen imaginar pozitiv, iar condensatorul un termen imaginar negativ. Când aceste două impedanțe contrare sunt adunate (în serie), ele tind să se anuleze reciproc! Cu toate că ele se adună, suma lor este de fapt mai mică decât oricare dintre impedanțe (inductive sau capacitive) considerate separat. Acest lucru este analog sumei dintre un scalar pozitiv și unul negativ.

Dacă impedanța totală într-un circuit serie ce conține atât elemente inductive cât și capacitive, pe lângă cele rezistive (RLC), este mai mică decât impedanța individuală a oricărui element luat separat, atunci curentul total din circuit trebuie să fie mai mare decât curentul rezultat în cazul în care doar componenta capacitivă sau inductivă ar fi introduse în circuit. Odată cu apariția acestui curent prin fiecare element, mai mare decât în mod normal, pot apărea căderi de tensiune mai mari decât tensiunea sursei de alimentare, pe anumite elemente din circuit!

3. Circuite RLC paralel

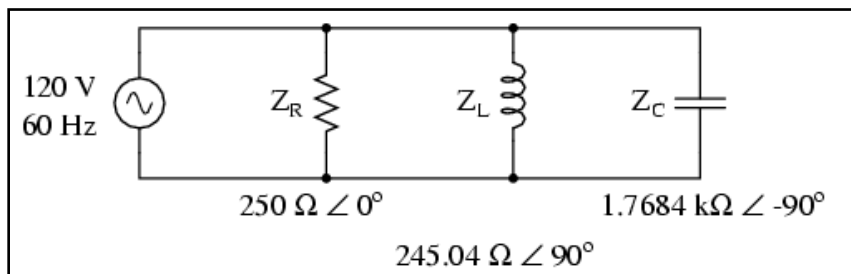
- Analiza circuitelor paralel în curent alternativ este similară analizei circuitelor paralel din curent continuu. Singura diferență majoră constă în faptul că toate valorile și calculele se realizează sub formă complexă, nu scalară

Circuit RLC paralel



Putem folosi aceleași componente de la circuitul serie, dar conectate în paralel de această dată.

Valorile impedanțelor individuale



Faptul că aceste componente sunt conectate în paralel și nu în serie, nu are absolut niciun efect asupra impedanțelor individuale. Atâta timp cât frecvența sursei de tensiune este aceeași, reactanțele inductive și capacitive nu se vor modifica deloc.

Rezolvarea circuitului

Valorile inițiale

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E				$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I					A
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$		Ω

După ce am exprimat valorile tuturor componentelor ca și impedanțe (Z), putem începe analiza circuitului prin completarea tabelului, folosind regulile circuitelor serie de data aceasta.

Căderea de tensiune pe fiecare dintre componente

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I					A
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$		Ω

Știind că într-un circuit paralel, căderea de tensiune este aceeași pe toate componentele, putem trece valoarea tensiunii totale în fiecare coloană.

Curentul prin fiecare dintre componente

Mărime	R	L	C	Total	Unitate
E	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I	$480m + j0$ $480m \angle 0^\circ$	$0 - j489,71m$ $489,71m \angle -90^\circ$	$0 + j67,85m$ $67,85m \angle 90^\circ$		A
Z	$250 + j0$ $250 \angle 0^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$		Ω

Acum putem aplica legea lui Ohm ($I = E / Z$) vertical, pe fiecare coloană, pentru determinarea curentului prin fiecare component.

Curentul și impedanța totală

Există două strategii pentru calcularea curentului și a impedanței totale. Prima presupune calcularea impedanței totale din impedanțele individuale conectate în paralel folosind formula echivalentă:

$$Z_{total} = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}}$$

iar curentul total ca raport dintre tensiunea sursei de alimentare și impedanța totală ($I = E / Z$). Totuși, rezolvarea ecuației presupune un calcul dificil cu numere complexe.

Mărimă	R	L	C	Total	Unitate
E	120 + j0 120 ∠0°	120 + j0 120 ∠0°	120 + j0 120 ∠0°	120 + j0 120 ∠0°	V
I	480m + j0 480m ∠0°	0 - j489,71m 489,71m ∠-90°	0 + j67,85m 67,85m ∠90°	480m - j421,85m 639,03m ∠-41,31°	A
Z	250 + j0 250 ∠0°	0 + j245,04 245,04 ∠90°	0 - j1,76k 1,76k ∠-90°	141,05 + j123,96m 187,79m ∠41,31°	Ω

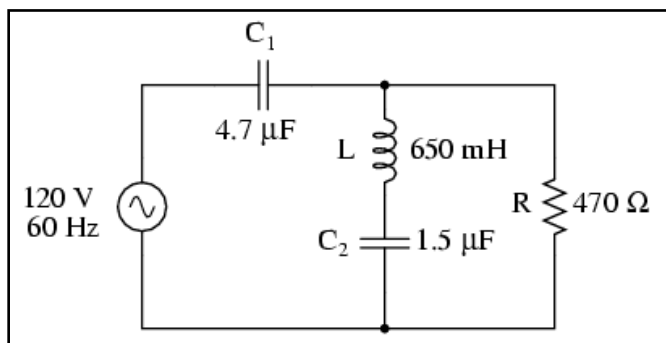
A doua metodă de calcul presupune aflarea curentului total ca sumă a curenților de ramură, iar apoi, folosind legea lui Ohm, putem determina impedanța totală ca raport dintre tensiunea sursei de alimentare și curentul total ($Z = E / I$). Rezultatul final trebuie să fie același

în ambele cazuri.

4. Circuite RLC serie-paralel

- Analiza circuitelor serie-paralel în curent alternativ este similară analizei circuitelor serie-paralel din curent continuu. Singura diferență majoră constă în faptul că toate valorile și calculele se realizează sub formă complexă, nu scalară
- Este important de ținut minte ca înainte de simplificarea circuitului serie-paralel, trebuie să determinăm impedanțele (Z) fiecărui component, rezistor, bobină sau condensator. În acest fel, valorile tuturor componentelor vor fi exprimate sub aceeași formă (Z) și se evită astfel amestecarea rezistențelor (R) cu inductanțe (L) și capacități (C)

Circuit RLC serie-paralel



Să luăm ca și exemplu circuitul RLC serie-paralel alăturat.

Impedanțele individuale ale componentelor

$$X_{C1} = \frac{1}{2\pi f C_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 4,7 \mu\text{F}} = 564,38 \Omega$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2\pi f C_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 1,5 \mu\text{F}} = 1,76 \text{ k}\Omega$$

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 650 \text{ mH} = 245,04 \Omega$$

$$R = 470 \, \Omega$$

Primul pas este determinarea valorilor impedanțelor (Z) pentru toate componentele, în funcție de frecvența sursei de alimentare. Pentru a realiza acest lucru, trebuie mai întâi să determinăm valorile reactanțelor (X) bobinelor și condensatoarelor iar apoi să exprimăm reactanțele (X) și rezistențele (R) sub formă de impedanțe (Z).

Formulele de calcul sunt următoarele:

$$Z_{C1} = 0 - j564,38 \, \Omega \text{ sau } 564,38 \, \Omega \angle -90^\circ$$

$$Z_{C2} = 0 - j1,76 \, k\Omega \text{ sau } 1,76 \, k\Omega \angle -90^\circ$$

$$Z_L = 0 + j245,04 \, \Omega \text{ sau } 245,04 \, \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_R = 470 + j0 \, \Omega \text{ sau } 470 \, \Omega \angle 0^\circ$$

Rezolvarea circuitului

Valorile inițiale

Mărime	C_1	L	C_2	R	Total	Unitate
E					$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I						A
Z	$0 - j564,38$ $564,38 \angle -90^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$	$470 + j0$ $470 \angle 0^\circ$		Ω

Putem acum să completăm valorile inițiale în tabel.

Observație

Întrucât avem de a face în acest caz cu un circuit serie-paralel combinat, nu putem afla impedanța totală dintr-un singur pas. Prima dată luăm L și C_2 ca și combinație serie; impedanța combinată va fi suma impedanțelor individuale. Apoi, impedanța rezultată o vom combina în paralel cu impedanța rezistorului, rezultatul fiind o nouă impedanță. Și, în sfârșit, impedanța precedentă o combinăm în serie cu impedanța C_1 și ajungem la valoarea impedanței totale a circuitului considerat.

Mărime	$L \text{ -- } C_2$	$R \text{ // } (L \text{ -- } C_2)$	(Total) $C_1 \text{ -- } [R \text{ // } (L \text{ -- } C_2)]$	Unitate
E				V
I				A
Z				Ω

Pentru a putea reprezenta toți acești pași sub format tabelar, va trebui să mai adăugăm câteva coloane (folosim de fapt un al doilea tabel din motive de spațiu), fiecare coloană reprezentând combinația respectivă.

Impedanțele combinate

Mărime	$L \text{ -- } C_2$	$R // (L \text{ -- } C_2)$	(Total) $C_1 \text{ -- } [R // (L \text{ -- } C_2)]$	Unitate
E			$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I				A
Z	$0 - j1,52k$ $1,52k \angle -90^\circ$	$429,15 - j132,41$ $449,11 \angle -17,14^\circ$	$429,15 - j696,72$ $818,34 \angle -58,37^\circ$	Ω

Calculul acestor impedanțe combinate necesită sume complexe pentru combinațiile serie și utilizarea formulei echivalente pentru impedanțele paralel.

Putem să renunțăm la coloana total din primul tabel, întrucât aceasta apare în cel de al doilea tabel.

Curentul total

Mărime	$L \text{ -- } C_2$	$R // (L \text{ -- } C_2)$	(Total) $C_1 \text{ -- } [R // (L \text{ -- } C_2)]$	Unitate
E			$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I			$76,89m + j124,86m$ $146,64m \angle 58,37^\circ$	A
Z	$0 - j1,52k$ $1,52k \angle -90^\circ$	$429,15 - j132,41$ $449,11 \angle -17,14^\circ$	$429,15 - j696,72$ $818,34 \angle -58,37^\circ$	Ω

Cunoscând impedanța și tensiunea totală, putem aplica legea lui Ohm, vertical, pe coloana „Total” pentru calcularea curentului total.

Curentul prin condensator și combinația serie paralel

Mărime	C_1	L	C_2	R	Unitate
E					V
I	$76,89m + j124,86$ $146,64 \angle 58,37^\circ$				A
Z	$0 - j564,38$ $564,38 \angle -90^\circ$	$0 + j245,04$ $245,04 \angle 90^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$	$470 + j0$ $470 \angle 0^\circ$	Ω

În acest moment, putem căuta componente sau combinații de componente ce au fie aceeași cădere de tensiune sau același curent. Iar în acest caz, atât prin C_1 cât și prin combinația paralel $R // (L \text{ -- } C_2)$ trece același curent, întrucât ele sunt în serie. Putem trece prin urmare aceste valori în

ambele coloane.

Mărime	$L \text{ -- } C_2$	$R // (L \text{ -- } C_2)$	(Total) $C_1 \text{ -- } [R // (L \text{ -- } C_2)]$	Unitate
E			$120 + j0$ $120 \angle 0^\circ$	V
I		$76,89m + j124,86m$ $146,64m \angle 58,37^\circ$	$76,89m + j124,86m$ $146,64m \angle 58,37^\circ$	A
Z	$0 - j1,52k$ $1,52k \angle -90^\circ$	$429,15 - j132,41$ $449,11 \angle -17,14^\circ$	$429,15 - j696,72$ $818,34 \angle -58,37^\circ$	Ω

Căderea de tensiune pe condensator și combinația serie paralel

Mărime	C_1	L	C_2	R	Unitate
E	70,46 - j43,4 82,76 \angle-31,62°				V
I	76,89m + j124,86 146,64 \angle 58,37°				A
Z	0 - j564,38 564,38 \angle -90°	0 + j245,04 245,04 \angle 90°	0 - j1,76k 1,76k \angle -90°	470 + j0 470 \angle 0°	Ω

Acum putem calcula căderile de tensiune pe C_1 și pe combinația serie-paralel $R/(L-C_2)$ folosind legea lui Ohm ($E=IZ$), vertical.

Mărime	$L - C_2$	$R // (L - C_2)$	(Total) $C_1 - [R // (L - C_2)]$	Unitate
E		49,53 + j43,4 65,85 \angle41,22°	120 + j0 120 \angle 0°	V
I		76,89m + j124,86m 146,64m \angle 58,37°	76,89m + j124,86m 146,64m \angle 58,37°	A
Z	0 - j1,52k 1,52k \angle -90°	429,15 - j132,41 449,11 \angle -17,14°	429,15 - j696,72 818,34 \angle -58,37°	Ω

Căderea de tensiune pe rezistor și combinația serie

Mărime	C_1	L	C_2	R	Unitate
E	70,46 - j43,4 82,76 \angle -31,62°			49,53 + j43,4 65,85 \angle41,22°	V
I	76,89m + j124,86 146,64 \angle 58,37°				A
Z	0 - j564,38 564,38 \angle -90°	0 + j245,04 245,04 \angle 90°	0 - j1,76k 1,76k \angle -90°	470 + j0 470 \angle 0°	Ω

Din nou, putem căuta componente ce au aceeași cădere de tensiune sau curent. În acest caz, rezistorul (R) și combinația serie a bobinei cu cel de al doilea condensator ($L-C$) au aceeași cădere de tensiune, pentru că cele două seturi de impedanțe sunt conectate în paralel. Astfel, putem

trece valorile tensiunii calculate mai sus în coloanele R și $L-C_2$.

Mărime	$L - C_2$	$R // (L - C_2)$	(Total) $C_1 - [R // (L - C_2)]$	Unitate
E	49,53 + j43,4 65,85 \angle41,22°	49,53 + j43,4 65,85 \angle 41,22°	120 + j0 120 \angle 0°	V
I		76,89m + j124,86m 146,64m \angle 58,37°	76,89m + j124,86m 146,64m \angle 58,37°	A
Z	0 - j1,52k 1,52k \angle -90°	429,15 - j132,41 449,11 \angle -17,14°	429,15 - j696,72 818,34 \angle -58,37°	Ω

Curentul prin rezistor și combinația serie

Mărimă	C ₁	L	C ₂	R	Unitate
E	70,46 - j43,4 82,76 ∠-31,62°			49,53 + j43,4 65,85 ∠41,22°	V
I	76,89m + j124,86 146,64 ∠58,37°			105,39m + j92,341m 140,12m ∠41,22°	A
Z	0 - j564,38 564,38 ∠-90°	0 + j245,04 245,04 ∠90°	0 - j1,76k 1,76k ∠-90°	470 + j0 470 ∠0°	Ω

Următorul pas este calcularea curentului prin rezistor și prin combinația serie L--C₂. Tot ceea ce trebuie să facem este să aplicăm legea lui Ohm ($I=E/Z$), vertical, în ambele coloane.

Mărimă	L -- C ₂	R // (L -- C ₂)	(Total) C ₁ -- [R // (L -- C ₂)]	Unitate
E	49,53 + j43,4 65,85 ∠41,22°	49,53 + j43,4 65,85 ∠41,22°	120 + j0 120 ∠0°	V
I	-28,49m + j32,51m 43,23 ∠131,22°	76,89m + j124,86m 146,64m ∠58,37°	76,89m + j124,86m 146,64m ∠58,37°	A
Z	0 - j1,52k 1,52k ∠-90°	429,15 - j132,41 449,11 ∠-17,14°	429,15 - j696,72 818,34 ∠-58,37°	Ω

Curentul prin bobină și condensator

Din moment ce L și C₂ sunt conectate în serie și cunoaștem curentul prin combinație serie a impedanței, putem trece aceleași valori și în coloanele L și C₂, folosind regula conform căreia în circuitele serie, curentul prin fiecare component este același:

Mărimă	C ₁	L	C ₂	R	Unitate
E	70,46 - j43,4 82,76 ∠-31,62°			49,53 + j43,4 65,85 ∠41,22°	V
I	76,89m + j124,86 146,64 ∠58,37°	-28,49m + j32,51m 43,23m ∠131,22°	-28,49m + j32,51m 43,23m ∠131,22°	105,39m + j92,341m 140,12m ∠41,22°	A
Z	0 - j564,38 564,38 ∠-90°	0 + j245,04 245,04 ∠90°	0 - j1,76k 1,76k ∠-90°	470 + j0 470 ∠0°	Ω

Căderile de tensiune pe bobină și condensator

Ultimul pas constă în aplicarea legii lui Ohm ($E=I Z$), vertical, pentru calcularea căderilor de tensiune pentru cele două coloane rămase (L și C₂):

Mărimē	C ₁	L	C ₂	R	Unitate
E	70,46 - j43,4 82,76 ∠-31,62°	-7,96 - j6,98 10,59 ∠221,22°	-57,5 + j50,38 76,45 ∠41,22°	49,53 + j43,4 65,85 ∠41,22°	V
I	76,89m + j124,86 146,64 ∠58,37°	-28,49m + j32,51m 43,23m ∠131,22°	-28,49m + j32,51m 43,23m ∠131,22°	105,39m + j92,341m 140,12m ∠41,22°	A
Z	0 - j564,38 564,38 ∠-90°	0 + j245,04 245,04 ∠90°	0 - j1,76k 1,76k ∠-90°	470 + j0 470 ∠0°	Ω

5. Susceptanța și admitanța

- Susceptanța reprezintă reciproca reactanței ($1 / X$), simbolul matematic este B , iar unitatea sa de măsură este Siemens
- Admitanța reprezintă reciproca impedanței ($1 / Z$), simbolul matematic este Y , iar unitatea sa de măsură este Siemens

Rezistența și conductanța

În studiul circuitelor electrice de curent continuu am întâlnit termenul de conductanță; aceasta se definește ca inversul rezistenței. Matematic, aceasta reprezintă reciproca rezistenței, $1 / R$, termen ce în formula rezistenței paralel este chiar conductanța.

Pe când „rezistența” denotă cantitatea opoziției față de deplasarea electronilor, „conductanța” reprezintă ușurința de deplasare a electronilor. Unitatea de măsură pentru conductanță este Siemens, iar simbolul matematic, „ G ”.

Susceptanța

Componentele reactive, precum bobinele și condensatoarele, se opun trecerii curentului (deplasării electronilor) în funcție de timp și nu într-un mod constant, uniform, ca în cazul rezistorilor. Această opoziție în funcție de timp se numește reactanță, notată cu „ X ” și măsurată de asemenea în Ohm.

La fel cum pentru rezistență există o mărime complementară, conductanța, și pentru expresia reactanței există o mărime complementară, denumită susceptanță. Matematic, susceptanța este inversa (reciproca) reactanței, $1 / X$. Simbolul matematic este „ B ”, iar unitatea de măsură este tot Siemens.

Admitanța

În aceeași ordine de idei, există și o mărime complementară pentru impedanță, admitanță. Matematic, admitanța este inversa impedanței, $1/Z$. Simbolul matematic este „ Y ”, iar unitatea de măsură este Siemens. La fel ca și impedanța, admitanța este o cantitate complexă, nu scalară.

Chiar dacă în calculele uzuale nu vom întâlni prea des acești termeni, este bine de știut că aceștia există.

06 - Rezonanța

1. Pendulul electric

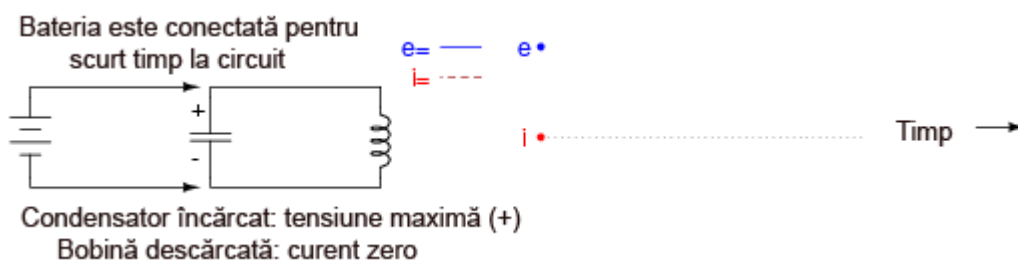
- Un condensator și o bobină conectate împreună formează un circuit oscilator, ce rezonază (oscilează) pe o anumită frecvență. La această frecvență, energia este transferată de la condensator spre bobină și invers sub formă de tensiune și curent alternativ defazate între ele cu 90°
- Atunci când frecvența sursei de alimentare în curent alternativ este exact egală cu frecvența naturală de oscilație a circuitului LC, spunem că circuitul se află într-o stare de rezonanță

Scop

Condensatoarele stochează energie sub formă de câmp electric, iar această energie stocată se manifestă electric sub formă de potențial: tensiune statică. Bobinele stochează energie sub formă de câmp magnetic, iar această energie stocată se manifestă electric sub formă cinetică: curent. Ambele elemente sunt însă fețele opuse ale aceleiași monede; ambele sunt elemente reactive ce stochează și eliberează energie în două moduri complementare. Când aceste două tipuri de componente reactive sunt conectate împreună, rezultatul modului lor complementar de stocare a energiei este unul neobișnuit.

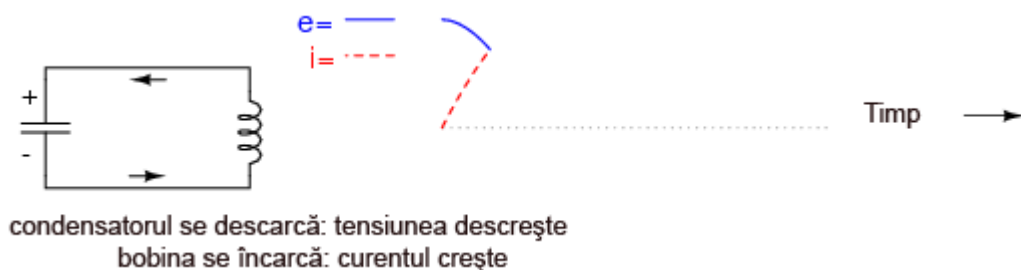
Descriere

Condensator încărcat, bobină descărcată



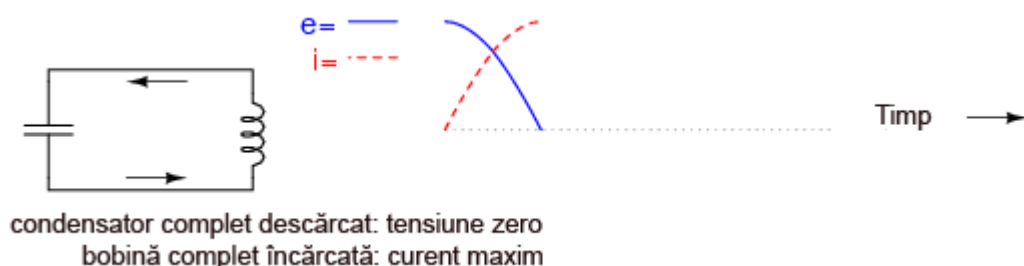
Dacă unul dintre cele două componente, fie condensatorul, fie bobina, este inițial încărcat, cele două componente vor schimba energie între ele, de la unul la altul, creând propria lor tensiune și curent alternativ. Dacă presupunem că ambele componente sunt supuse unei tensiuni aplicate brusc (de la o baterie, de exemplu), condensatorul se va încărca foarte repede, iar bobina se va opune variației curentului; prin urmare condensatorul va fi încărcat, iar bobina descărcată.

Descărcarea condensatorului și încărcarea bobinei



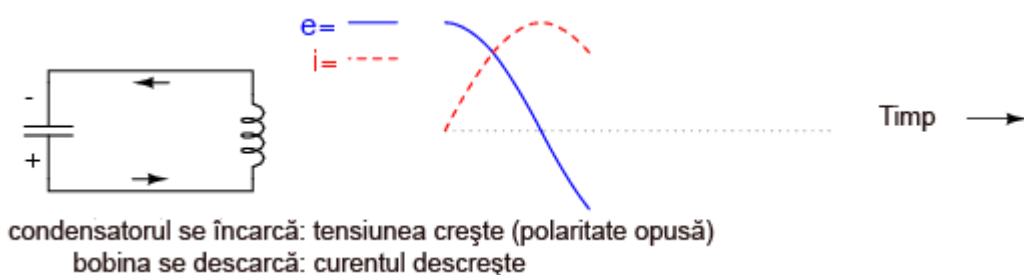
Condensatorul va începe să-și descarce energia înmagazinată pe bobină, prin urmare, tensiunea va descrește. Între timp, bobina va conduce curent electric și va înmagazina energie sub formă de câmp magnetic; rezultatul este creșterea curentului în circuit.

Condensator descărcat, bobină încărcată



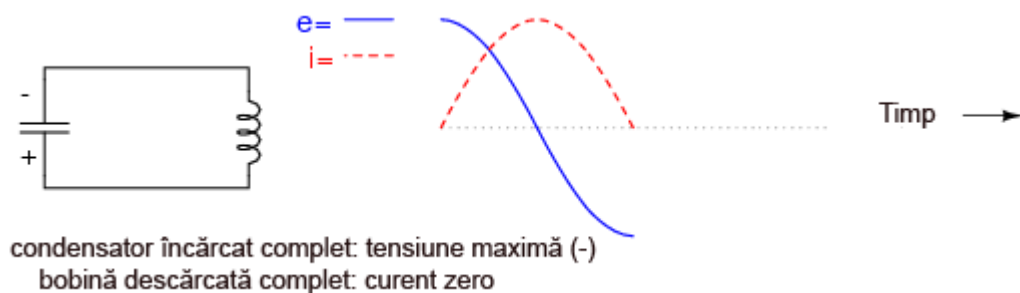
Bobina va continua să se încarce și să mențină curgerea electronilor în circuit până când condensatorul va fi complet descărcat (tensiune zero la bornele sale).

Încărcarea condensatorului și descărcarea bobinei



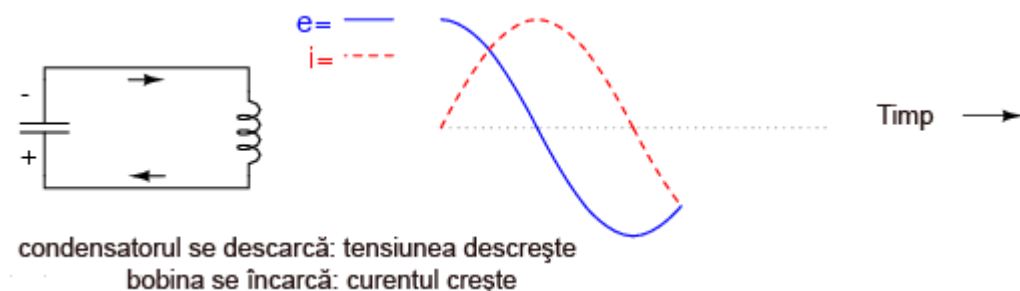
Bobina va menține curentul chiar și fără existența unei tensiuni aplicate la bornele sale; de fapt, va genera o tensiune (precum o baterie) pentru menținerea direcției curentului. Condensatorul, fiind elementul ce primește acest curent, va începe să acumuleze o sarcină de polaritate inversă față de polaritatea sa inițială.

Condensator încărcat la polaritate inversă, bobina descărcată



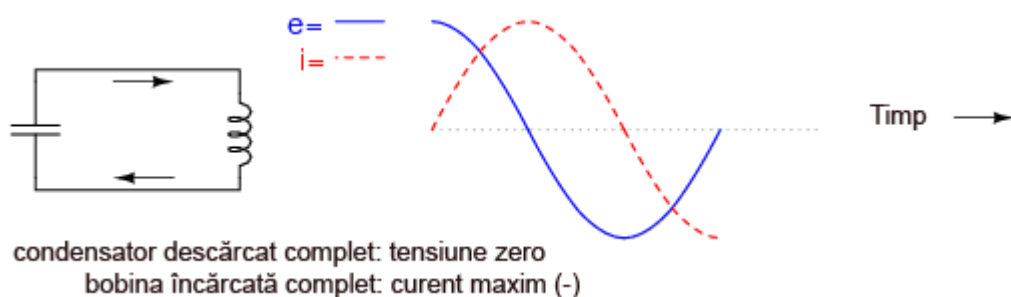
Atunci când curentul prin bobină se epuizează iar energia înmagazinată ajunge la zero, tensiunea condensatorului va fi maximă, și de polaritate opusă tensiunii inițiale.

Descărcarea condensatorului și încărcarea bobinei



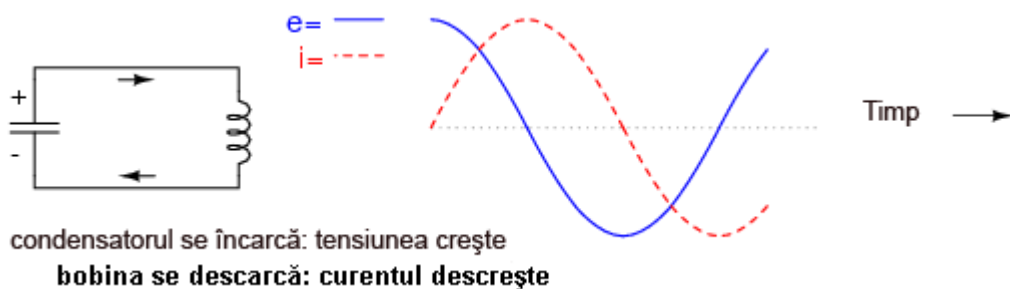
Am ajuns acum la o situație foarte similară celei inițiale: condensatorul este complet încărcat iar curentul prin circuit este zero (bobină descărcată). Condensatorul va începe (din nou) să se descarce prin/pe bobină, ducând la creșterea curentului (în direcție opusă față de cazul inițial) și descreșterea tensiunii pe măsură ce energia înmagazinată de condensator tinde spre zero.

Condensator descărcat și bobina încărcată la un curent invers



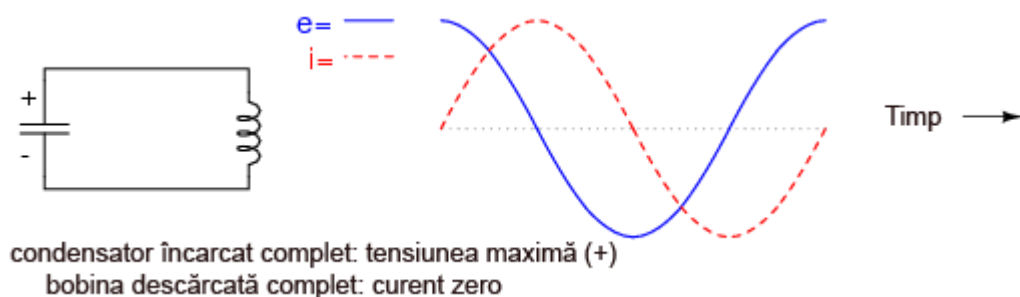
Într-un final, condensatorul se va descărca complet (zero volți), iar bobina va deveni încărcată complet (curent maxim).

Condensatorul se încarcă și bobina se descarcă



Bobina, încercând să mențină direcția curentului, se va comporta din nou precum o sursă, generând tensiune electrică precum o baterie pentru menținerea acestuia. În acest fel, condensatorul va începe să se încarce din nou, iar amplitudinea curentului din circuit va descrește din nou.

Condensator încărcat complet, bobina descărcată complet (situația inițială)



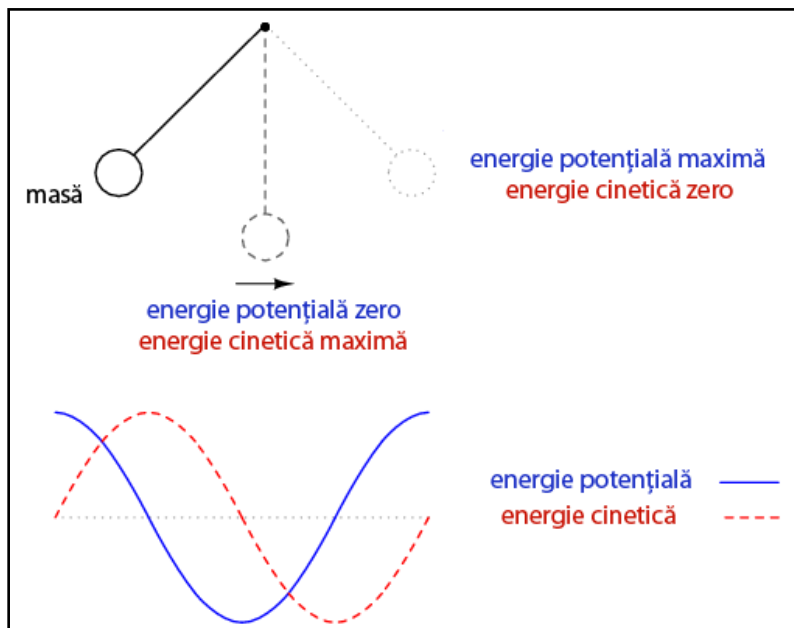
Până la urmă condensatorul se va încărca complet (din nou) pe măsură ce energia bobinei se apropie de zero. Tensiunea se va afla din nou la valoarea maximă pozitivă, iar curentul la zero. Acest ultim pas duce la completarea unei perioade pe parcursul cărei cele două componente au schimbat între ele aceeași energie electrică.

Explicație

Această oscilație a energiei de la un component la altul va continua cu o amplitudine a semnalelor din ce în ce mai mică, descreștere datorată pierderilor de putere cauzate de rezistențele parazite din circuit, până când întregul proces se oprește cu totul. În mare, acest comportament este asemănător comportamentului pendulului: pe măsură ce masa pendulului oscilează înainte și înapoi, există o transformare continuă între energia cinetică (mișcare) și energia potențială (înălțime), asemănător circuitului format din bobină și condensator.

În punctul în care înălțimea pendulului este maximă, masa acestuia se oprește pentru o scurtă perioadă de timp, urmată de schimbarea direcției sale de mișcare. În acest punct, energia potențială este maximă iar energia cinetică este zero. Pe măsură ce masa oscilează înapoi, trece rapid printr-un punct în care coarda este direcționată perpendicular pe direcția pământului. În acest punct, energia potențială este zero iar energia cinetică este la valoarea sa maximă. Precum un circuit, oscilația înainte și înapoi a pendulului va continua cu o amplitudine a oscilațiilor din

ce în ce mai mică, descreștere datorată frecării cu aerul (rezistență) ce disipă energie. Tot precum în cazul circuitului de mai sus, poziția și viteza pendulului trasate pe un grafic (timp-amplitudine) conturează două unde sinusoidale defazate între ele cu 90° .



În fizică, această oscilație sinusoidală naturală este cunoscută sub numele de mișcare armonică simplă. Aceleași principii stau însă și la baza circuitelor formate din condensator și bobină, de genul celui văzut mai sus. O proprietate interesantă al oricărui tip de pendul, este că perioada sa depinde de lungimea brațului și nu de greutatea masei de la capătul acesteia.

De aceea pendulul va continua să oscileze la aceeași frecvență pe măsură ce amplitudinea oscilațiilor scade. Rata oscilațiilor este independentă de cantitatea de energie stocată în pendul.

Același lucru este valabil și pentru circuitul bobină/condensator. Rata oscilațiilor este strict dependentă de mărimea condensatorului și a bobinei, și nu de cantitatea de tensiune (sau curent) disponibilă în circuit. Proprietatea sa de a menține o singură frecvență, naturală, indiferent de valoarea energiei stocate, este de o mare importanță în realizarea circuitelor electrice.

Frecvența naturală (de rezonanță)

Frecvența naturală reprezintă frecvența la care sistemul „vibrează” după ce acesta a fost pus în mișcare, fără să existe vreo intervenție din afara acestuia. Această frecvență mai poartă și numele de frecvență de rezonanță.

Rezonanța

Dacă frecvența sursei de alimentare a circuitului este exact frecvență naturală de oscilație a combinației LC, spunem că circuitul se află într-o stare de rezonanță. Efectele neobișnuite vor atinge un maxim în această condiție de rezonanță. Din acest motiv, trebuie să calculăm din timp frecvența de rezonanță pentru diferite combinații de L și C, și să ținem cont de efectele acesteia asupra circuitului.

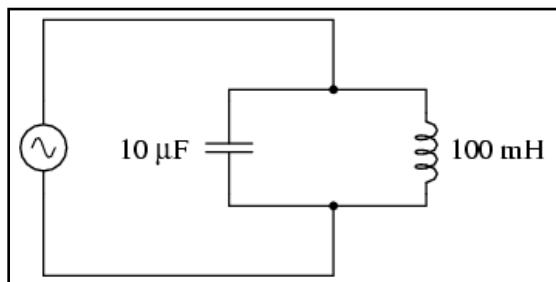
Observație

Totuși, această tendință de oscilație, sau rezonanță, la o anumită frecvență, nu este limitată doar la circuitele concepute special în acest scop. De fapt, aproape orice circuit de curent alternativ ce conține o combinație de capacități și inductivități (circuit „LC”) tinde să manifeste efecte neobișnuite atunci când frecvența sursei de alimentare în curent alternativ se apropie de frecvența naturală. Acest lucru este valabil indiferent de scopul pentru care circuitul a fost creat.

2. Rezonanța paralel

- Rezonanța are loc atunci când reactanța capacitivă este egală cu reactanța inductivă
- Impedanța totală a unui circuit LC paralel tinde spre infinit pe măsură ce frecvența sursei de alimentare se apropie de frecvența de rezonanță

Circuit LC paralel



Putem ajunge la o stare de rezonanță într-un circuit oscilator (LC), dacă reactanțele condensatorului și a bobinei sunt egale între ele. Deoarece reactanța inductivă crește odată cu creșterea frecvenței, iar reactanța capacitivă scade cu creșterea frecvenței, există doar o singură frecvență unde cele două reactanțe vor fi egale.

Frecvența de rezonanță

$$X_L = 2\pi fL$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

Din egalitatea celor două ecuații de mai sus, obținem:

$$2\pi fL = \frac{1}{2\pi fC}$$

Înmulțim ambele ecuații cu f

$$2\pi f^2 L = \frac{1}{2\pi C}$$

Împărțim ambele ecuații cu $2\pi f$

$$f = \frac{1}{4\pi^2 f LC}$$

Rezolvând și simplificând ecuația de mai sus, obținem următorul rezultat:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

În circuitul de mai sus, avem un condensator de $10\ \mu\text{F}$ și o bobină de $100\ \text{mH}$. Din moment ce cunoaștem ecuațiile pentru determinarea reactanțelor, oricare ar fi valoarea frecvenței, iar ceea ce ne interesează este punctul în care cele două reactanțe sunt egale între ele, putem rezolva ecuația formată din egalitatea celor două reactanțe pentru a afla frecvența de rezonanță (naturală).

Aceasta este formula prin care putem afla frecvența de rezonanță a unui circuit oscilator, atunci când cunoaștem valorile inductanței (L) și a capacității (C). După introducerea valorilor L și C în formula de mai sus, ajungem la frecvență de rezonanță de $159,155\ \text{Hz}$.

Impedanța totală

Ceea ce se întâmplă la rezonanță este interesant. Fiindcă reactanța inductivă este egală cu cea capacitivă, impedanța totală crește spre infinit, ceea ce înseamnă că circuitul oscilator nu „consumă” deloc curent de la sursa de tensiune! Putem calcula impedențele individuale ale condensatorului de $10\ \mu\text{F}$ și a bobinei de $100\ \text{mH}$.

$$X_L = 2\pi f L = 2\pi \cdot 159,15\ \text{Hz} \cdot 100\ \text{mH} = 100\ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{2\pi \cdot 159,15\ \text{Hz} \cdot 10\ \mu\text{F}} = 100\ \Omega$$

Prin urmare, ambele impedențe sunt egale, ~~100~~. Putem apoi să aplicăm formula impedenței paralele pentru a demonstra matematic ceea ce am spus mai sus:

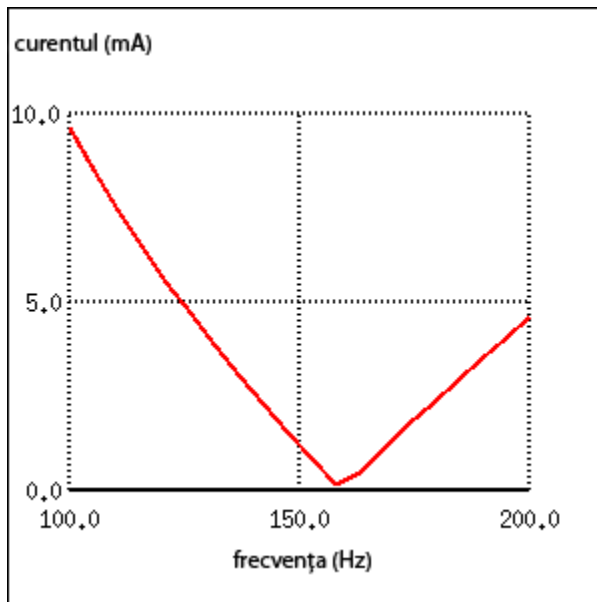
$$Z_{paralel} = \frac{1}{\frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}}$$

$$Z_{paralel} = \frac{1}{\frac{1}{100 \Omega \angle 90^\circ} + \frac{1}{100 \Omega \angle -90^\circ}} = \frac{1}{0,01 \Omega \angle -90^\circ + 0,01 \Omega \angle 90^\circ}$$

$$Z_{paralel} = \frac{1}{0} \text{ nedefinit !}$$

Desigur, nu putem face raportul unui număr cu zero pentru a ajunge la un rezultat care să aibă sens, dar putem spune că rezultatul tinde spre infinit pe măsură ce valorile celor două impedanțe paralele se apropie una de cealaltă. Practic, acest lucru înseamnă **că** impedanța totală a circuitului oscilator la rezonanță este infinită. (se comportă precum un circuit deschis).

Relația curent-frecvență



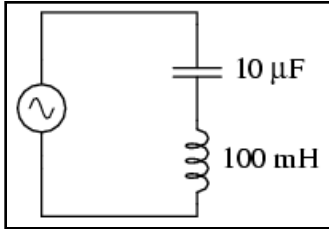
Grafic, amplitudinea curentului din circuit în funcție de frecvența sursei de alimentare arată precum în figura alăturată. Punctul de pe grafic unde curentul este zero, coincide cu frecvența de rezonanță calculată mai sus, 159,155 Hz.

3. Rezonanța serie

- Impedanța totală a unui circuit LC serie se apropie de zero pe măsură ce frecvența sursei de alimentare se apropie de frecvența de rezonanță

- Formula de calcul a frecvenței de rezonanță este aceeași ca și în cazul circuitului LC paralel
- Circuitele LC serie pot dezvolta căderi de tensiune extrem de mari pe cele două componente atunci când se află la rezonanță, datorită curenților mari din circuit și a impedanțelor suficient de mari ale componentelor

Circuit LC serie



Un efect similar rezonanței paralel are loc și în circuitele inductiv-capacitive serie. Atunci când este atinsă o stare de rezonanță (reactanța capacitivă este egală cu cea inductivă), cele două impedanțe se anulează reciproc iar impedanța totală scade la zero!

Frecvența de rezonanță

Formula frecvenței de rezonanță calculată anterior este valabilă atât pentru circuitele LC paralel cât și pentru cele serie.

$$f_{\text{rezonanță}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Impedanța totală

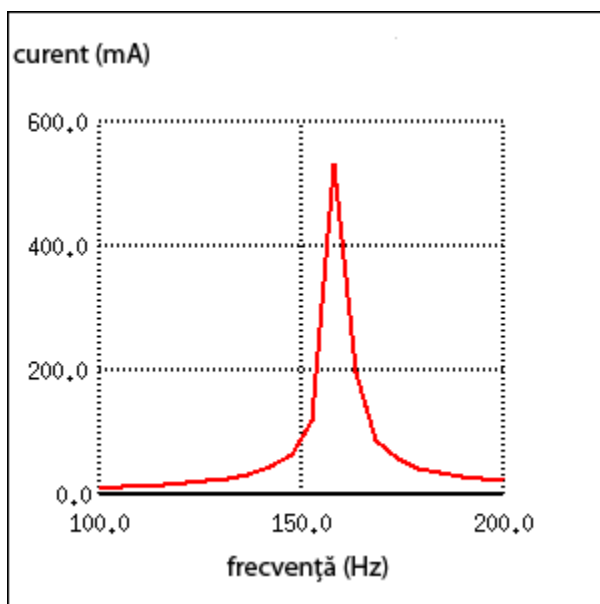
După cum am spus și mai sus, impedanța totală la rezonanță scade spre zero. Matematic, acest lucru arată astfel:

La 159,155 Hz:

$$Z_L = 0 + j100 \, \Omega; \quad Z_C = 0 - j100 \, \Omega$$

$$Z_{\text{serie}} = Z_L + Z_C = (0 + j100 \, \Omega) + (0 - j100 \, \Omega) = 0 \, \Omega$$

Graficul curent-frecvență



Fiindcă impedanța serie totală este 0 la frecvența de rezonanță de 159,155 Hz, se va produce un *scurt circuit* la bornele sursei de curent alternativ la rezonanță. Graficul curentului în funcție de frecvență este cel din figura alăturată.

Putem observa de pe grafic, că la frecvența de rezonanță de 159,155 Hz (aproximativ), valoarea curentului prin circuit este maximă, ceea ce sugerează un scurt-circuit.

Observație

Atenție, datorită curenților mari ce se pot dezvolta într-un circuit LC serie la rezonanță, este posibilă apariția unor căderi de tensiune periculoase pe condensator și bobină, întrucât fiecare component are o impedanță suficient de mare. Dacă alimentăm acest circuit cu doar 1 V, căderile de tensiune pe cele două componente pot atinge valori impresionante de aproximativ 70 V ! Prin urmare, fiți foarte atenți atunci când experimentați cu astfel de circuite!

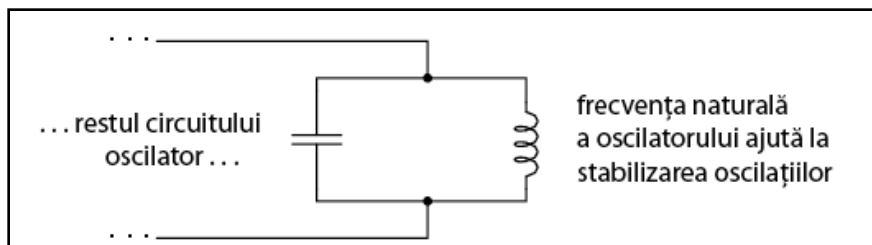
4. Aplicații ale rezonanței

- Rezonanța poate fi utilizată pentru menținerea oscilațiilor circuitelor de curent alternativ la o frecvență constantă
- Rezonanța poate fi exploatată pentru proprietățile sale cu privire la impedanță: creșterea sau descreșterea dramatică a impedanței pentru anumite frecvențe. Circuitele concepute special pentru înlăturarea tuturor frecvențelor din circuit exceptând cele dorite, se numesc filtre

Scop

Până acum, fenomenul rezonanței pare doar o curiozitate nefolositoare, sau chiar dăunătoare, mai ales în cazul scurt-circuitării sursei de tensiune alternativă în circuitul serie. Totuși, rezonanța este o proprietate valoroasă a circuitelor de curent alternativ, fiind folosită într-o varietate de aplicații.

Stabilizarea frecvenței



Una dintre aplicațiile rezonanței constă în atingerea unei frecvențe stabile în circuitele folosite pentru producerea semnalelor alternative. De obicei este folosit un circuit paralel în acest scop,

condensatorul și bobina fiind conectate împreună, schimbând energie între ele, alternativ.

La fel cum pendulul poate fi folosit pentru stabilizarea frecvenței oscilațiilor ceasurilor, un circuit oscilator (paralel) poate fi folosit pentru stabilizarea frecvenței electrice a unui circuit oscilator de curent alternativ. După cum am mai spus, frecvența impusă de circuitul oscilator depinde doar de valorile L și C , și nu de amplitudinea tensiunii sau a curentului din circuit.

Filtre de frecvență

O altă aplicație a rezonanței este în circuitele în care efectele impedanțelor mărite sau micșorate, la o anumită frecvență, sunt de dorit. Un circuit rezonant poate fi folosit pentru „blocarea” (impedanță mare) unei anumite frecvențe sau a unui domeniu de frecvențe; circuitul se comportă în acest caz precum un „filtru”, pentru selectarea anumitor frecvențe în defavoarea altora. Aceste circuite sunt de fapt denumite filtre, iar studiul lor constituie o întreagă disciplină.

În principiu, acesta este și modul de funcționare al unui aparat de radiorecepție, ce selectează o anumită frecvență (post radio) din seria frecvențelor variate recepționate de antenă.

5. Rezonanța serie-paralel. Antirezonanța

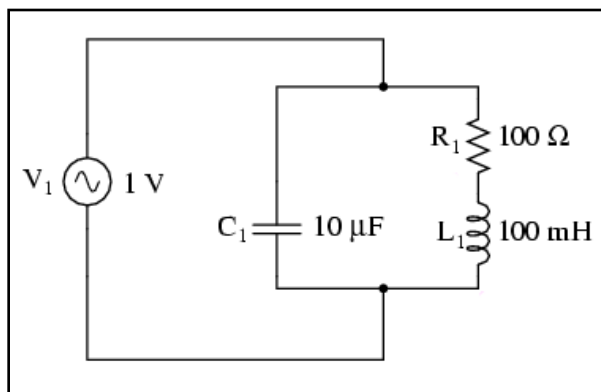
- Adăugarea unei rezistențe într-un circuit LC poate să producă efectul de antirezonanță, unde efectele de vârf ale impedanței au loc la o frecvență diferită față de frecvența de rezonanță inițială
- Rezistența prezentă în bobinele reale poate contribui în mare măsură la apariția antirezonanței. O sursă a unei astfel de rezistențe este efectul pelicular.
- Într-un circuit RLC serie, rezistența adițională în circuit nu produce antirezonanță.

Scop

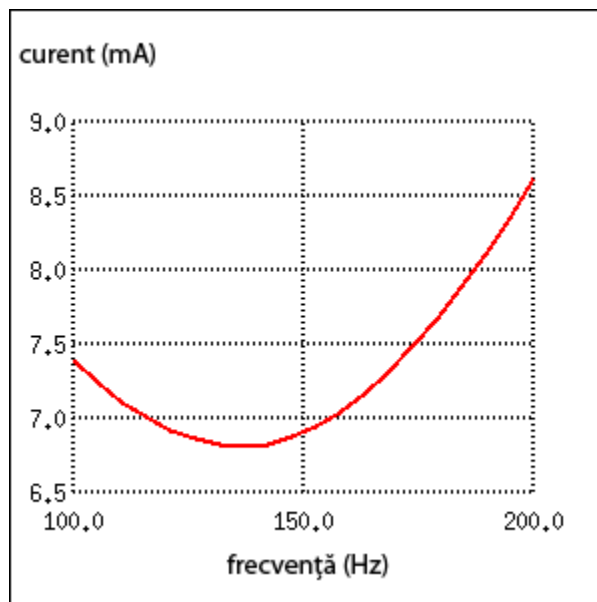
În circuitele reactive simple fără rezistență (sau rezistență foarte mică), efectele impedanțelor la frecvența de rezonanță vor fi cele prezise de ecuația acesteia. Într-un circuit LC paralel, aceasta înseamnă impedanță infinită. În circuitele LC serie, înseamnă impedanță zero (la rezonanță).

Totuși, dacă începem să introducem rezistență în circuitele LC, această formulă de calcul pentru rezonanță nu mai este utilizabilă. Vom lua câteva circuite LC ca și exemplu, folosind aceleași valori pentru capacitate și inductanță ca și înainte: $10\ \mu\text{F}$ și $100\ \text{mH}$. Frecvența de rezonanță, potrivit formulei, ar trebui să fie $159,155\ \text{Hz}$, dar să vedem ce se întâmplă atunci când introducem un rezistor în circuit.

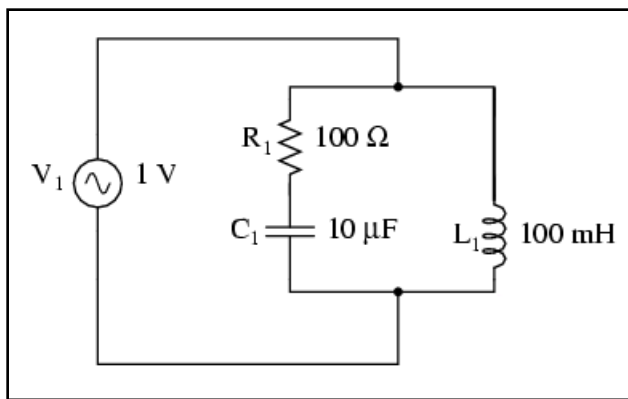
Circuit RLC paralel (rezistor -- bobina)



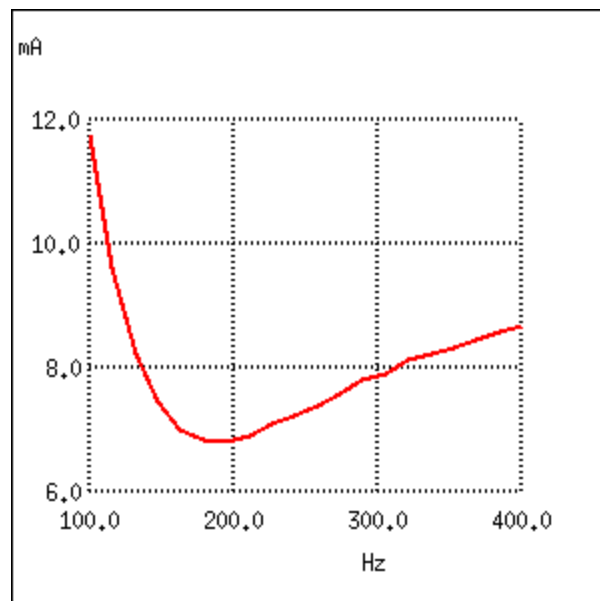
Rezistorul conectat în paralel cu bobina produce un curent minim, ce nu este zero, la frecvența de $136,8\ \text{Hz}$, și nu la $159,2\ \text{Hz}$, valoarea calculată.



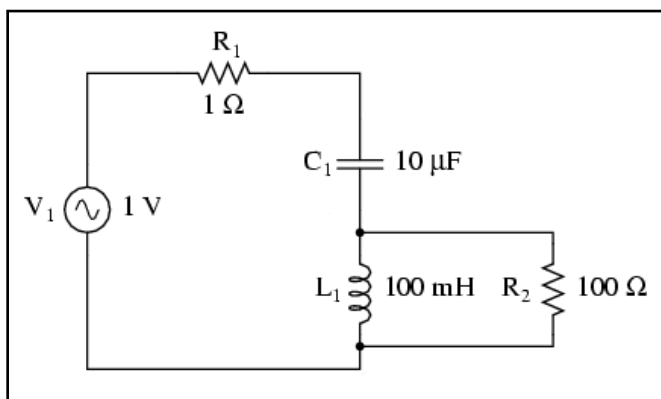
Circuit RLC paralel (condensator -- rezistor)



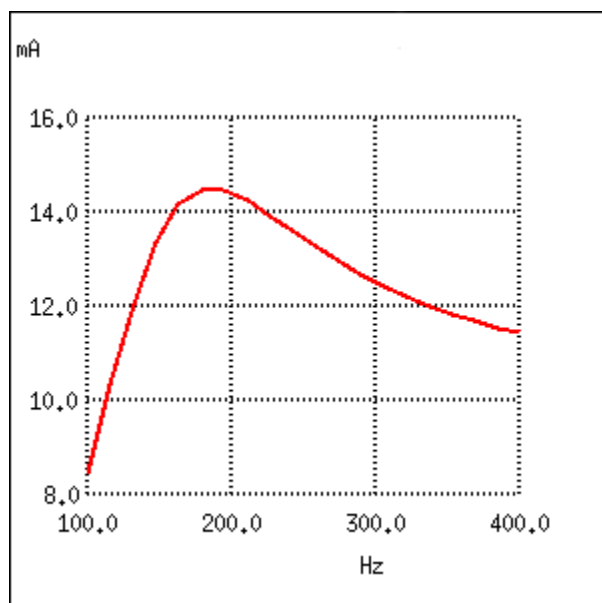
Curentul minim în acest caz este la frecvența de 180 Hz, nu la 159,2 Hz.



Circuit RLC serie (rezistor // bobina)

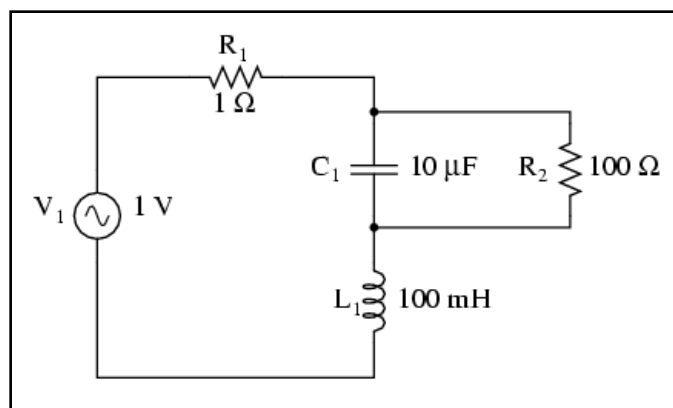


Întorcându-ne la circuitul LC serie, vom conecta o rezistență în paralel cu bobina. În circuitul alăturat, rezistorul R_1 de $1\ \Omega$ este conectat în serie cu bobina și condensatorul pentru limitarea curentului total prin circuit la rezonanță. Rezistorul „extra” pe care îl introducem în circuit pentru influențarea frecvenței de rezonanță este rezistorul R_2 de $100\ \Omega$.

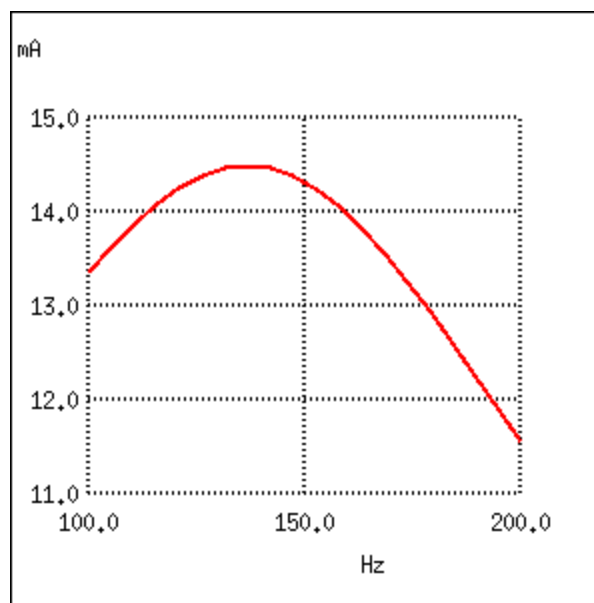


Circuitul rezonant serie (LC) cu un rezistor conectat în paralel cu bobina, prezintă un curent maxim la o frecvență de 180 Hz, față de 159,2 Hz.

Circuit RLC serie (rezistor // condensator)



Și în acest caz, curentul maxim prin circuit nu se mai produce la frecvența de 159,2 Hz, ci la 136,8 Hz.



Antirezonanța

Tendința rezistenței de modificare a punctului în care impedanța atinge maximul sau minimul într-un circuit LC, poartă numele de antirezonanță.

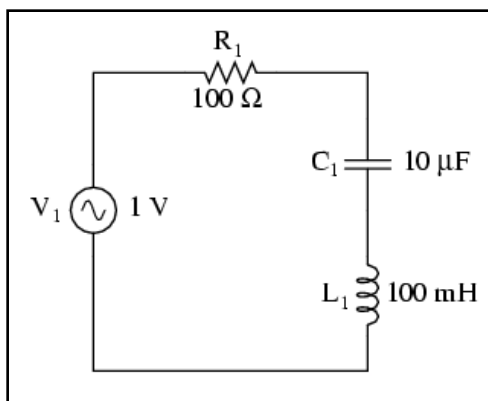
Din nou, efectele de mai sus ilustrează natura complementară a condensatoarelor și a bobinelor: rezistența serie cu unul dintre ele crează un efect de antirezonanță echivalent cu rezistența paralel cu celălalt. Dacă ne uităm și mai atent la graficele de mai sus, putem observa că frecvențele de rezonanță sunt modificate cu aceeași valoare, iar forma graficelor complementare sunt în oglindă!

Efectul pelicular

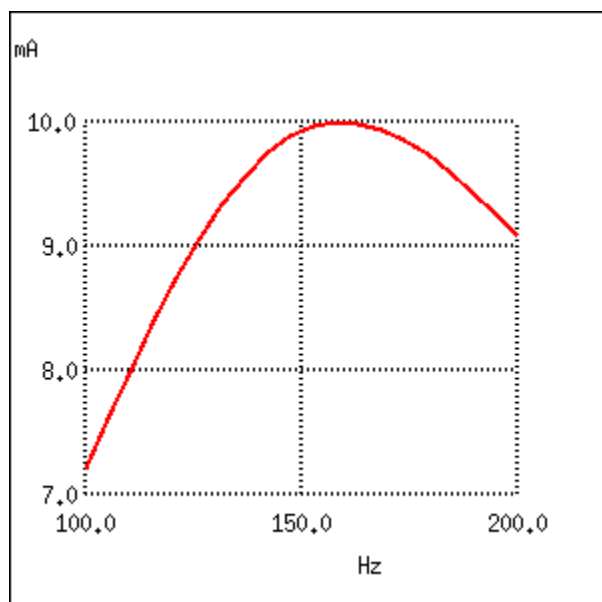
Nu este foarte greu să adăugăm o rezistență într-un circuit LC, dar, deși confecționarea condensatoarelor cu rezistențe neglijabile, este posibilă, bobinele suferă la acest capitol; rezistențele lor sunt mari datorită lungimilor conductorilor folosiți la confecționarea acestora. Mai mult decât atât, rezistența conductorilor tinde să crească odată cu creșterea frecvenței de funcționare, datorită efectului pelicular, efect ce se manifestă prin excluderea deplasării curentului alternativ prin centrul conductorului, reducând prin urmare secțiunea transversală a firului și mărinind astfel rezistența sa. Astfel, bobinele nu doar că au rezistență, dar au o rezistență variabilă, dependentă de frecvență.

Pe lângă asta, bobinele se mai confruntă și cu pierderi, datorită miezurilor de fier folosite, efect cunoscut sub numele de curenți turbionari.

Circuit RLC serie



O excepție de la regula conform căreia o rezistență adițională într-un circuit LC modifică valoarea rezistenței de rezonanță, este circuitul RLC serie. Atâta timp cât toate componentele sunt conectate în serie, frecvența de rezonanță nu va fi afectată de rezistența în plus introdusă în circuit. Graficul variației curentului în funcție de frecvență este prezentat alăturat.



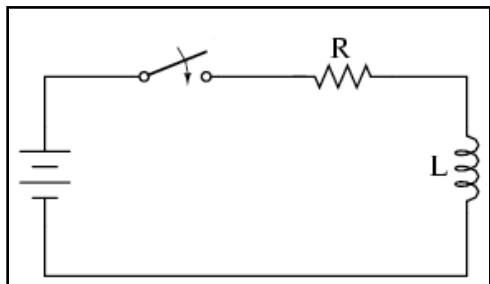
Valoarea curentului maxim este din nou atinsă pentru frecvența de 159,2 Hz!

Aplicațiile antirezonanței

Este bine de știu că antirezonanța are un efect de amortizare (atenuare) a oscilațiilor circuitelor LC pure, precum cele paralele. La începutul acestui capitol am observat cum un condensator și o bobină conectate direct împreună se comportă precum un pendul, schimbând tensiune și curent între ele precum un pendul schimbă energia potențială cu cea cinetică, alternativ. Într-un circuit oscilator perfect (rezistență zero), această oscilație poate continua la infinit, la fel ca în cazul unui pendul fără frecări, ce ar putea oscila la infinit la frecvența sa de rezonanță. Dar aceste dispozitive fără frecare sunt foarte greu de găsit în realitate, și la fel este și cazul circuitelor oscilatoare. Pierderea de energie prin rezistență (sau alte tipuri de pierdere) într-un circuit LC va duce la atenuarea amplitudinii oscilațiilor până acestea se „sting”. Dacă într-un circuit oscilator, există suficiente pierderi de energie, acesta nu va rezona deloc.

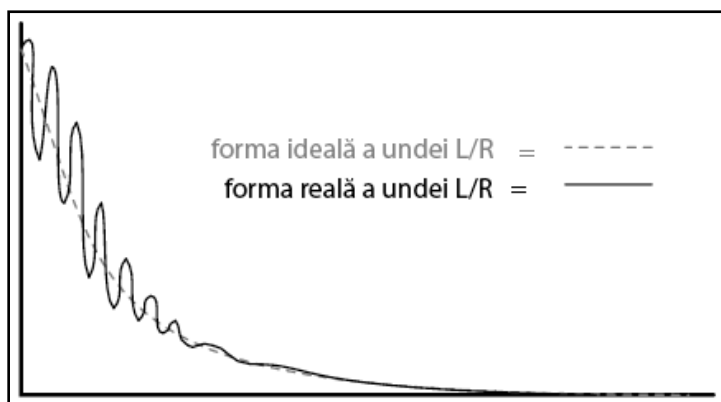
Eliminarea oscilațiilor nedorite

Efectul de antirezonanță este mai mult decât o simplă curiozitate: antirezonanța poate fi extrem de utilă la eliminarea oscilațiilor nedorite din circuitele ce conțin inductanțe sau capacități parazite, precum este cazul majorității circuitelor.



Să luăm ca și exemplu circuitul alăturat, al cărei constantă de timp este L/R .

Ideea acestui circuit este simplă: încărcarea bobinei atunci când întrerupătorul este închis. Rata (viteza) de încărcare a bobinei depinde de raportul L/R , cunoscut sub numele de constanta de timp a circuitului, măsurată în secunde.



Totuși, dacă ar fi să construim fizic un astfel de circuit, am descoperi oscilații neașteptate a tensiunii la bornele bobinei atunci când întrerupătorul este închis. De ce se întâmplă acest lucru? Nu există niciun condensator în circuit, prin urmare, cum putem avea oscilație rezonantă folosind doar o bobină, un rezistor și o baterie?

Toate bobinele prezintă o anumită capacitate parazită datorită modului de realizare a înfășurărilor. De asemenea, conductorii folosiți pentru realizarea circuitului, prezintă și ei o anumită capacitate parazită. Cu toate că proiectarea „curată” a circuitelor electrice elimină mare parte dintre aceste capacități parazite, aceasta nu poate fi niciodată eliminată complet. Dacă acest lucru cauzează probleme de rezonanță (oscilații nedorite), un mod de combatere al acestui efect este prin adăugarea rezistențelor. Dacă un rezistor, R , este suficient de mare, acesta va duce la o situație de antirezonanță, disipând suficientă energie pentru anularea, sau diminuarea efectelor oscilației datorate combinației dintre inductanță și capacitățile parazite.

Amortizoare

Este interesant de menționat faptul că, principiul utilizării rezistenței pentru eliminarea efectelor nedorite ale rezonanței este des folosit în conceperea sistemelor mecanice, unde orice obiect aflat în mișcare reprezintă un potențial rezonator. O aplicație extrem de des întâlnită este folosirea amortizoarelor la automobile. Fără amortizoare, automobilele ar vibra necontrolat la frecvența de rezonanță, atunci când ar întâlni o denivelare în

asfalt, de exemplu. Rolul amortizorului este de a introduce un efect antirezonant puternic prin disiparea energiei pe cale hidraulică, în același fel în care un rezistor disipă energie pe cale electrică.

07 - Semnale cu frecvențe multiple

1. Introducere

- Combinarea mai multor forme de undă cu frecvențe diferite duce la formarea unui semnal complex a cărei frecvență fundamentală este semnalul cu cea mai mică frecvență. Celelalte forme de undă sunt multiplii ale frecvenței fundamentale, și poartă numele de armonici

Scop

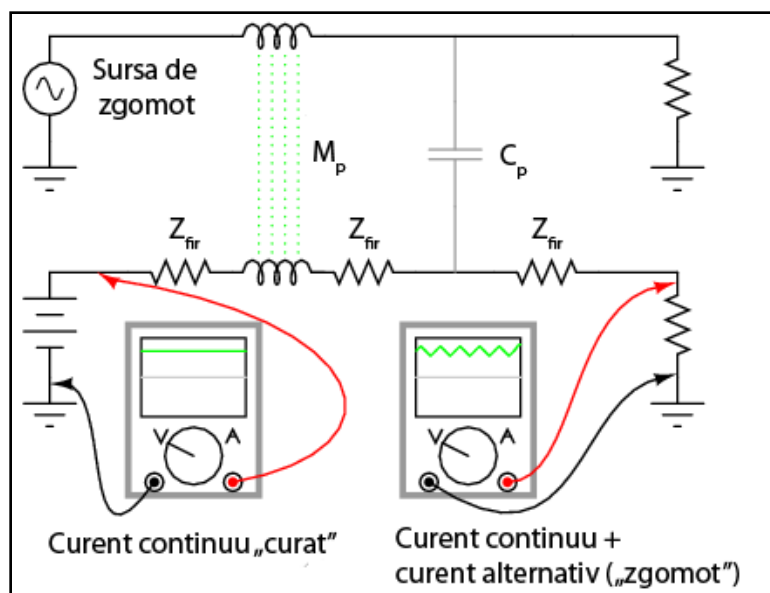
Circuitele studiate până în acest moment au fost alimentate integral într-o singură frecvență sinusoidală. În multe aplicații însă, frecvența unică este mai degrabă excepția decât regula. De multe ori întâlnim circuite unde frecvența tensiunii de alimentare este compusă din mai multe frecvențe individuale suprapuse una peste cealaltă. Pe lângă asta, formele de undă ale tensiunii pot avea și alte forme, nu doar sinusoidale, caz în care ele intră în categoria formelor de undă *ne-sinusoidale*.

Întâlnim de asemenea cazuri în care semnalul de curent continuu este combinat cu cel de curent alternativ: forma de undă este suprapusă peste un semnal de curent continuu. Rezultatul unei astfel de combinații este un semnal variabil în intensitate (amplitudine) dar nu și în polaritate, sau polaritatea sa variază asimetric. Indiferent de caz, atunci când avem mai multe frecvențe în același circuit, analiza acestuia este mult mai complexă decât ceea ce am văzut până acum.

Cuplaje inductive și capacitive

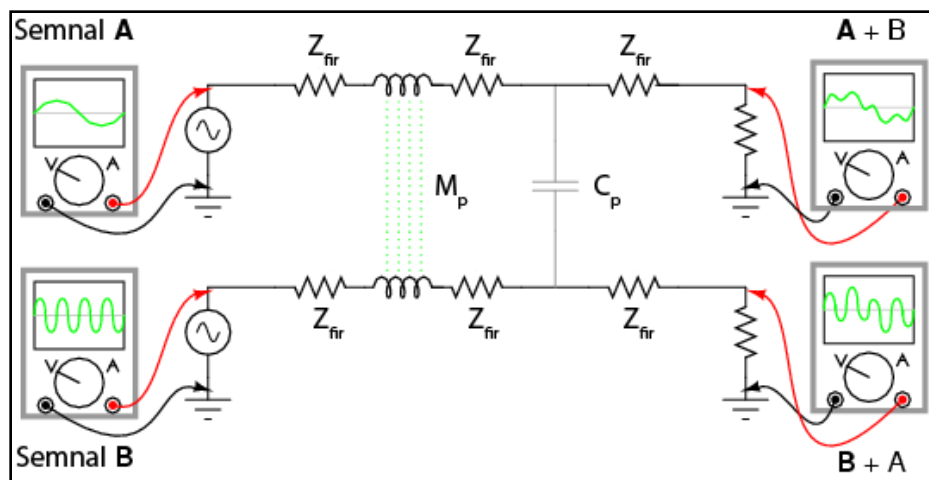
Unele situații de semnale de curent sau tensiune cu frecvențe multiple sunt create accidental, fiind rezultatul conexiunilor accidentale dintre circuite, conexiuni ce poartă numele de cuplaje, cauzate de capacitățile sau inductanțele parazite (nedorite) dintre conductorii acelor circuite.

Un exemplu clasic de cuplaj este întâlnit des în industrie, unde o rețea de semnal în curent continuu este plasată în apropierea unei rețele de alimentare în curent alternativ. Prezența tensiunilor înalte și a curenților alternativi pot duce la modificarea comportamentului rețelei de curent continuu.



Capacitatea parazită formată între izolațiile celor două rețele poate induce tensiune de la cea de curent alternativ la cea de curent continuu, iar inductanțele parazite formate între cele două lungimi ale conductorilor pot duce la situația în care curenții primei rețele să inducă tensiune pe cale electromagnetică în conductorii celei de a doua rețele.

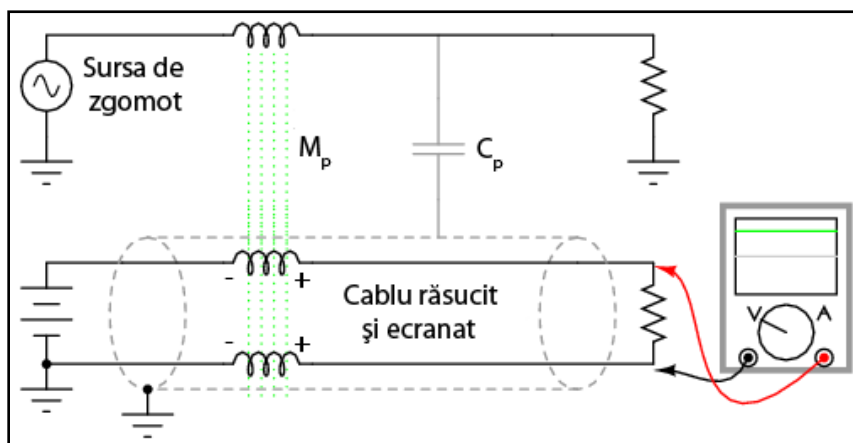
Rezultatul este o combinație de semnale de curent continuu și alternativ. Schema prezentată reprezintă modul în care sursa de zgomot de curent alternativ se poate cupla la circuitul de curent continuu prin inductanța (M_p) și capacitatea parazită (C_p).



Cuplajul poate să apară și între două seturi de conductori de curent alternativ, caz în care ambele semnale vor purta o combinație de frecvențe:

Folosirea cablurilor răsucite și ecranate

Atunci când tensiunile alternative parazite se mixează cu semnalele de curent continuu, rezultatele sunt de obicei nedorite. Din acest motiv, rețeaua de alimentare cu energie electrică (curent alternativ, puteri mari) trebuie să fie neapărat separată de rețelele de semnal (curent continuu, puteri mici), iar semnalele transmise prin intermediul cablurilor răsucite (twisted) formate din doi conductori, și nu doar printr-un singur fir și conexiunea acestuia la împământare:

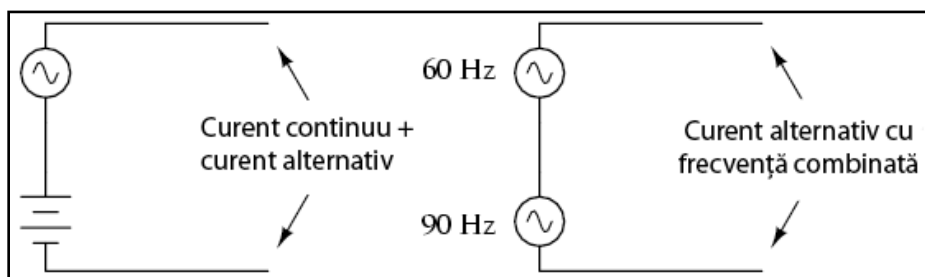


Ecranajul cablului - o folie metalică înfășurată în jurul celor doi conductori izolați - este conectat la împământare, și izolează ambii conductori față de cuplajul electrostatic (capacitiv), blocând orice câmp electric exterior.

Răsucirea celor doi conductori, unul lângă celălalt, anulează orice cuplaj electromagnetic (inductanță mutuală),

întrucât orice tensiune parazită indusă va fi aproximativ egală în amplitudine dar defazată cu 180° (opозиție de fază) în ambii conductori, cele două semnale anulându-se practic între ele, rezultând o diferență de potențial aproape nulă.

Alte moduri de generare a frecvențelor multiple



Cuplajul este doar unul dintre exemplele de combinare a frecvențelor, fiind accidental și de nedorit.

În alte cazuri însă, semnalele cu frecvențe multiple sunt rezultatul proiectării voite a circuitului sau reprezintă o calitate intrinsecă a semnalului analizat. Cel mai ușor mod de producere a semnalelor cu frecvențe multiple este conectarea în serie a surselor de tensiune de frecvențe diferite.

În unele cazuri, frecvența mixată a semnalului este produsă de o singură sursă de tensiune. Un exemplu este microfonul, un traductor ce transformă presiunea aerului datorată frecvențelor audio într-o tensiune a cărei formă de undă corespunde acestor frecvențe ne-sinusoidale. Foarte puține sunete naturale sunt formate dintr-o vibrație sinusoidală pură, ci, majoritatea sunt compuse dintr-o serie de vibrații la frecvențe și amplitudini diferite combinate într-un singur semnal final.

Armonicile și frecvența fundamentală

De exemplu, acordurile muzicale sunt produse printr-un amestec de frecvențe peste frecvența de bază, denumită frecvența fundamentală, fiecare dintre acestea fiind un multiplu al fundamentalei, și purtând numele de armonici. Chiar și o simplă notă de pian este compusă dintr-o frecvență predominantă amestecată cu alte armonici,

fiecare dintre acestea fiind un multiplu al primei (fundamentala). Pentru ilustrare, putem considera următorul tabel, în care frecvența fundamentală este de 1.000 Hz (cifră luată la întâmplare):

Frecvența (Hz)	Termen
1000	armonica 1, sau fundamentală
2000	armonica a 2-a
3000	armonica a 3-a
4000	armonica a 4-a
5000	armonica a 5-a
6000	armonica a 6-a
7000	armonica a 7-a

Unele instrumente muzicale nu pot produce anumite tipuri de frecvențe armonice. De exemplu, un „instrument” realizat dintr-un tub deschis la un capăt și închis la celălalt (precum o sticlă) nu va putea produce armonici pare. Un asemenea instrument, construit astfel încât să producă o frecvență fundamentală de 1.000 Hz, va produce și armonici de 3.000, 5.000, 7.000, etc. Hz, dar nu va putea produce 2.000, 4.000, 6.000, etc. Hz

O formă de undă pur sinusoidală (frecvență unică, „curată”), neavând nicio armonică, sună „sec” urechii umane. Majoritatea instrumentelor muzicale nu sunt capabile să producă sunete atât de „simple”.

2. Analiza unui semnal dreptunghiular

- Formele de undă dreptunghiulare sunt echivalente unei forme de undă sinusoidală de aceeași frecvență (fundamentala) însumată cu o serie infinită de unde sinusoidale (armonici) de frecvențe multiplu impar ale fundamentalei și amplitudini descrescătoare
- Orice formă de undă periodică, ne-sinusoidală poate fi reprezentată ca serie de semnale sinusoidale de frecvențe și amplitudini diferite însumate împreună

Definiție

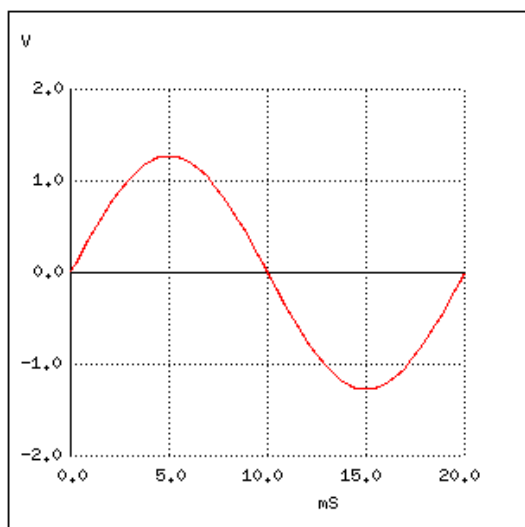
Este cunoscut faptul că orice semnal periodic (ce se repetă în timp) ne-sinusoidal poate fi reprezentat ca și combinație de semnale continue, sinusoidale și/sau cosinusoidale (semnal sinusoidal defazat cu 90 de grade) de frecvențe și amplitudini variate. Acest lucru este perfect valabil indiferent cât de „ciudat” sau „contorsionat” ar părea semnalul analizat. Atâta timp cât este periodic, se poate reduce la tipul de combinații prezentate mai sus. Într-un caz particular, formele de undă dreptunghiulare sunt echivalente din punct de vedere matematic cu suma unui semnal sinusoidal fundamental, de o anumită frecvență, plus o serie infinită de multiplii impari ai frecvenței fundamentale cu amplitudini descrescătoare.

Exemplu

Acest adevăr, perfect demonstrabil, al formelor de undă pare greu de crezut. Totuși, dacă o formă de undă dreptunghiulară este de fapt o serie infinită de armonici sinusoidale adunate împreună, ar trebui să putem demonstra acest lucru însumând câteva armonici sinusoidale și obținând o aproximare a semnalului dreptunghiular. Vom încerca să facem acest lucru în continuare.

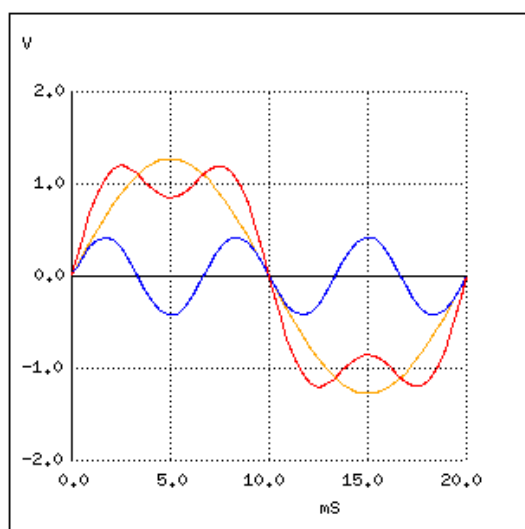
Circuitul considerat constă din cinci surse de tensiune, de amplitudini și frecvențe diferite, conectate în serie. Armonicele considerate sunt: cea fundamentală (prima) la o frecvență de 50 Hz, armonica a 3-a ($3 \cdot 50 = 150$ Hz), a 5-a, a 7-a și a 9-a ($9 \cdot 50 = 450$ Hz). Amplitudinile semnalelor nu sunt nici ele aleatoare, ci, constau din fracția $4/\pi$ înmulțită cu fracțiile 1 ($4/\pi \cdot 1 = 4/\pi$ V), $1/3$, $1/5$, $1/7$ și $1/9$ ($4/\pi \cdot 1/9 = 4/9\pi$ V), în funcție de armonica corespunzătoare.

Frecvența fundamentală



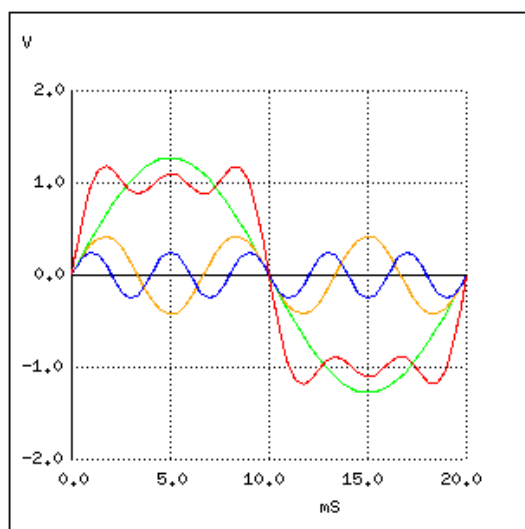
Primul grafic reprezintă tocmai frecvența fundamentală, la 50 Hz și amplitudine de $4/\pi$, adică aproximativ 1,27 V.

Armonica a 3-a



În următorul grafic, vom vedea ce se întâmplă cu acest semnal sinusoidal pur atunci când îl combinăm cu armonica a 3-a (150 Hz). Din acest moment, nu mai seamănă cu un semnal sinusoidal pur (semnalul combinat este cel cu roșu). Panta formei de undă la intersecția cu axa orizontală a timpului este mult mai mare acum, semn că forma de undă inițială se apropie de cea dreptunghiulară.

Armonica a 5-a

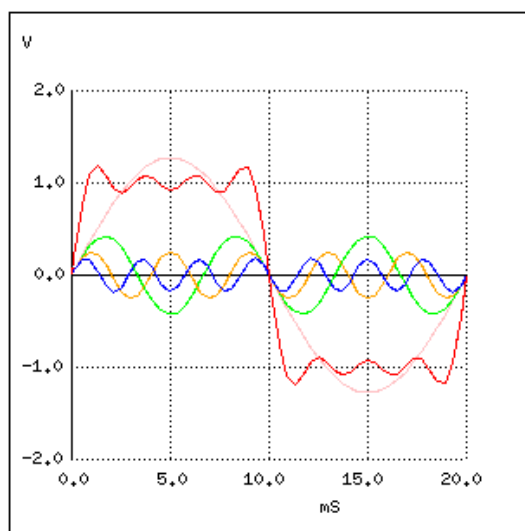


Să adăugăm în continuare și armonica a 5-a pe grafic.

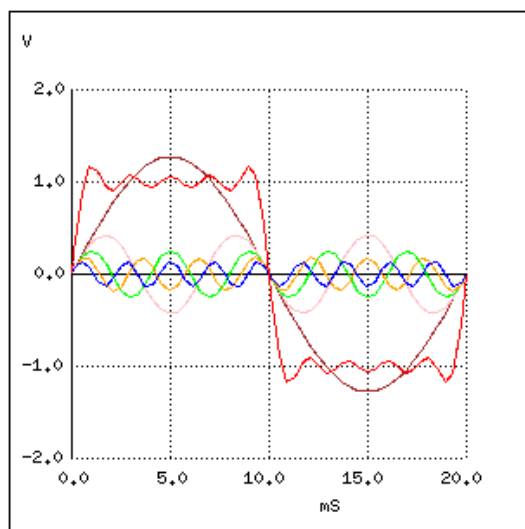
Armonica a 5-a (250 Hz) este reprezentată pe graficul alăturat cu albastru, iar efectele combinate a celor două armonici cu fundamentale sunt reprezentate cu roșu.

Putem observa cum vârful forme de undă s-a aplatizat față de situația inițială, iar panta a crescut și mai mult față de cazul precedent.

Armonica a 7-a și a 9-a



Adăugăm pe rând și armonicile a 7-a,

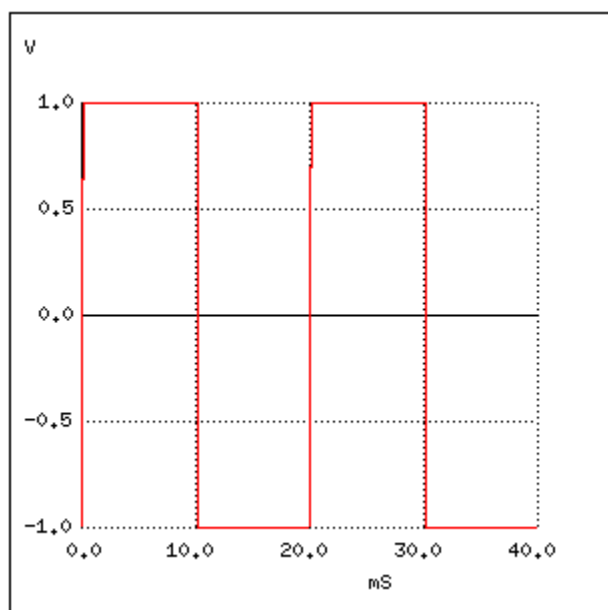


respectiv a 9-a.

Efecte asupra circuitelor

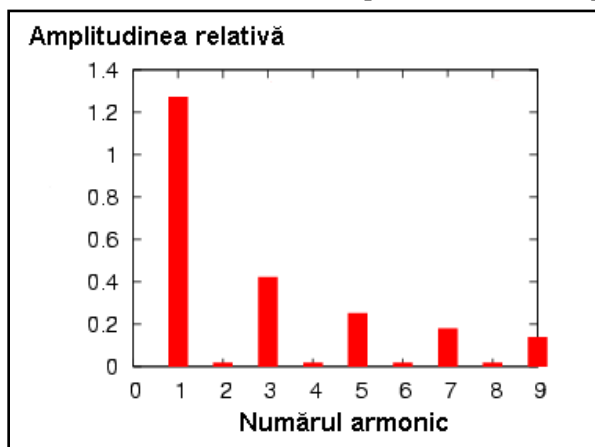
Rezultatul însumării celor 5 armonici, cu amplitudinile de rigoare, reprezintă o aproximare destul de bună a unui semnal dreptunghiular. Scopul acestui exemplu a fost ilustrarea modului de construire a unui semnal dreptunghiular folosind semnale sinusoidale multiple la frecvențe diferite pentru a demonstra faptul că un semnal pur dreptunghiular este într-adevăr echivalent cu o serie de semnale sinusoidale. Atunci când se aplică un semnal dreptunghiular într-un circuit ce conține elemente reactive (condensatoare și/sau bobine), acele componente se comportă ca și cum am fi aplicat mai multe tensiuni de frecvențe diferite în același timp, ceea ce de fapt am și făcut.

Analiza Fourier



facem în continuare.

Să luăm din nou exemplul semnalului dreptunghiular, simetric, cu amplitudinea de 1 V.



Faptul că semnalele ne-sinusoidale periodice sunt echivalente cu o serie de semnale de curent continuu, sinusoidale și/sau cosinusoidale este o consecință intrinsecă a modului de „funcționare” al semnalelor: o proprietate fundamentală a tuturor formelor de undă, indiferent că sunt electrice sau mecanice.

Procesul matematic de reducere a acestor forme de undă ne-sinusoidale ca sumă a componentelor sale la frecvențe și amplitudini diferite, poartă numele de analiză Fourier, fiind un proces destul de complicat. Analiza Fourier este în schimb ușor de implementat cu ajutorul unui calculator și un algoritm numit transformata Fourier, ceea ce vom încerca să

În graficul alăturat, formele de undă sunt împărțite în funcție de frecvențele lor sinusoidale, până la armonica a 9-a. Amplitudinile armonicilor pare sunt aproximativ zero, iar a celor impare descresc de la 1 la 9 (prima este cea mai mare, ultima cea mai mică).

Analiza spectrală

Un dispozitiv construit special pentru afișarea - nu și controlul - amplitudinii fiecărei frecvențe a unui semnal format din mai multe frecvențe, se numește analizor spectral, iar procesul de analiză a unui semnal în acest mod, poartă numele de analiză spectrală

Deși poate părea ciudat, orice formă de undă periodică ne-sinusoidală este de fapt echivalentă cu suma unei serii de unde sinusoidale de frecvențe și amplitudini diferite. Formele dreptunghiulare sunt doar un singur caz, dar nu unicul.

3. Analiza spectrală

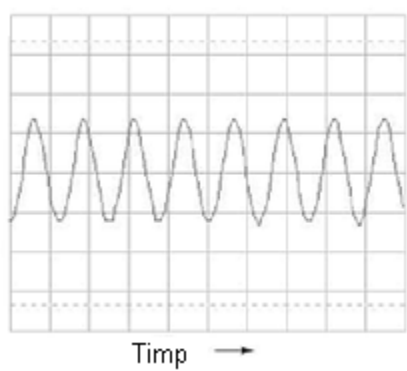
- Formele de undă simetrice față de axa lor orizontală nu conțin armonici pare
- Componenta de curent continuu prezintă în semnal nu are niciun fel de impact asupra conținutului armonic al formei de undă în cauză

Scop

Analiza Fourier computerizată, în special sub forma algoritmului *FFT* (Transformata Fourier Rapidă), este un instrument excelent pentru înțelegerea formelor de undă și a componentelor spectrale ale acestora.

Semnal sinusoidal

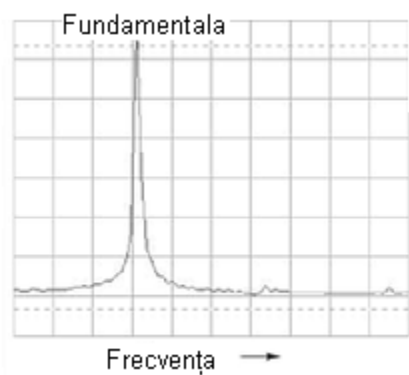
Forma de undă



Pentru început, luăm o formă de undă sinusoidală (aproape perfectă) la frecvența de 523,25 Hz, semnal produs cu ajutorul unei claviaturi electronice. Graficul formei de undă din figura este luat de pe afișajul unui osciloscop și prezintă amplitudinea tensiunii (axa verticală) cu timpul (axa orizontală).

Dacă observăm cu atenție unda sinusoidală, putem vedea că există anumite imperfecțiuni ale formei acesteia. Din păcate, acesta este rezultatul echipamentului folosit pentru analiza undei. Astfel de caracteristici datorate echipamentelor de testare sunt cunoscute sub denumirea tehnică de artefacte: fenomene a cărei existență se datorează aparatelor de măsură folosite pentru derularea experimentului.

Analiza spectrală

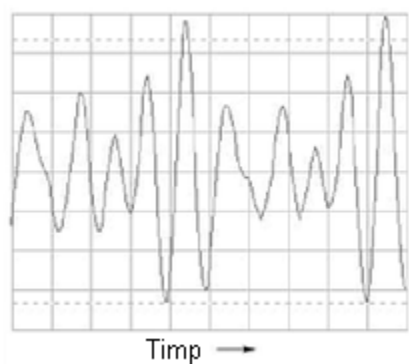


Dacă urmărim această tensiune alternativă pe un analizor spectral, rezultatul este puțin diferit, dar semnalul analizat este exact același.

După cum se poate vedea, orizontala este marcată și reprezintă „Frecvența”, adică domeniul măsurătorii. Vârful curbei reprezintă frecvența dominantă, considerată mai sus (523,25 Hz), iar înălțimea acestuia este amplitudinea semnalului pentru această frecvență.

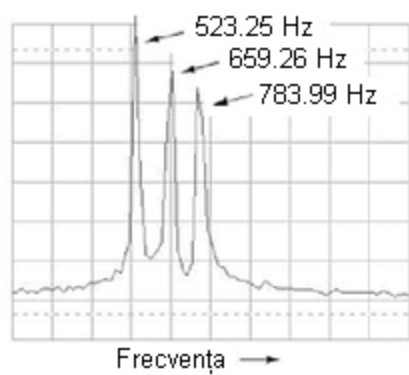
Semnal ne-sinusoidal

Forma de undă



Dacă vom combina mai multe note muzicale pe aceeași claviatură electronică și măsurăm rezultatul, din nou cu un osciloscop, putem vedea foarte ușor faptul că semnalul crește în complexitate. Semnalul final este de fapt o combinație de semnale sinusoidale de frecvențe și amplitudini diferite.

Analiza spectrală

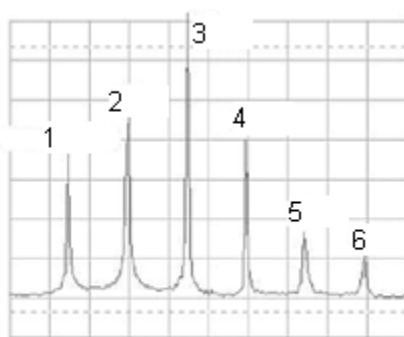


Analiza spectrală este mult mai ușor de prezentat, întrucât fiecărei note (sinusoidale) îi corespunde pe grafic un vârf, în funcție de frecvența sa.

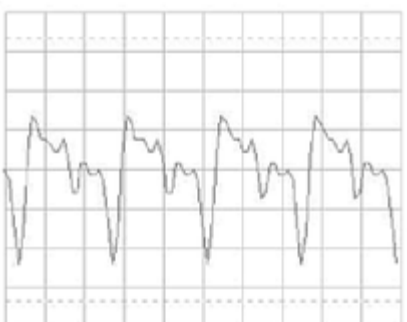
Să luăm în continuare alte forme de undă muzicale, și să le analizăm grafic:



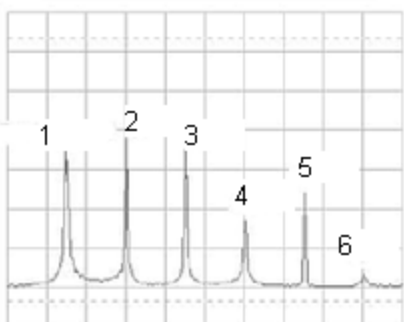
Timp →



Frecvența →



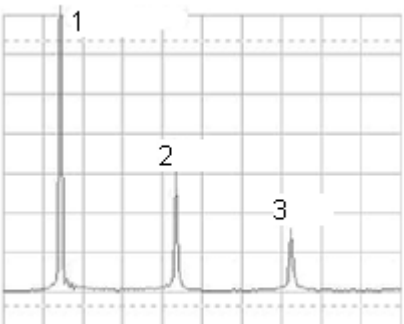
Timp →



Frecvența →

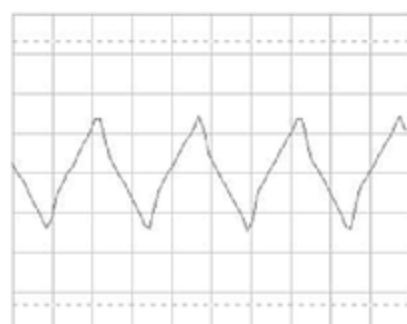


Timp →

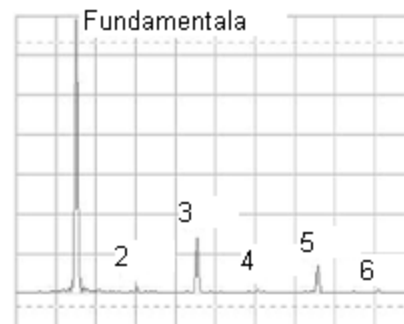


Frecvența →

Conform analizei spectrale, forma de undă dreptunghiulară de mai sus nu conține armonici pare, doar impare. Cu toate că afișajul osciloscopului nu permite vizualizarea frecvențelor peste armonica a 6-a, armonicile impare continuă la infinit, cu o amplitudine din ce în ce mai mică.

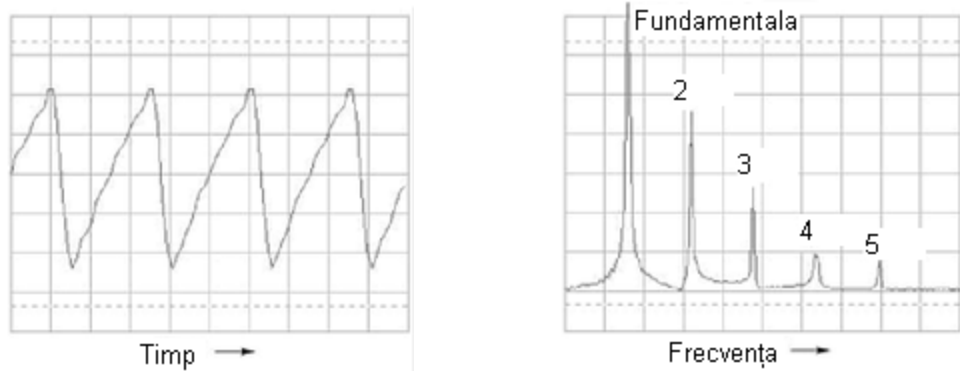


Timp →



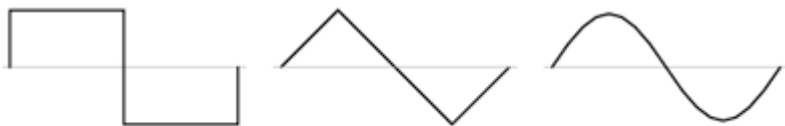
Frecvența →

În cazul formei de undă triunghiulare, nu există practic armonici pare: singurele armonici sunt cele impare. Deși putem vedea vârfuri mici pentru armonicile 2, 4 și 6, acestea se datorează imperfecțiunilor formei de undă triunghiulare. O formă de undă triunghiulară perfectă, nu produce armonici pare, la fel ca în cazul formei de undă dreptunghiulare. Este evident însă că spectrul celor două nu este identic: amplitudinile armonicelor respective nu sunt identice.



Diferența dintre armonicile pare și impare

Distincția dintre o formă de undă ce conține armonici pare și o formă de undă ce nu conține aceste armonici se poate observa grafic, înaintea realizării analizei spectrale. Diferența constă în simetria față de axa orizontală a undei.



O formă de undă simetrică față de axa orizontală nu va prezenta armonici pare.

Formele de undă de mai sus, fiind toate simetrice față de orizontală, conțin doar armonici impare (forma de undă pur sinusoidală conține doar armonica de gradul întâi, fundamentală).



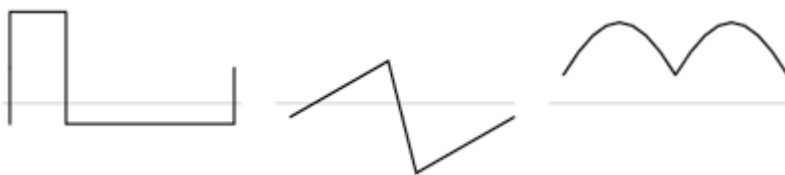
Formele de undă ce sunt asimetrice față de orizontală, conțin și armonici pare.

Trebuie înțeles faptul că simetria se referă exclusiv la axa orizontală a undei, și nu neapărat la axa orizontală a timpului.

Componenta de curent continuu



Să luăm de exemplu aceleași forme de undă, dar însumate cu o componentă de curent continuu, astfel încât graficul lor este deplasat în sus, sau în jos, față de axa timpului (în cazul precedent, componenta de curent continuu era zero, astfel încât cele două axe orizontale coincideau). Analiza armonică a acestor forme de undă nu va fi diferită față de cele de mai sus, singura diferență fiind componenta de curent continuu, care însă nu afectează în niciun fel conținutul armonicilor (frecvența ei este zero).



Același lucru este valabil și pentru formele de undă nesimetrice față de orizontală, conținutul armonic al acestor forme de undă nu va fi afectat de introducerea componentei de curent continuu.

4. Efecte asupra circuitelor

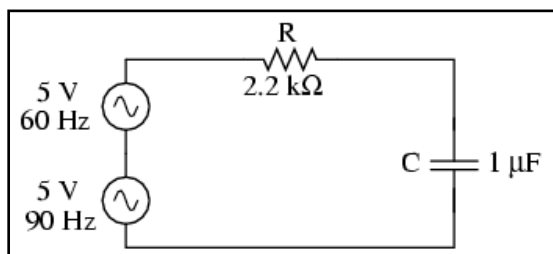
- Orice formă de undă periodică nesinusoidală este echivalentă cu o anumită serie (infinită) de unde sinusoidale/cosinusoidale de frecvențe, faze și amplitudini diferite, plus o componentă de tensiune în curent continuu (în funcție de caz). Metoda matematică de determinarea formei de undă echivalente, poartă numele de *analiza Fourier*
- Simularea tensiunilor cu frecvențe diferite se poate realiza prin conectarea mai multor surse de tensiune, cu o singură frecvență, în serie. Analiza curenților și a tensiunilor se realizează folosind teorema superpoziției. Atenție, curenții și tensiunile de frecvențe diferite *nu* pot fi adunați sub formă complexă folosind teorema superpoziție, din moment ce frecvența nu poate fi indicată cu ajutorul numerelor complexe, ci numai amplitudinea și faza
- Armonicile pot cauza probleme prin inducerea de tensiuni nedorite (zgomot) în circuitele învecinate. Aceste zgomote pot apărea prin cuplaj capacitiv, cuplaj inductiv, radiație electromagnetică, sau o combinație dintre acestea

Scop

Principiul conform căruia formele de undă periodice ne-sinusoidale sunt compuse dintr-o serie de unde sinusoidale de frecvențe și amplitudini diferite, este o proprietate generală a formelor de undă și are o importanță practică în studiul circuitelor de curent alternativ. Acest lucru înseamnă că de fiecare dată când întâlnim o formă de undă ne-sinusoidală, comportamentul circuitului va fi același ca și în cazul în care am introduce deodată, în circuit, tensiuni de frecvențe diferite.

Când un circuit de curent alternativ este alimentat de la o sursă de tensiune ce conține o combinație de forme de undă de frecvențe diferite, componentele acelui circuit vor răspunde diferit fiecărei frecvențe în parte. Orice component reactiv din circuit, precum condensatorul și bobina, va avea simultan o impedanță unică și diferită față de fiecare frecvență prezentă în circuit. Din fericire, analiza unui astfel de circuit este destul de ușor de realizat apelând la teorema superpoziției, considerând sursa de alimentare cu frecvențe multiple ca un set de surse cu frecvențe unice conectate în serie; analiza circuitului se face considerând fiecare „sursă” în parte, însumând la final rezultatele pentru a determina efectul total asupra circuitului.

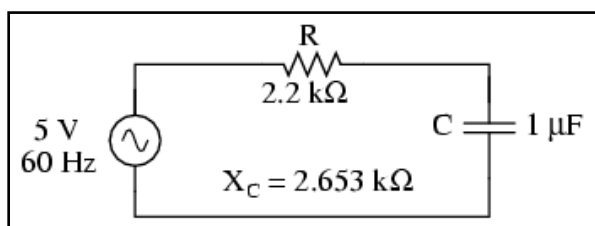
Exemplu



Să considerăm un circuit RC serie simplu, alimentate cu o sursă de tensiune ce conține două semnale cu frecvențe diferite suprapuse una peste cealaltă (acest lucru este echivalent cu două surse de tensiune cu frecvențe diferite).

Analiza circuitului

Sursa de 60 Hz

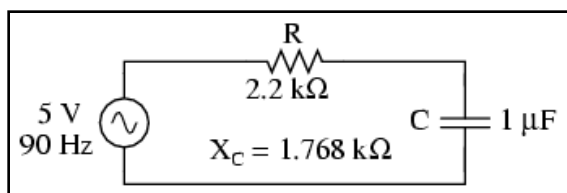


Primul pas constă în analiza circuitului alimentat doar cu sursa de tensiune de 60 Hz.

Mărimă	R	C	Total	Unitate
E	$2,03 + j2,45$ $3,19 \angle 50,32^\circ$	$2,96 - j2,45$ $3,84 \angle -39,67^\circ$	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	V
I	$926,22\mu + j1,1m$ $1,45m \angle 50,32^\circ$	$926,22\mu + j1,1m$ $1,45m \angle 50,32^\circ$	$926,22\mu + j1,1m$ $1,45m \angle 50,32^\circ$	A
Z	$2,2k + j0$ $2,2k \angle 0^\circ$	$0 - j2,65k$ $2,65k \angle -90^\circ$	$2,2k - j2,65k$ $3,44k \angle -50,32^\circ$	Ω

Ne-insistând asupra calculelor propriu-zise, valorile finale arată sunt cele prezentate în tabelul alăturat.

Sursa de 90 Hz



Apoi analizăm circuitul considerând doar efectele sursei de tensiune de 90 Hz.

Mărimă	R	C	Total	Unitate
E	$3,03 + j2,44$ $3,89 \angle 38,79^\circ$	$1,96 - j2,44$ $3,13 \angle -51,2^\circ$	$5 + j0$ $5 \angle 0^\circ$	V
I	$1,38m + j1,1m$ $1,77m \angle 38,79^\circ$	$1,38m + j1,1m$ $1,77m \angle 38,79^\circ$	$1,38m + j1,1m$ $1,77m \angle 38,79^\circ$	A
Z	$2,2k + j0$ $2,2k \angle 0^\circ$	$0 - j1,76k$ $1,76k \angle -90^\circ$	$2,2k - j1,76k$ $2,82k \angle -38,79^\circ$	Ω

Din nou, nu vom insista asupra calculelor, ci prezentăm direct rezultatele finale sub formă tabelară.

Aplicarea teoremei

Folosind teorema superpoziției (suma efectelor celor două surse de tensiune) pentru căderile de tensiune pe rezistor (R) și condensator (C), obținem:

$$E_R = 3,19 \text{ V} \angle 50,32^\circ \cdot 60 \text{ Hz} + 3,89 \text{ V} \angle 38,79^\circ \cdot 90 \text{ Hz}$$

$$E_C = 3,84 \text{ V} \angle -39,67^\circ \cdot 60 \text{ Hz} + 3,13 \text{ V} \angle -51,20^\circ \cdot 90 \text{ Hz}$$

Pentru că cele două tensiuni se află la frecvențe diferite, nu putem obține un rezultat final cu o singură valoare a tensiunii, precum putem aduna două tensiuni de amplitudini și faze diferite dar de aceeași frecvență. Cu ajutorul numerelor complexe, putem reprezenta amplitudinea și faza formelor de undă, dar nu și frecvența.

Concluzii și observații

Ceea ce putem concluziona după aplicarea teoremei superpoziției, este că, pe condensator, căderea de tensiune va fi mai mare pentru componenta de 60 Hz față de componenta de 90 Hz. În cazul bobinei, este exact invers. Acest lucru este important de realizat, având în vedere faptul că tensiunile celor două surse de alimentare sunt, de fapt, egale. Este important de luat în considerare acest răspuns nesimetric al componentelor circuitului.

08 – Filtre

1. Ce este un filtru

- Un filtru, este un circuit special de curent alternativ, utilizat pentru separarea anumitor frecvențe dintr-un semnal cu frecvențe multiple
- Aplicații ale filtrelor includ egalizatoarele și rețelele crossover
- O diagramă Bode este un grafic a cărei axă orizontală este frecvența, și nu timpul

Definiție

În unele cazuri este necesară folosirea unor circuite capabile să filtreze selectiv o anumită frecvență, sau un domeniu de frecvențe, dintr-un circuit ce conține o combinație de frecvențe (vezi capitolul precedent). Un circuit construit special pentru realizarea acestei selecții a frecvențelor poartă numele de circuit de filtrare, sau mai simplu, filtru.

Aplicații

Sisteme audio

O aplicație populară pentru circuitele de filtrare o reprezintă filtrarea sistemelor audio, unde este necesar ca anumite domenii de frecvențe să fie amplificate sau înlăturate pentru obținerea unui sunet de cea mai înaltă calitate și eficiență. Un exemplu este folosirea egalizatorului, ce permite selectarea de către utilizator a domeniilor de frecvențelor și amplitudinile acestora în funcție de preferințele acestuia sau de acustica încăperii. Crossover-ele sunt folosite de asemenea pentru blocarea „accesului” anumitor frecvențe la difuzoare. Un tweeter (difuzor de frecvență înaltă) este inefficient atunci când este folosit la reproducerea semnalelor de frecvențe joase, astfel că este nevoie de conectarea unui crossover între tweeter și terminalele de ieșire a sistemului audio pentru blocarea semnalelor de frecvență joasă; singurele semnale care trec de acest punct sunt doar semnalele de frecvență înaltă. Acest lucru duce la creșterea eficienței sistemelor audio, și prin urmare la o performanță crescută. Atât egalizatorul cât și crossover-ul sunt exemple de filtre, concepute special pentru filtrarea anumitor frecvențe nedorite.

Prelucrarea semnalelor ne-sinusoidale

O altă aplicație practică a circuitelor de filtrare constă în prelucrarea tensiunilor ne-sinusoidale în circuitele de putere. Unele componente electronice sunt sensibile în prezența armonicilor surselor de alimentare, prin urmare, este nevoie de prelucrarea acestor forme de undă pentru funcționarea normală a dispozitivelor electronice. Dacă o tensiune sinusoidală distorsionată se comportă precum o serie de armonici însumate cu frecvența fundamentalei,

atunci ar trebui să fie posibilă construirea unui circuit de filtrare care să permită doar trecerea fundamentalei, blocând toate celelalte armonici.

În cele ce urmează, vom studia câteva circuite de filtrare elementare, folosind reprezentarea prin diagrame Bode (variația amplitudinii față de frecvență) pentru diferitele filtre considerate. Totuși, aceste circuite pot fi analizate luând fiecare frecvență în parte și aplicând teorema superpoziției, precum în cazul precedent.

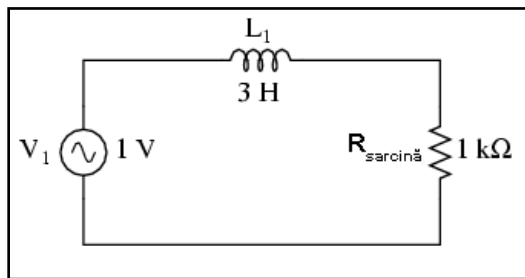
2. Filtru trece-jos

- Un filtru trece-jos permite trecerea semnalelor de frecvență joasă de la sursă spre sarcină, și blochează semnalele de frecvențe înalte
- Filtrele trece-jos inductive constau din introducerea unei bobine în serie cu sarcina, prin blocarea semnalelor de frecvențe nedorite
- Filtrele trece-jos capacitive constau în introducerea unui rezistor în serie cu un condensator, ambele componente fiind conectate în paralel cu sarcina, prin scurt-circuitarea semnalelor de frecvențe nedorite
- Frecvența de tăiere a unui filtru trece-jos este frecvența la care tensiune de ieșire este egală cu 70.7% din tensiunea de intrare. Peste această frecvență de tăiere, valoarea tensiunii de ieșire este sub 70.7% din tensiune de intrare, și invers

Definiție

Filtrul trece-jos permite trecerea (impedanță mică) semnalelor de frecvență joasă și blochează trecerea (impedanță mare) celor de frecvență înaltă.

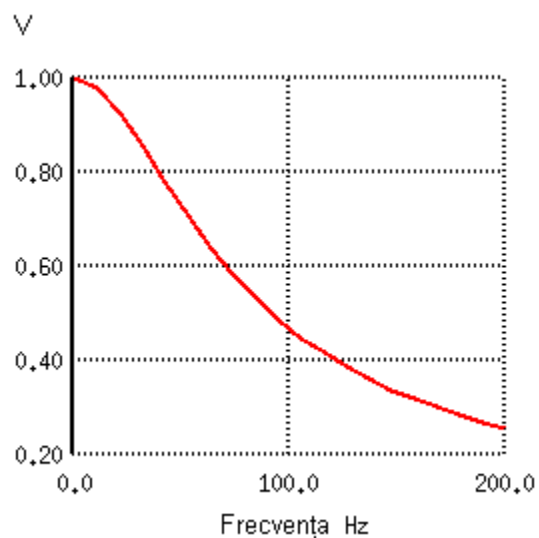
Filtrul trece-jos inductiv



Există două tipuri de circuite capabile să îndeplinească aceste condiții, și multe versiuni din fiecare. Pentru început vom considera varianta inductivă.

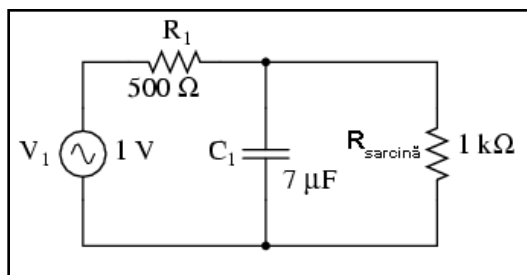
În această configurație, impedanța bobinei crește odată cu creșterea frecvenței, iar această impedanță în serie cu rezistența de sarcină (bec, motor electric, ventilator, etc.) face ca semnalele de frecvență înaltă să nu ajungă la sarcină (blocarea/filtrarea lor).

Diagrama Bode



Grafic, comportamentul filtrului, atunci când este supus unei forme de undă multi-frecvență, este cel alăturat.

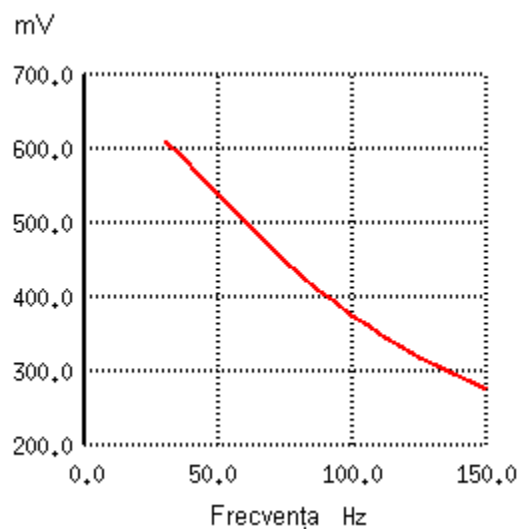
Filtrul trece-jos capacitiv



Să considerăm și varianta capacitivă a aceluiași filtru.

Impedanța condensatorului scade odată cu scăderea frecvenței. Această impedanță mică, conectată în paralel cu rezistența de sarcină, duce la scurt-circuitarea celei din urmă la semnalele de frecvență înaltă, iar mare parte din căderea de tensiune se va regăsi pe rezistorul serie R_1 .

Diagrama Bode



Grafic, acest lucru arată precum în figura alăturată.

Comparație între filtrele trece-jos inductive și capacitive

Filtrul trece-jos inductiv este cât se poate de simplu, constând doar dintr-un singur component, bobina. Versiunea capacitivă a aceluiași filtru nu este nici ea mai complicată, constând dintr-un rezistor și un condensator. Totuși, filtrele capacitive, chiar dacă sunt puțin mai complexe, sunt cele mai des întâlnite configurații, deoarece condensatoarele sunt în general elemente reactive mai „pure” decât bobinele, prin urmare, comportamentul acestora este mult mai previzibil. Prin pur se înțelege faptul că rezistența condensatoarelor este mult mai mică decât cea a bobinelor, fiind astfel aproape 100% reactive. Bobinele, pe de altă parte, prezintă efecte disipative importante (rezistive), atât în lungimea firelor utilizate cât și prin pierderile magnetice din miezul magnetic. Condensatoarele sunt mult mai puțin supuse efectelor de „cuplaj” cu alte componente și sunt mult mai ieftine decât bobinele.

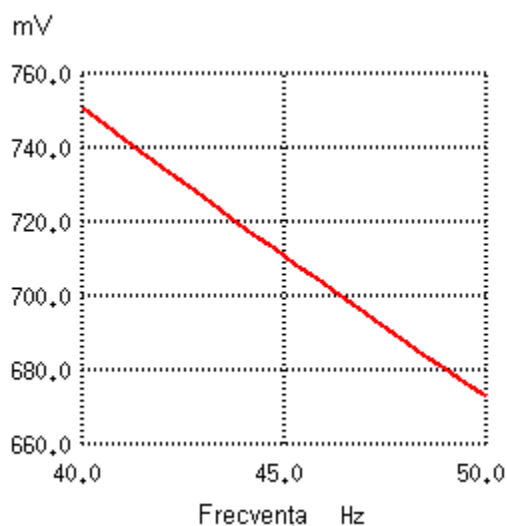
Totuși, filtrul trece-jos inductiv este adeseori preferat în cazul redresării tensiunii de curent alternativ în curent continuu pentru eliminarea vârfurilor create în această situație, rezultând o componentă continuă pură. Principalul motiv al alegerii constă în necesitatea unei rezistențe mici a filtrului pentru ieșirea unei astfel de surse de alimentare. Un filtru capacitiv necesită introducerea unei rezistențe suplimentare în serie cu sursa, pe când unul inductiv nu. Dacă în circuitul de curent continuu considerat, adăugarea unei rezistențe suplimentare nu este de dorit, atunci filtrul trece-jos inductiv este cea mai bună alegere pentru filtrarea formei de undă. Pe de altă parte, dacă prioritățile principale sunt un volum și o greutate scăzută, atunci filtrul capacitiv este cea mai bună alegere.

Frecvența de tăiere

Toate filtrele trece-jos au o anumită proprietate, și anume, frecvența de tăiere, și reprezintă frecvența peste care tensiunea de ieșire a circuitului scade sub 70.7% din valoarea tensiunii de intrare. Această valoare de 70.7% nu este arbitrară, chiar dacă pare așa la prima vedere.

Într-un circuit simplu trece-jos capacitiv sau inductiv, frecvența de tăiere reprezintă frecvența la care reactanță capacitivă este egală cu rezistență (ambele valori fiind exprimate în ohmi). Într-un circuit trece-jos capacitiv simplu (un rezistor și un condensator), frecvența de tăiere este dată de următoarea formulă:

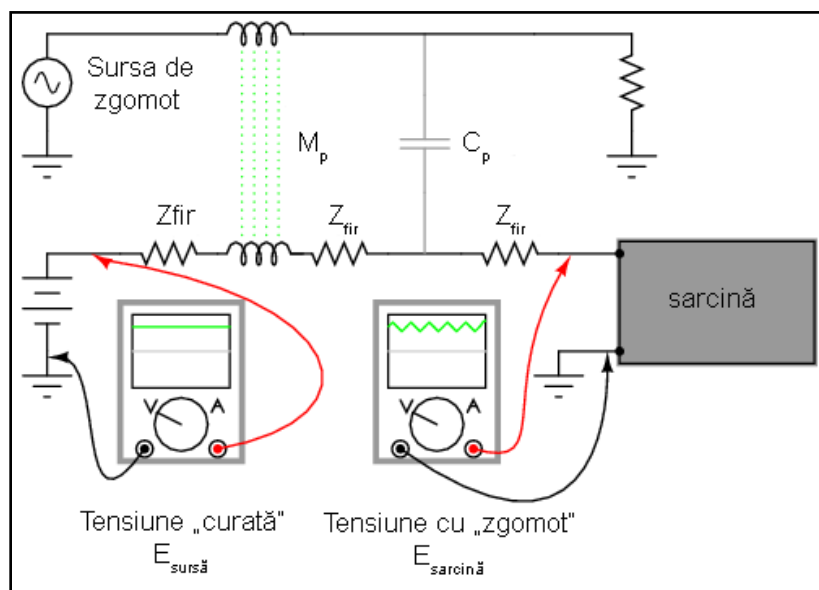
$$f_{\text{tăiere}} = \frac{1}{2\pi RC}$$



Realizând calculele, ajungem la valoarea frecvenței de tăiere, 45,473 Hz. Întrucât formula de mai sus nu ia în considerare și rezistența de sarcină din circuit, refacem graficul de mai sus, eliminând sarcina din circuit.

Este important de ținut minte **că** răspunsul filtrului depinde de valorile componentelor acestuia precum și de impedanța sarcinii. Dacă ecuația frecvenței de tăiere nu ia în considerare și această impedanță, sarcina nu este luată în considerare, iar valorile reale ale frecvenței de tăiere vor fi diferite de valoarea calculată.

Utilizarea filtrelor pentru eliminarea zgomotului

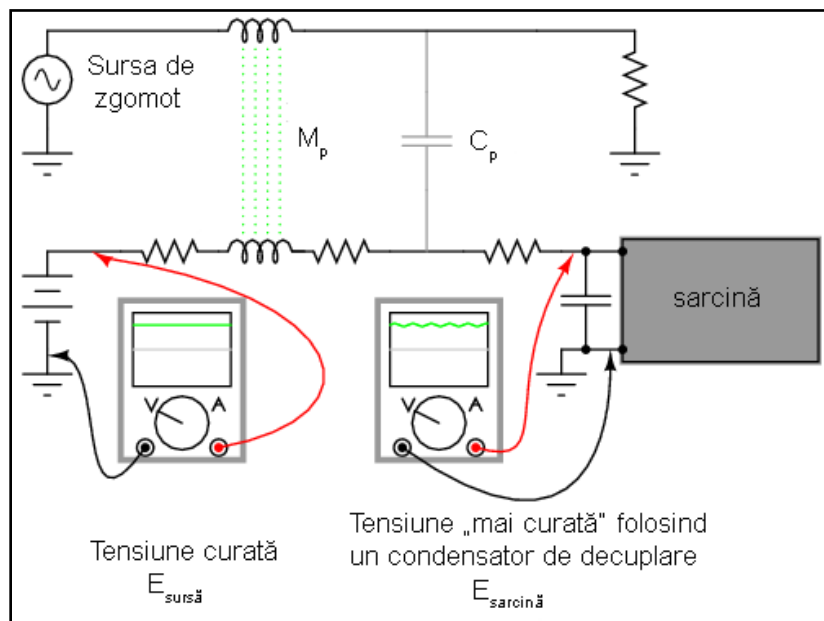


O aplicație frecventă a filtrului trece-jos capacitiv este în cadrul circuitelor ce prezintă componente sau secțiuni susceptibile zgomotului electric. Un exemplu este suprapunerea zgomotului de curent alternativ peste liniile electrice de curent continuu folosite pentru alimentarea circuitelor sensibile prin capacitatea și inductanța mutuală parazită (C_p și M_p).

Aparatul de măsură din stânga măsoară o tensiune de alimentare în curent continuu „curată”. După realizarea cuplajului cu circuitul de curent alternativ, prin inductanța mutuală și capacitatea parazită, tensiunea măsurată la bornele sarcinii prezintă un amestec de curent continuu și curent alternativ, componenta alternativă fiind cea nedorită. În mod normal ne-am aștepta ca $E_{sarcină}$ să fie identică cu $E_{sursă}$ datorită faptului că nu există întreruperi ale conductorilor de la sursă la sarcină, iar cele două seturi de câte două puncte ar trebui să fie comune

din punct de vedere electric. Totuși, amplitudinea zgomotului poate varia în diferite puncte ale sistemului de curent continuu.

Condensatorul de decuplare



Scopul nostru este de a preveni astfel de zgomote în circuitul de curent continuu, iar pentru aceasta este suficientă conectarea unui filtru trece-jos la ieșirea circuitului, înainte de sarcină, pentru blocarea oricăror semnale de cuplaj nedorite.

Sub forma cea mai simplă, acest filtru nu este nimic mai mult decât un condensator conectat direct la bornele sarcinii, acesta prezentând o impedanță foarte mică față de orice zgomot de curent alternativ. Un astfel de condensator poartă numele de condensator de decuplare.

Capacitatea unui condensator de decuplare este în mod normal în jurul valorii de $0,1 \mu\text{F}$, sau peste, fiind capacitatea minimă necesară pentru producerea unei impedanțe suficient de mari pentru scurt-circuitarea oricărui zgomot.

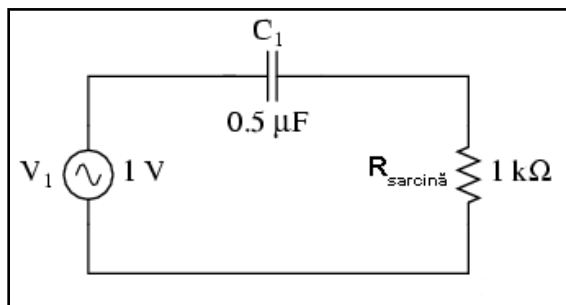
3. Filtru trece-sus

- Un filtru trece-sus permite trecerea semnalelor de frecvență înaltă de la sursă spre sarcină, și blochează semnalele de frecvență joasă
- Circuitele trece-sus capacitive folosesc un condensator conectat în serie cu sarcina, prin blocarea semnalelor de frecvențe nedorite
- Circuitele trece-sus inductive folosesc un rezistor conectat în serie cu o bobină, ambele componente fiind conectate în paralel cu sarcina, prin scurt-circuitarea semnalelor de frecvențe nedorite
- Frecvența de tăiere pentru un filtru trece-sus, reprezintă frecvența la care tensiunea de ieșire este egală cu 70,7% din tensiunea de intrare. Peste această frecvență de tăiere, tensiunea de ieșire este mai mare decât 70,7% din tensiunea de intrare, și invers

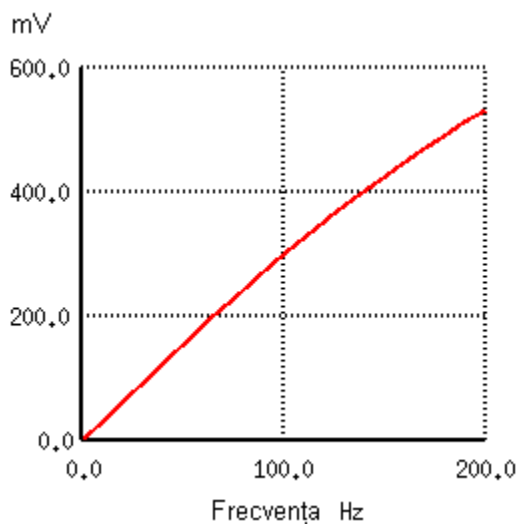
Definiție

Filtrul trece-sus este exact opusul filtrului trece-jos, după cum sugerează și numele: permite trecerea semnalelor de frecvență înaltă și blochează trecerea semnalelor de frecvență joasă. Modul de conectare al elementelor reactive în circuit este exact opus față de filtrele trece-jos.

Filtru trece-sus capacitiv

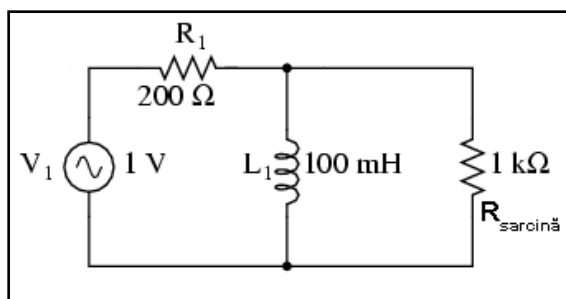


Impedanța condensatorului din circuitul considerat crește odată cu descreșterea frecvenței. Această impedanță în serie cu sarcina tinde să blochează semnalele de frecvență joasă ce ar putea ajunge pe sarcină.

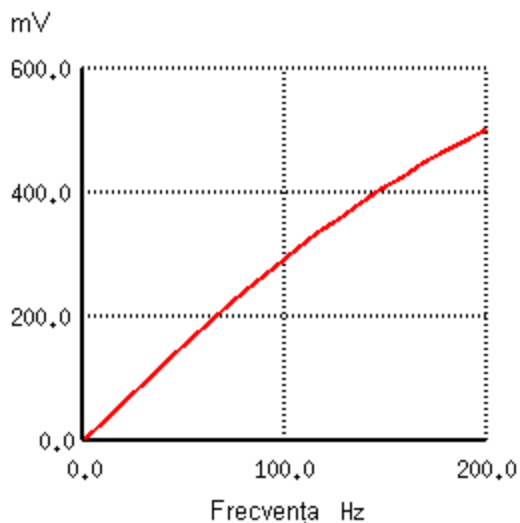


După cum se poate vedea în diagrama Bode, răspunsul filtrului capacitiv trece-sus crește cu creșterea frecvenței.

Filtrul trece-sus inductiv



Impedanța bobinei scade odată cu scăderea frecvenței. Această impedanță mică conectată în paralel cu sarcina, tinde să scurt-circuiteze semnalele de frecvență joasă, astfel că acestea nu mai ajung la sarcină. Prin urmare, mare parte a căderii de tensiune se va regăsi pe rezistorul R_1 .



După cum se poate vedea în diagrama Bode, răspunsul filtrului inductiv trece-sus crește cu creșterea frecvenței.

Comparație între filtrele trece-sus inductive și capacitive

De data aceasta, schema filtrului capacitiv trece-sus este mai simplă decât cea inductivă, necesitând doar un singur component în plus, un condensator. Din nou, puritatea reactivă a condensatoarelor față de bobine face ca filtrele capacitive să fie cel mai des folosite.

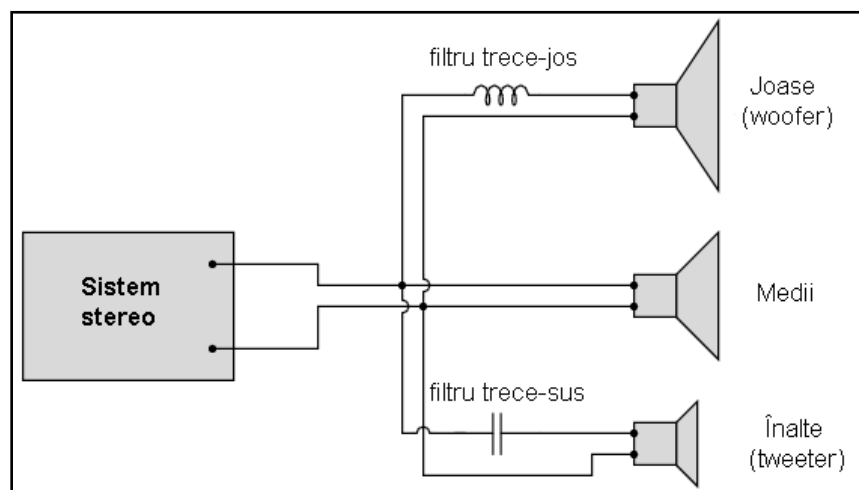
Frecvența de tăiere

La fel ca în cazul filtrelor trece-jos, și filtrele trece-sus au o frecvență de tăiere specifică. Peste valoarea acestei frecvențe, tensiunea de ieșire este mai mare de 70,7% din valoarea tensiunii de intrare. Formula de calcul a frecvenței de tăiere este aceeași ca și în cazul filtrelor trece-jos:

$$f_{\text{tăiere}} = \frac{1}{2\pi RC}$$

Rezistența din formulă, în cazul circuitului capacitiv trece-sus, este chiar rezistența de sarcină.

Filtrarea unui sistem audio



Să considerăm un sistem audio, ca și exemplu. Un condensator conectat în serie cu tweeter-ul (înaltele) are rolul de filtru trece-sus, impunând circuitului de ieșire o impedanță mare frecvențelor joase (bas), prevenind astfel risipa de putere pe un difuzor ce este inefficient în reproducerea acestor sunete.

Asemănător, bobina conectată în serie cu woofer-ul (bas) are rolul de filtru trece-jos, permițând doar trecerea acelor sunete pe care difuzorul le și poate reproduce cu succes. În acest circuit simplu, difuzorul pentru frecvențele medii este supus întregului spectru de frecvențe produs de aparatul stereo. Câteodată se folosesc sisteme de filtrare mult mai elaborate, dar ideea generală este aceasta. În acest exemplu este prezentat doar un singur canal (stânga sau dreapta). Un sistem real ar conține 6 difuzoare: 2 joase, 2 medii și 2 înalte.

Pentru a mări și mai mult performanțele acestui sistem, am putea construi un circuit de filtrare capabil să permită trecerea frecvențelor ce se află între joase și înalte spre difuzorul de medii, astfel încât să nu existe putere disipată (de frecvență înaltă sau joasă) pe un difuzor ce reproduce acest tip de sunete inefficient. Ceea ce vrem de fapt să realizăm în această situație, este un filtru trece bandă.

4. Filtru trece-bandă

- Un filtru trece-bandă blochează frecvențele care sunt prea mici sau prea mari, permițând trecerea acelor frecvențe ce se regăsesc într-un anumit domeniu de frecvențe
- Filtrele trece-bandă pot fi construite prin conectarea în serie a unui filtru trece-jos și a unui filtru trece-sus, indiferent de ordinea lor

Definiție

Există aplicații în care este nevoie de filtrarea unei anumite benzi de frecvențe din totalul frecvențelor prezente în semnal. Circuitele de filtrare realizate pentru îndeplinirea acestui obiectiv pot fi realizate dintr-un filtru trece-jos și unul trece-sus, conectate împreună. Rezultatul este un filtru denumit trece-bandă.

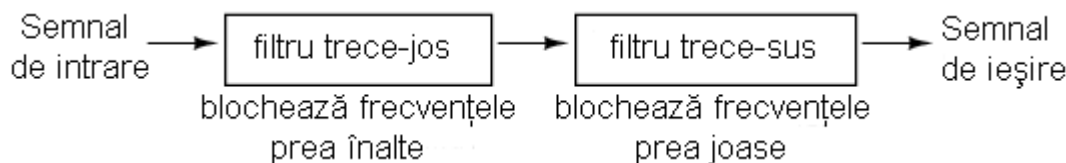
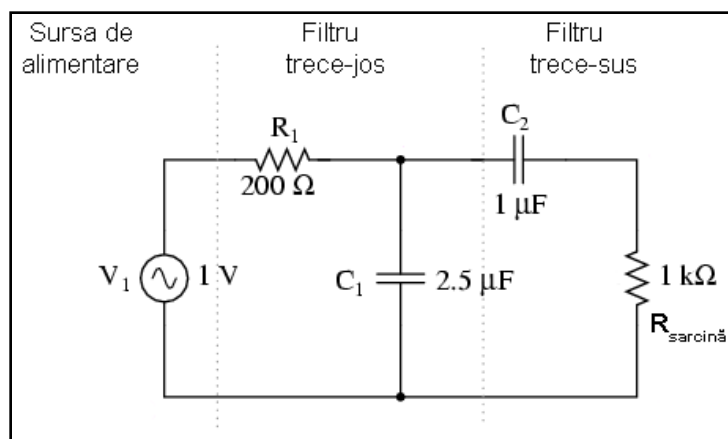


Diagrama de sus reprezintă modul de conectare al celor două filtre.

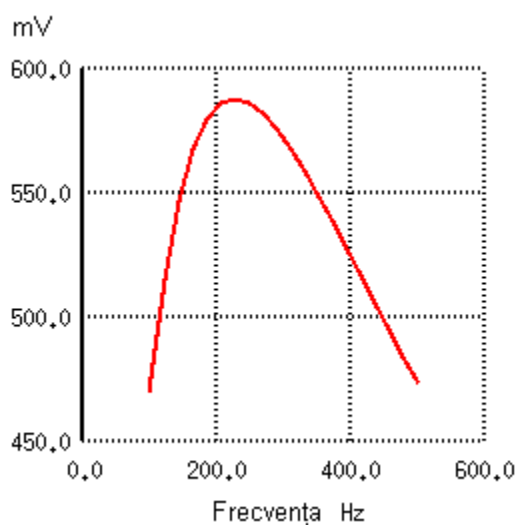
Rezultatul acestei combinații serie dintre cele două filtre este un circuit ce va permite trecerea acelor frecvențe ce se regăsesc între cele două limite, nici mai mari, nici mai mici.

Filtrul trece-bandă capacitiv



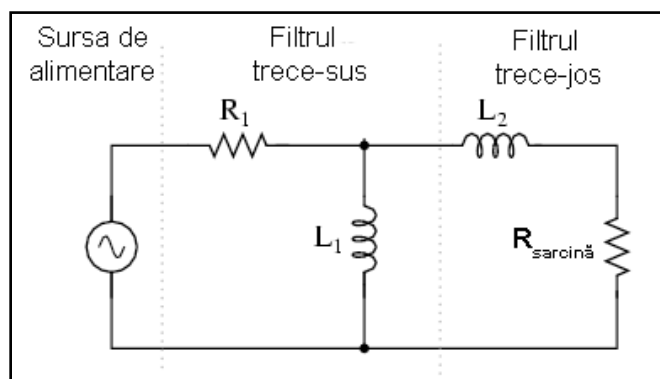
Folosind componente reale, circuitul electric al filtrului trece-bandă astfel conceput, arată precum în figura alăturată.

Diagrama Bode



Să vedem și răspunsul în frecvență (diagrama Bode) a filtrului capacitiv trece-bandă.

Filtrul trece-bandă inductiv



Filtrele trece-bandă pot fi construite folosind elemente inductive, dar, după cum am mai menționat, filtrele capacitive sunt preferate în locul celor inductive datorită „purității” reactive a condensatoarelor. Circuitul electric al filtrului inductiv este cel din figura alăturată.

Faptul că filtrul trece-sus se află poziționat înainte filtrului trece-jos, nu are nicio importanță din punct de vedere al funcționalității filtrului.

Limitele unui astfel de filtru

Deși idea combinării celor două filtre, trece-jos și trece-sus, într-unul singur, pentru a realiza un filtru trece-bandă este bună, aceasta posedă și unele dezavantaje. Deoarece acest tip de filtru funcționează utilizând proprietatea fiecărui filtru în parte de a bloca frecvențele nedorite, construirea unui astfel de filtru, astfel încât să nu blocheze în anumită măsură și frecvențele din banda dorită, este de obicei dificilă.

Atât filtrul trece-jos cât și filtrul trece-sus vor bloca toate semnalele într-o anumită măsură, iar efectul lor combinat se traduce printr-o amplitudine redusă a semnalului chiar și în domeniul frecvențelor dorite (de trecere). Putem observa acest lucru din diagrama de mai sus, unde tensiunea sarcinii nu depășește valoarea de 0,6 V, deși tensiunea sursei este de 1 V. Această atenuare a semnalului de ieșire devine și mai pronunțată în cazul în care filtrul are un scop mult mai restrictiv (pantă mai mare a unde, banda de trecere a frecvențelor mai îngustă).

5. Filtru stop-bandă

- Scopul filtrului stop-bandă este înlăturarea frecvențelor aflate într-un anumit domeniu, permițând doar trecerea acelor frecvențe ce se află în afara acestuia
- Filtrele stop-bandă pot fi realizate prin conectarea în paralel a unui filtru trece-jos cu un filtru trece-sus. Ambele filtre sunt în configurație „T”, prin urmare, acest tip de filtru mai este cunoscut și sub numele de „filtru stop-bandă în dublu-T”

Definiție

Filtrul stop-bandă permite trecerea tuturor frecvențelor ce se află peste sau sub un anumit domeniu / bandă de frecvențe determinat de elementele sale componente. Și acest tip de filtru poate fi realizat prin conectarea unui filtru trece-jos cu un filtru trece-sus, doar că de data aceasta conectarea se realizează în paralel, nu în serie cum era cazul filtrului trece-bandă.

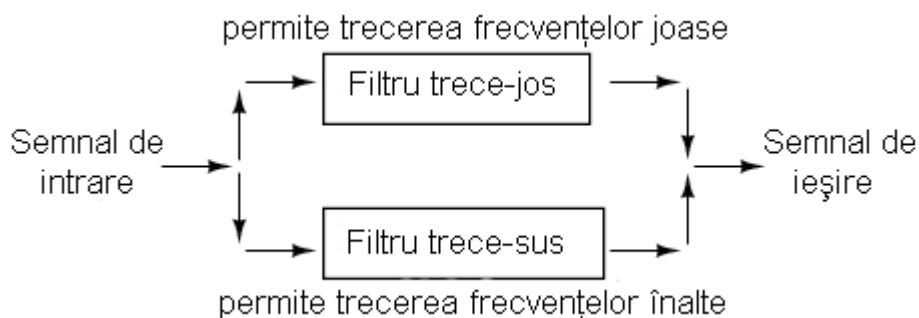
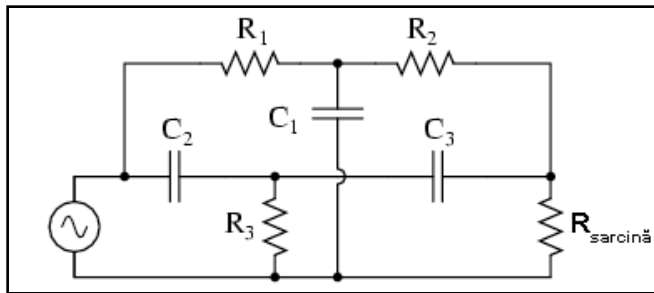


Diagrama bloc a filtrului este prezentată în figura alăturată.

Filtrul stop-bandă capacitiv



Folosind componente reale, circuitul stop-bandă capacitiv arată în felul următor.

Filtrul trece-jos este compus din R_1 , R_2 și C_1 în configurație „T”, iar filtrul trece-sus este compus din C_2 , C_3 și R_3 de asemenea în configurație „T”. Împreună, cele două filtre formează filtrul stop-bandă cunoscut sub numele de „dublu T”.

Răspunsul acestui filtru este foarte precis atunci când sunt respectate următoarele proporții în alegerea elementelor constitutive:

$$R_1 = R_2 = 2R_3$$

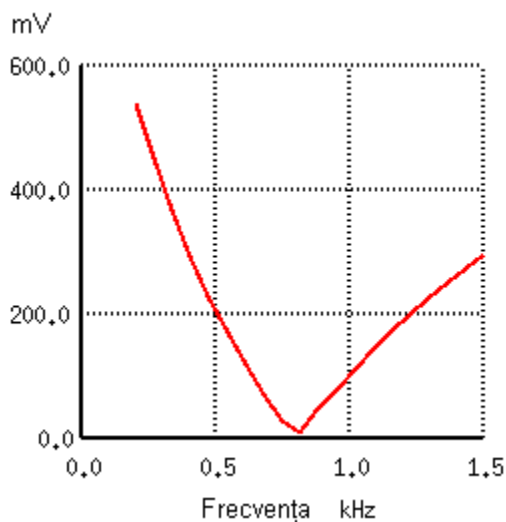
$$C_2 = C_3 = 0,5C_1$$

Frecvența de trecere

Utilizând aceste rații, frecvența maximă de trecere poate fi calculată astfel:

$$f_{trecere} = \frac{1}{4\pi R_3 C_3}$$

Diagrama Bode



Putem vedea și răspunsul în frecvență foarte bun al acestui filtru, folosind proporțiile de mai sus, în diagrama (Bode) alăturată.

6. Filtre rezonante

- Filtrele trece-jos, trece-sus, trece-bandă sau stop-bandă pot fi proiectate utilizând combinații rezonante de condensatoare și bobine fără a fi necesară conectarea rezistorilor ce doar ar „împiedica” trecerea frecvențelor dorite dinspre sursă spre sarcină

Scop

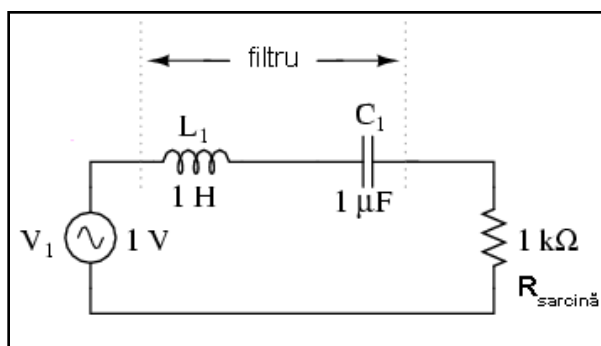
Filtrele considerate până în acest moment au fost compuse exclusiv din condensatoare sau bobine, dar nu ambele tipuri de componente în același timp. Știm că circuitele ce folosesc combinații de L și C tind să rezoneze, iar această proprietate poate fi exploatată în construcția filtrelor trece-bandă și stop-bandă.

Circuitele LC serie prezintă o impedanță minimă la rezonanță, iar circuitele LC paralel impedanță maximă la frecvența de rezonanță. Există prin urmare două strategii de bază pentru construcția filtrelor trece- respectiv stop-bandă.

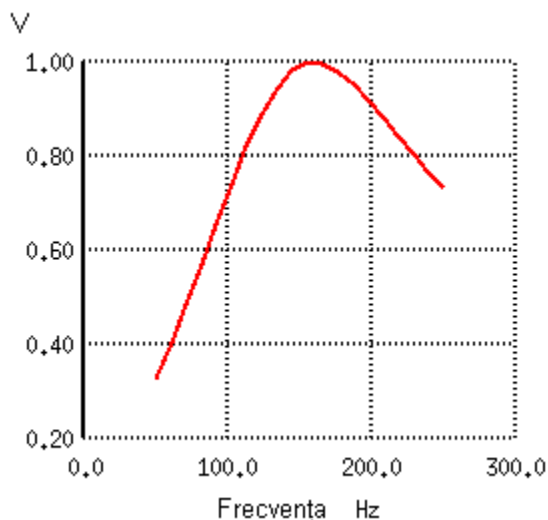
Filtru trece-bandă rezonant

Pentru acest tip de filtru, există, de asemenea, două strategii: circuit LC serie sau LC paralel.

Filtru trece-bandă LC serie



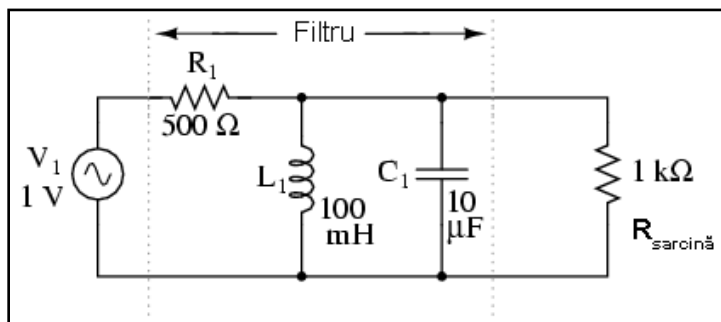
Circuitul LC serie permite trecerea semnalului la frecvența de rezonanță (impedanță mică - scurt-circuit), și blochează toate celelalte frecvențe (impedanță mare - circuit deschis), astfel că acestea nu ajung la sarcină, după cum se poate vedea în diagramă.



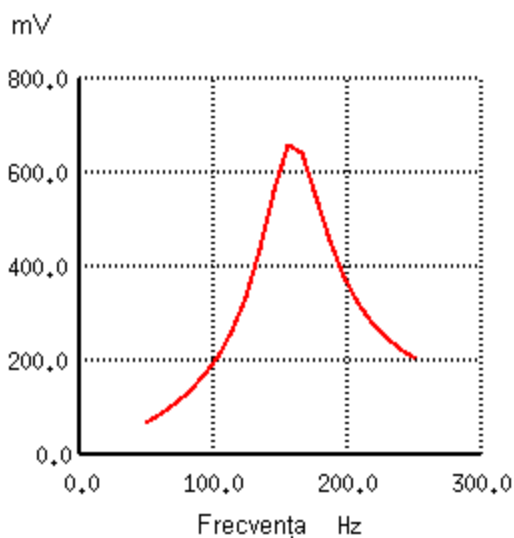
Putem observa că în cazul acestui tip de filtru, nu există practic nicio atenuare a semnalului în banda de trecere, astfel că tensiunea de ieșire pe rezistența de sarcină este aceeași cu tensiunea de alimentare a sursei; acesta nu este și cazul filtrelor construite exclusiv din condensatoare sau bobine.

De asemenea, din moment ce principiul de funcționare al filtrului se bazează pe principiul rezonanței LC serie, frecvența de rezonanță nefiind prin urmare afectată de valoarea rezistenței prezentă în circuit, valoarea rezistenței de sarcină nu va influența în niciun fel frecvența de trecere. Totuși, diferite valori ale rezistenței de sarcină vor duce la modificarea pantei diagramei Bode (selectivitatea filtrului).

Filtrul trece-bandă LC paralel



Circuitul LC paralel permite trecerea semnalului la frecvența de rezonanță (impedanță mare - circuit deschis) spre sarcină, și blochează toate celelalte frecvențe (impedanță mică - scurt-circuit), căderea de tensiune regăsindu-se în marea ei parte pe R_1 , astfel că acestea nu ajung la sarcină, după cum se poate vedea în diagramă.



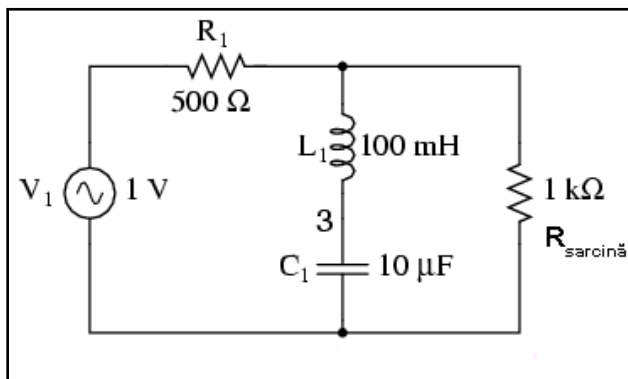
Acest tip de filtru rezonant, asemenea filtrelor trece-sus și trece-jos, nu va putea transmite întreaga tensiune de la sursă spre sarcină datorită rezistorului conectat în serie ce va prelua tot timpul o parte din căderea de tensiune totală existentă în circuit.

Putem menționa că acest tip de filtru trece-bandă rezonant este folosit pe scară largă în radiourile analogice, pentru selectarea unei anumite frecvențe din cele recepționate de antenă. Practic, se folosește un disc selector pentru alegerea postului de radio, disc ce modifică capacitatea unui condensator variabil dintr-un circuit LC paralel.

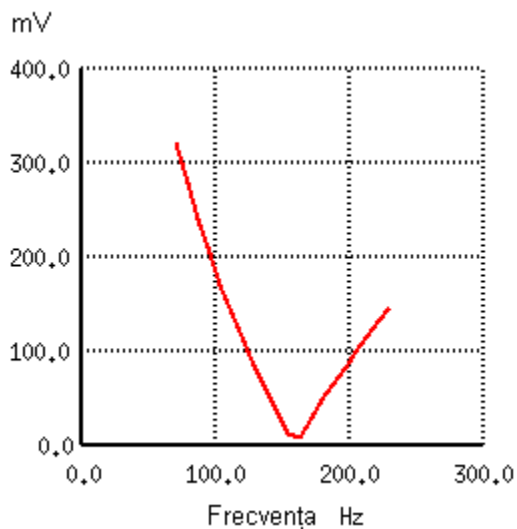
Filtru stop-bandă rezonant

Din nou, avem două strategii la dispoziție, circuitul LC serie sau LC paralel.

Filtrul stop-bandă LC serie

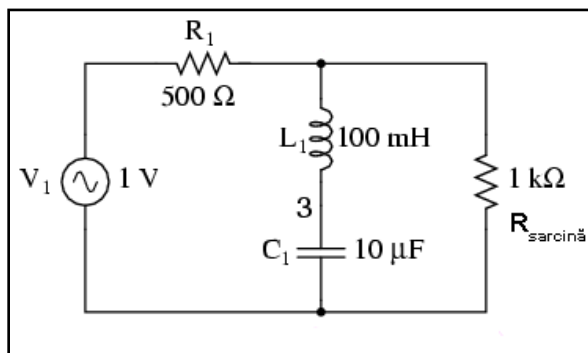


Folosit în această combinație, filtrul LC prezintă o impedanță foarte scăzută față de semnal, la frecvența de rezonanță, întreaga cădere de tensiune regăsindu-se pe rezistorul R_1 , iar semnalul nu este astfel „văzut” de către sarcină.

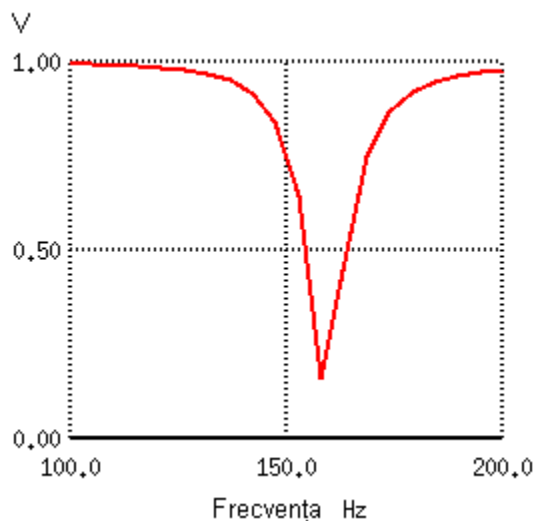


Răspunsul în frecvență a filtrului discutat este prezentat în figura alăturată.

Filtrul stop-bandă LC paralel



Componentele LC conectate în paralel prezintă o impedanță mare la frecvența de rezonanță, blocând astfel semnalele de la sursa spre sarcină, la frecvența respectivă, și permite trecerea tuturor celorlalte semnale (alte frecvențe decât cea de rezonanță) de la sursă spre sarcină.



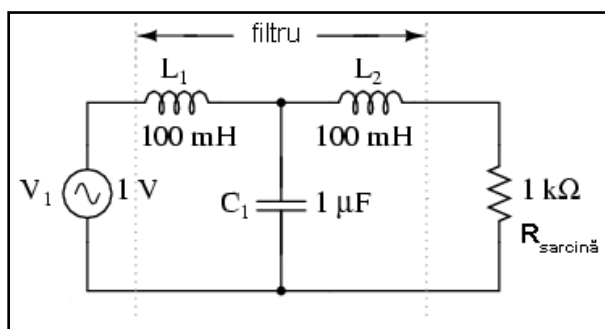
Din nou se poate observa faptul că absența unui rezistor serie duce la o atenuare minimă a semnalelor dorite. Amplitudinea semnalului la frecvența de trecere, pe de altă parte, este foarte mică. Cu alte cuvinte, acesta este un filtru foarte selectiv.

În toate aceste circuite de filtrare rezonante, selectivitatea depinde în mare măsură de „puritatea” bobinelor și a condensatoarelor utilizate. În cazul în care există o rezistență parazită, aceasta va afecta abilitatea filtrului de discriminare precisă a frecvențelor, și este posibilă introducerea efectelor antirezonante ce afectează frecvențele de trecere.

Filtre trece-jos și trece-sus rezonante

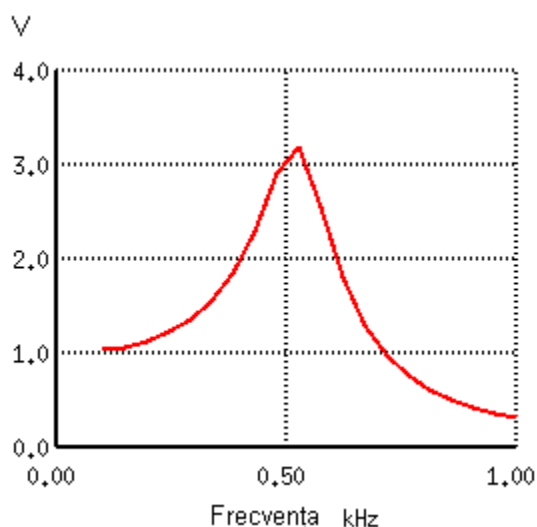
După ce am analizat filtrele standard RC și LC trece-jos și trece-sus, ne-am putea imagina că se poate realiza o proiectare mai eficientă a acestor tipuri de filtre combinând efectele condensatoarelor și a bobinelor în același circuit.

Filtru trece-jos LC



Bobinele ar trebui să blocheze trecerea frecvențelor înalte, iar condensatorul ar trebui să blocheze și el trecerea acelorasi frecvențe, efectele lor combinate permițând doar trecerea semnalelor de frecvență joasă de la sursă spre sarcină.

La prima vedere, aceasta pare o strategie bună; în plus, este posibilă și eliminarea rezistorului serie. Totuși, trebuie realizat faptul că orice combinație condensator-bobină poate duce la efecte rezonante la o anumită frecvență, iar acesta nu este un lucru de dorit.



Să urmărim răspunsul în frecvență a filtrului de mai sus, pe rezistența de sarcină ($R_{sarcină}$).

Ceea ce a fost gândit ca un filtru trece-jos s-a dovedit a fi un filtru trece bandă cu o frecvență de trecere în jurul valorii de 526 Hz, frecvența de rezonanță a condensatorului și a bobinei în acest caz.

Problema este că impedanța de intrare și impedanța de ieșire a filtrului LC trebuie să fie egală. Cu alte cuvinte, impedanța sursei de alimentare trebuie să fie egală cu impedanța de intrare a filtrului, iar impedanța de ieșire a filtrului trebuie să fie egală cu impedanța sarcinii ($R_{sarcină}$) pentru ca răspunsul filtrului să fie cel așteptat.

Impedanța de intrare și de ieșire a filtrului este rădăcina pătrată a raportului dintre L și C :

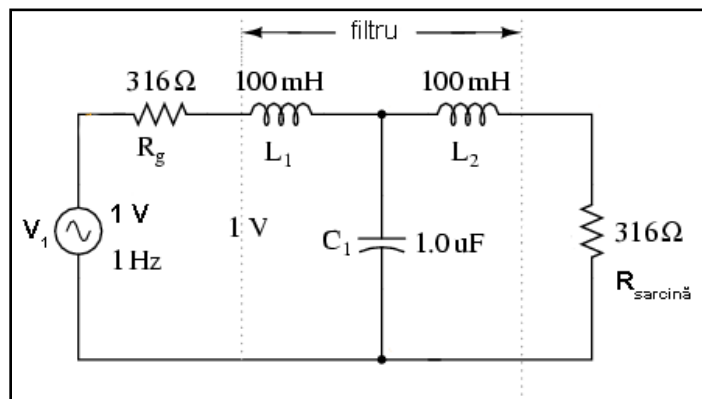
$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Folosind valorile componentelor de pe circuit, putem afla impedanța filtrului și impedanțele necesare ale sursei și ale sarcinii:

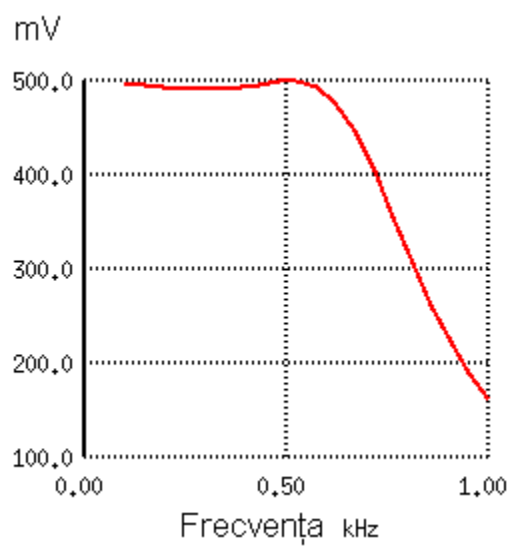
$$\text{pentru } L = 100 \text{ mH și } C = 1 \mu\text{F}$$

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{100 \text{ mH}}{1 \mu\text{F}}} = 316 \Omega$$

Modificarea rezistenței de intrare



Astfel, în circuitul de mai sus putem adăuga rezistorul R_g de 316Ω în serie cu sursa de tensiune și modificăm $R_{\text{sarcină}}$ de la 1.000Ω la 316Ω . Dacă ar fi fost necesară alimentarea unei sarcini de 1.000Ω , am fi putut modifica raportul L/C pentru a păstra egalitatea față de sarcină.



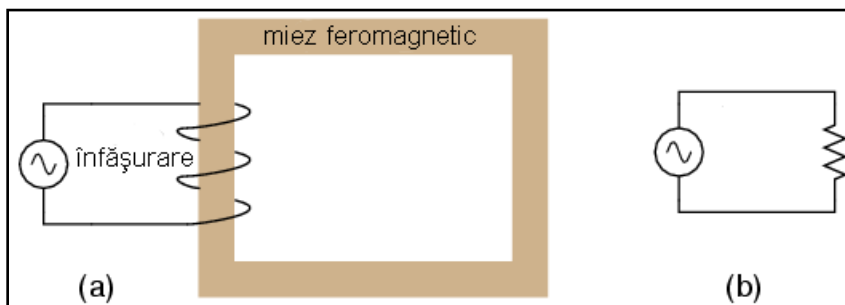
Răspunsul în frecvență al filtrului arată de data aceasta mult mai bine.

09 – Transformatorul

1. Transformatorul și inductanța mutuală

- Un transformator este un dispozitiv construit din două sau mai multe bobine, una dintre ele alimentată în curent alternativ ce induce o tensiune alternativă în cealaltă bobină. Dacă a doua bobină este conectată la o sarcină, puterea sursei de tensiune a primei bobine este cuplată electromagnetic la sarcina celei de a doua
- Inductanța mutuală reprezintă situația în care fluxurile magnetice a două sau a mai multe bobine sunt cuplate între ele, astfel încât există o tensiune indusă într-una dintre bobine direct proporțională cu rata de variație a curentului în cealaltă
- Bobina transformatorului alimentată în curent alternativ se numește înfășurare primară. Bobina nealimentată a transformatorului se numește înfășurare secundară
- Fluxul magnetic al miezului este defazat cu 90^0 în urma tensiunii de alimentare. Curentul furnizat de sursa de alimentare în înfășurarea primară pentru producerea acestui flux magnetic, poartă numele de curent de magnetizare, și este și acesta defazat cu 90^0 în urma tensiunii de alimentare
- Curentul total din primar al unui transformator neconectat la sarcină, se numește curent de excitație, și este compus din curentul de magnetizare plus curentul datorat pierderilor miezului feromagnetic. Într-un transformator real, forma de undă a acestuia nu este niciodată sinusoidală
- Fluxul magnetic al miezului induce o tensiune electrică în orice înfășurare realizată în jurul acestuia. Tensiunile induse sunt, ideal, în fază cu tensiunea primară (a sursei) și au aceeași formă de undă
- Orice curent prin secundar, datorită sarcinii, va produce un curent echivalent în înfășurarea primară, curent generat de sursă, ca și când sursa ar fi conectată direct la sarcină

Înfășurarea primară



Să presupunem că avem un miez feromagnetic închis (formă dreptunghiulară) și înfășurăm un conductor metalic izolat alimentat în curent alternativ în jurul uneia dintre laturi.

Fiindcă ceea ce am realizat este de fapt o bobină, această înfășurare în jurul miezului feromagnetic ar trebui să se opună tensiunii aplicate datorită reactanței inductive, limitând astfel curentul prin înfășurare conform ecuațiilor:

$$X_L = 2\pi fL$$

$$I = \frac{E}{X} \text{ sau } I = \frac{E}{Z}$$

Funcționarea circuitului

Pentru a clarifica acest exemplu totuși, vom analiza mai atent interacțiunile ce iau naștere între tensiune, curent și fluxul magnetic în acest dispozitiv.

Conform legii lui Kirchhoff pentru tensiune, suma tuturor tensiunilor dintr-un circuit închis trebuie să fie egală cu zero. În exemplul de mai sus, putem aplica această lege generală a electricității pentru descrierea tensiunilor sursei, respectiv a înfășurării. Ca în oricare circuit format dintr-o sursă și o singură sarcină, căderea de tensiune a sarcinii trebuie să fie egală cu tensiunea produsă de sursă, presupunând că nu există căderi de tensiune în lungul firelor (rezistența lor este zero). Cu alte cuvinte, sarcina, reprezentată de înfășurare, trebuie să producă o tensiune de semn contrar și de aceeași amplitudine cu sursa.

Dar de unde apare această tensiune opusă tensiunii sursei? Dacă sarcina ar fi un rezistor (cazul „b” din figura de mai sus), căderea de tensiune ia naștere ca urmare a pierderilor sub formă de căldură datorate „frecării” electronilor la trecerea prin această rezistență. În cazul unei bobine perfecte (rezistență zero a înfășurării), tensiunea opusă se prezintă sub o altă formă, și anume, reacția față de fluxul magnetic variabil al miezului de fier. Atunci când forma de undă a curentului variază, variază și fluxul. Variația fluxului induce un câmp electromagnetic contrar.

Relația dintre fluxul magnetic și tensiune indusă

$$e = N \frac{d\phi}{dt}$$

unde,

e = tensiunea indusă instantanee (V)

N = numărul de spire a înfășurării (1 pentru fir simplu)

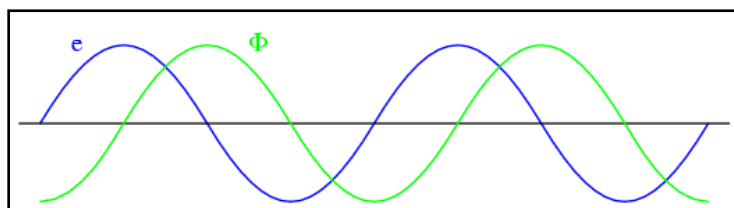
ϕ = fluxul magnetic (Wb)

t = timpul (s)

Formularea relației matematice între fluxul magnetic (Φ) și tensiunea indusă îi este atribuită lui Michael Faraday, și arată precum în figura alăturată.

Tensiunea instantanee indusă (e) în înfășurare, în orice moment, este egală cu produsul dintre numărul spirelor înfășurării (N) și variația instantanee a fluxului magnetic ($d\Phi/dt$) al bobinei

Formele de undă



Grafic, formele de undă sunt sinusoidale (presupunând că forma de undă a sursei de alimentare este sinusoidală), fluxul fiind defazat în urma tensiunii cu 90°.

Tensiunea magnetomotoare

Legea lui Ohm pentru circuite electrice:

$$E = IR$$

Legea lui Ohm pentru circuite magnetice:

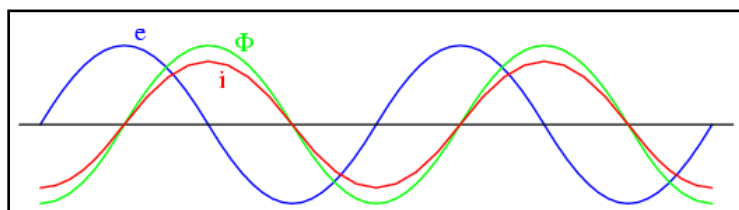
$$u_{mm} = \phi \mathfrak{R}$$

Fluxul magnetic printr-un material feromagnetic este analog curentului printr-un conductor: trebuie să fie „împins” de o forță exterioară pentru a se forma. În circuitele electrice, această forță o reprezintă tensiunea (mai precis, tensiunea electromotoare, prescurtat „tem”). În „circuitele” magnetice, această forță este reprezentată de tensiunea magnetomotoare (prescurtat „tmm” și simbolizat prin u_{mm}).

Tensiunea magnetomotoare și fluxul magnetic se află în strânsă legătură una cu cealaltă prin intermediul unei proprietăți a materialelor magnetice, reluctanța, concept analog rezistenței în circuitele electrice.

În exemplul de mai sus, tensiunea magnetomotoare (tmm) necesară producerii acestui flux magnetic variabil trebuie să fie furnizată de un curent variabil prin înfășurare. Tensiunea magnetomotoare generată de înfășurarea unui electromagnet este egală cu produsul dintre curentul prin înfășurare și numărul de spire al înfășurării, iar unitatea de măsură a tensiunii magnetomotoare este Amper-spiră. Deoarece relația matematică dintre fluxul magnetic și tmm este direct proporțională, iar relația dintre tmm și curent este de asemenea direct proporțională, curentul prin înfășurare este în fază cu fluxul magnetic:

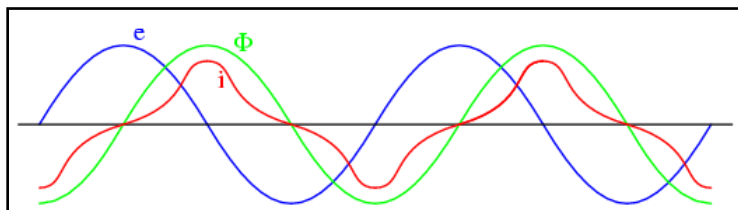
Curentul de magnetizare



Acesta este și motivul pentru care curentul într-o bobină este defazat în urma tensiunii cu 90°: deoarece aceasta este defazarea necesară producerii unui flux magnetic a cărui rată de variație poate produce o tensiune în opoziție de

fază cu tensiunea aplicată. Datorită funcției sale de producere a tensiunii magnetomotoare pentru miezul feromagnetic, acest curent este câteodată numit și curent de magnetizare.

Saturația miezului feromagnetic



Trebuie menționat faptul că acest curent prin înfășurare nu este perfect sinusoidal, iar acest lucru se datorează ne-liniarității curbei de magnetizație (B / H) a fierului. Dacă bobina este construită ieftin, folosind cât mai puțin fier cu

putință, densitatea fluxului magnetic poate atinge valori mari, aproape de saturație, rezultatul fiind o formă de undă a curentului de magnetizare ce arată aproximativ precum în figura alăturată.

Atunci când un material feromagnetic se apropie de fluxul magnetic de saturație, este nevoie de tensiuni magnetomotoare din ce în ce mai mari pentru menținerea constantă a creșterii fluxului magnetic. Deoarece t_{mm} este direct proporțională cu valoarea curentului prin înfășurare ($u_{mm} = NI$), creșterea foarte mare a t_{mm} necesare susținerii creșterii fluxului duce la creșteri mari ale curentului prin înfășurare, pentru a putea menține forma de undă a fluxului magnetic nedistorsionată (sinusoidală).

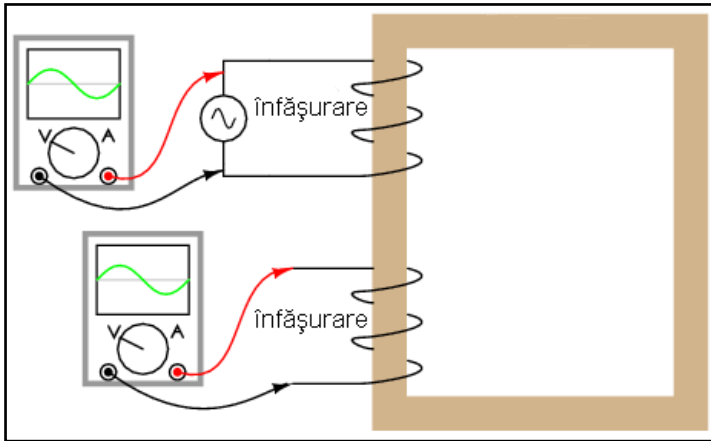
Curentul de excitație

Situația este însă și mai complicată datorită pierderilor de energie din miezul feromagnetic. Efectul histerezisului și al curenților turbionari duce la accentuarea deformării formei de undă a curentului, alterându-i atât forma sinusoidală cât și defazajul, ce va fi cu puțin sub 90° în urma tensiunii. Acest curent al înfășurării constituit din suma tuturor efectelor magnetice asupra înfășurării, poartă numele de curent de excitație.

Distorsionarea curentului de excitație a unei înfășurări cu miez feromagnetic (bobină) poate fi minimizată dacă aceasta este concepută și funcționează la densități de flux foarte scăzute. Acest lucru necesită însă un miez cu o secțiune transversală mare, ceea ce duce la costuri ridicate și un volum mare. Pentru a simplifica lucrurile însă, vom presupune un miez feromagnetic ideal, fără pericolul saturației și fără pierderi, ceea ce duce la un curent de excitație perfect sinusoidal.

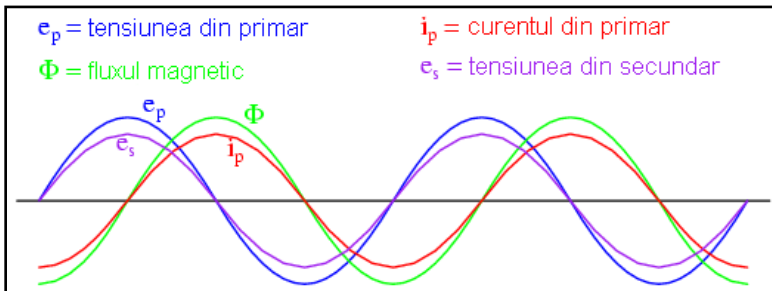
Înfășurarea secundară

După cum am văzut în capitolul dedicat bobinelor, defazajul curentului față de tensiune cu 90° crează o condiție în care puterea este absorbită și eliberată alternativ de la circuit la bobină și invers. Dacă bobina este perfectă (rezistență zero, pierderi în miez zero, etc.), puterea disipată de aceasta va fi zero.



Să reluăm exemplul de mai sus, dar introducem de data această o nouă înfășurare în jurul aceluiași miez feromagnetic. Ca să diferențiem între cele două înfășurări, prima înfășurare o vom denumi înfășurarea primară sau simplu, primar, iar cea de a doua, înfășurarea secundară, sau simplu, secundar.

Dacă cea de a doua înfășurare este supusă unei variații a fluxului magnetic identice cu prima înfășurare, iar numărul de spire al înfășurării este același cu a primei înfășurări, atunci, conform principiului inducției electromagnetice, tensiunea indusă în secundar va fi egală în amplitudine și fază cu tensiunea sursei de alimentare a primarului.



În graficul alăturat, amplitudinea tensiunii induse este voit mai mică, pentru a putea face distincție între aceasta și tensiunea de alimentare.

Inductanța mutuală

$$e_1 = L \frac{di}{dt} - \text{inductanța proprie}$$

$$e_2 = M \frac{di_1}{dt} - \text{inductanța mutuală}$$

unde,

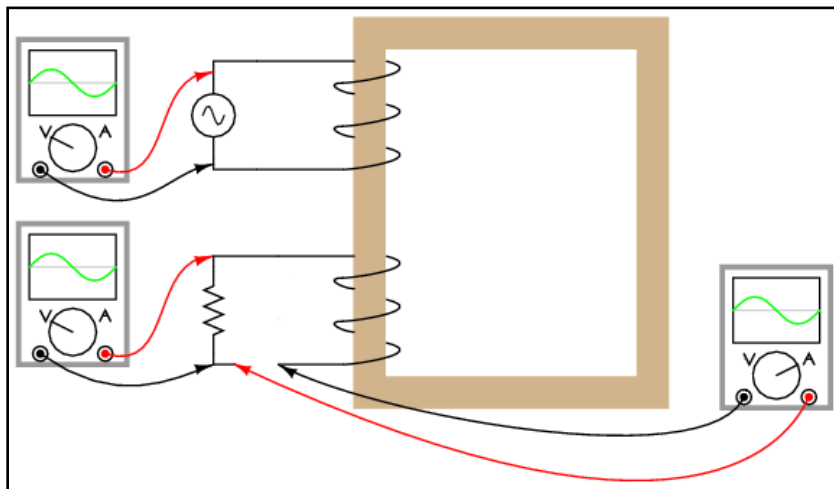
e_2 = tensiunea indusă în secundar

i_1 = curentul din primar

Acest efect al inducerii unei tensiuni într-o înfășurare ca răspuns a variației curentului din cealaltă înfășurare, poartă numele de inductanță mutuală. Unitatea de măsură este Henry, la fel ca inductanța proprie, iar simbolul matematic este „M”, în loc de „L”.

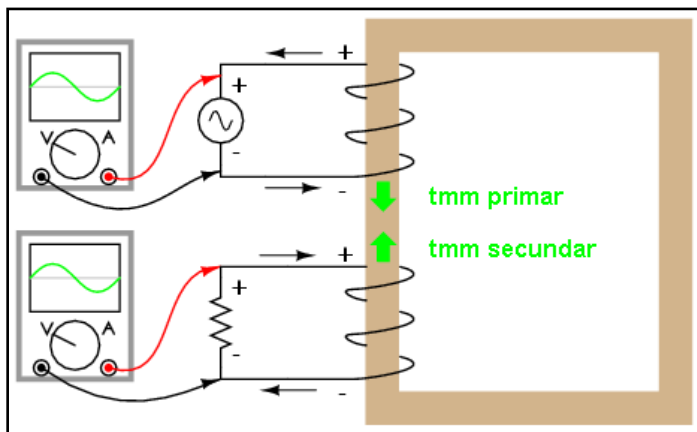
Funcționarea transformatorului

În acest moment, în înfășurarea secundară nu există curent deoarece aceasta este deschisă. Dacă conectăm însă un rezistor în acest circuit, curentul alternativ prin înfășurare va fi în fază cu tensiunea indusă.



Ne-am putea aștepta ca acest curent secundar să producă un flux magnetic suplimentar în miezul feromagnetic. Acest lucru nu se întâmplă însă. Dacă fluxul magnetic indus în miez ar crește, acest lucru ar duce la creșterea tensiunii induse a înfășurării primare.

Acest lucru nu se poate întâmpla, deoarece tensiunea indusă a primarului trebuie să rămână la aceeași amplitudine și fază pentru se păstra egalitate dintre aceasta și tensiunea sursei, potrivit legii lui Kirchhoff pentru tensiune. Prin urmare, fluxul magnetic al miezului nu este afectat de curentul din secundar. Totuși, ceea ce se modifică este valoarea tensiunii magnetomotoare a circuitului magnetic.



Tensiunea magnetomotoare (t_{mm}) ia naștere ori de câte ori există deplasare de electroni printr-un fir. De obicei, această tensiune este însoțită de flux magnetic, conform legii lui Ohm pentru circuitele magnetice, $u_{mm} = \Phi R$. Dar producerea unui flux magnetic suplimentar nu este permisă în acest caz, prin urmare, singura posibilitate de existență a t_{mm} în secundar implică apariția unei t_{mm} contrare (în anti-fază), și amplitudine egală, generate de înfășurarea primară.

Acest lucru este exact ceea ce se întâmplă, și anume, formarea unui curent alternativ în înfășurarea primară, defazat cu 180° (în anti-fază) față de curentul secundarului, pentru generarea unei t_{mm} contrare și prevenirea apariției unui flux magnetic adițional prin miez.

Deși întreg procesul pare destul de complicat, iar proiectarea transformatoarelor este un subiect complex, cel mai important lucru de ținut minte este acesta: atunci când asupra înfășurării primare este aplicată o tensiune alternativă, aceasta produce un flux magnetic în miezul feromagnetic ce induce la rândul său o tensiune alternativă în înfășurarea secundară, în fază cu tensiunea sursei de alimentare. Apariția oricărui curent prin secundar, la conectarea unei sarcini de exemplu, duce la apariția unui curent similar în primar, curent menținut de sursa de alimentare.

Putem observa faptul ca înfășurarea primară se comportă precum o sarcină față de sursa de tensiune, iar înfășurarea secundară este echivalentă unei surse de tensiune alternativă pentru rezistorul conectat la capetele acesteia. Față de prima situația, de data aceasta energia nu este absorbită și eliberată tot în înfășurarea primară ci este cuplată cu înfășurarea secundară unde este folosită pentru alimentarea sarcinii (rezistor). Din punct de vedere al sursei, aceasta alimentează direct sarcina secundarului. Desigur, curentul din primar este defazat cu 90^0 față de tensiune, lucru ce nu s-ar întâmpla într-o alimentare directă a rezistorului.

Observație

Acest dispozitiv este cunoscut sub numele de transformator, deoarece transformă energia electrică în energie magnetică și înapoi în energie electrică. Deoarece funcționarea acestuia depinde de inducția electromagnetică dintre două înfășurări staționare și de variația amplitudinii și „polarității” fluxului magnetic, transformatoarele se pot folosi doar în curent alternativ, nu și în curent continuu.

Simbolul transformatorului

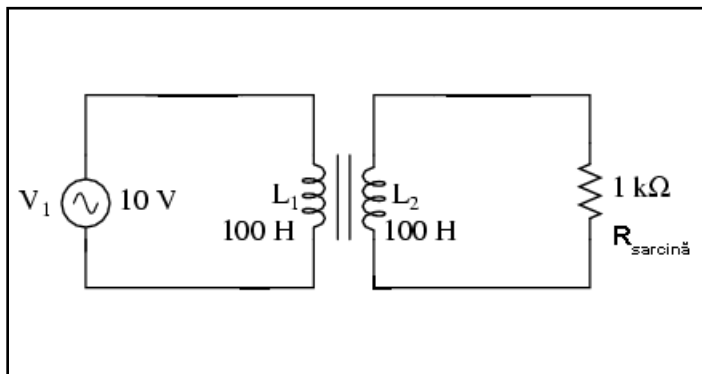


Simbolul electric al transformatorului îl reprezintă două bobine (înfășurarea primară și secundară) și un miez feromagnetic comun celor două.

2. Exemplu de funcționare

- Coeficientul de cuplaj magnetic descrie cât de strâns sunt cuplate cele două înfășurări ale unui transformator
- Inductanța de scăpări descrie acea parte a câmpului magnetic ce nu se regăsește pe înfășurarea secundară
- Un transformator ideal transferă energia electrică din primar în secundar ca și cum sarcina ar fi conectată direct la sursă

Coeficientul de cuplaj magnetic (k)



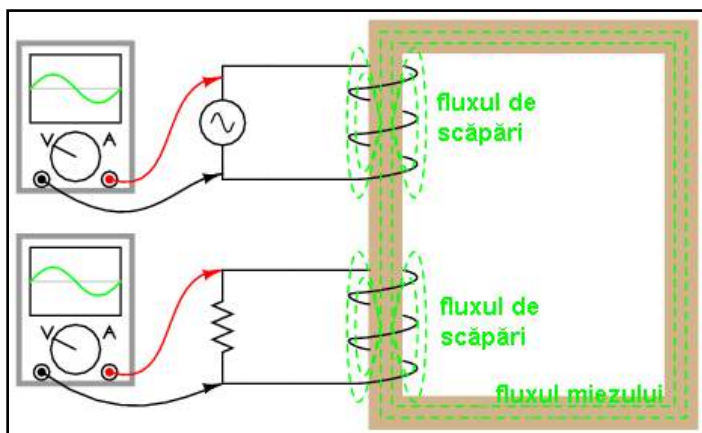
Putem explica funcționarea unui transformator simplu prin intermediul unui circuit electric. Vom considera coeficientul de cuplaj magnetic (k) ca având o valoare foarte aproape de perfecție, și anume, 0,999. Acest coeficient descrie cât de strâns cuplate sunt cele două bobine (înfășurări) una față de cealaltă. Cu cât acest coeficient este mai mare (ideal, 1), cu atât cuplajul magnetic dintre cele două

înfășurări, și prin urmare, și eficiența transferului de energie este mai mare.

Ambele inductanțe ale înfășurărilor fiind egale (100 H), tensiunile și curenții pentru cele două înfășurări sunt aproximativ egale (10 V, respectiv 10 mA). Diferența dintre curentul primar și cel secundar este defazajul de 90° dintre ele, datorat curentului de magnetizare al miezului. Valoarea acestui curent de magnetizare este foarte mică în acest caz, față de curentul din primar, astfel că cei doi curenți sunt aproximativ egali. Această eficiență mare este tipică transformatoarelor în general. Orice eficiență de sub 95% este considerată mult prea mică în proiectarea transformatoarelor.

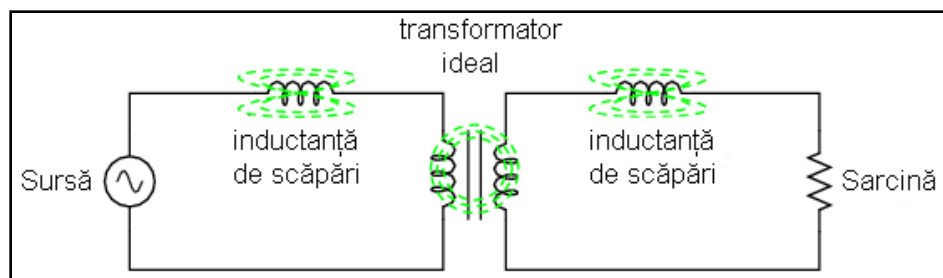
Dacă reducem rezistența sarcini (de la $1\text{ k}\Omega$ la $200\ \Omega$), pentru a crește valoarea curentului în secundar, pentru aceeași valoare a tensiunii, observăm că și curentul din înfășurarea primară crește. Chiar dacă sursa de tensiune alternativă nu este conectată direct la sarcină, ci este cuplată electromagnetic, valoarea curentului ce parcurge sarcina este aproximativ aceeași cu valoarea curentului dacă sarcina ar fi conectată direct la sursă. În acest caz, valoarea curenților din înfășurări va crește de la aproximativ 10 mA la 47 mA. De fapt, egalitatea celor doi curenți este chiar mai accentuată față de cazul precedent, deoarece curentul de magnetizare este același ca și în cazul precedent. De asemenea, tensiunea din secundar a scăzut puțin sub influența sarcini mai mari (curent mai mare), de la aproximativ 10 V la 9,3 V.

Inductanța de scăpări



Să vedem ce se întâmplă dacă reducem și mai mult rezistența sarcinii, până la valoarea de $15\ \Omega$. Curentul sarcinii (în secundar) este acum 130 mA, o creștere substanțială față de cazul precedent, iar curentul primar este aproximativ egal cu acesta. În schimb, tensiunea prin secundar a scăzut foarte mult comparativ cu valoarea tensiunii din secundar (1,95 V în secundar față de 10 V în primar).

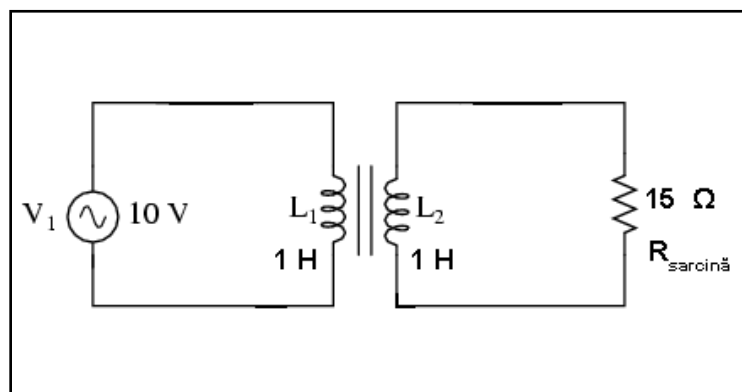
Motivul acestei diferențe se regăsește în imperfecțiunile transformatorului: cuplajul dintre cele două înfășurări nu este perfect, coeficientul de cuplaj magnetic, k , fiind 0,999, nu 1. Prin urmare, există o inductanță de scăpări prezentă, ceea ce înseamnă ca o parte a câmpului magnetic nu se regăsește pe înfășurarea secundară și nu poate „transfera” energie din această cauză.



Acest flux de scăpări doar stochează și eliberează energia înapoi în circuitul de alimentare prin intermediul inductanței proprii, comportamentul acestuia fiind al unei impedențe serie

conectate în ambele înfășurări. Căderea de tensiune finală este redusă datorită existenței unei căderi de tensiune pe această „impedanță serie”. Efectul este cu atât mai pronunțat cu cât curentul sarcinii crește.

Dacă cuplajul magnetic dintre cele două înfășurări ar fi mai „strâns”, de exemplu, $k=0,99999$ (în loc de 0,999), valorile tensiunii în cele două înfășurări ar fi din nou aproximativ egale (10 V), păstrându-se și egalitatea dintre cei doi curenți.



Din păcate, construirea unui transformator real, cu un astfel de coeficient de cuplaj magnetic, este foarte dificilă. O soluție de compromis constă în folosirea unei inductanțe mai scăzute pentru ambele înfășurări (1 H, în loc de 100 H), deoarece o inductanță mai scăzută duce și la o inductanță de scăpări mai scăzută, oricare ar fi coeficientul de cuplaj magnetic. Rezultatul este o cădere de

tensiune pe sarcină mult mai bună, menținând aceeași valoare a curentului și a cuplajului.

Explicație

Prin simpla utilizare a unei inductanțe mai mici pentru cele două înfășurări, căderea de tensiune pe sarcină este din nou „ideală”, aproximativ 10 V, aceeași valoare cu a sursei de alimentare. Cu siguranță că ne putem întreba, „Dacă tot ceea ce este necesar pentru atingerea unei performanțe ideale în cazul unei sarcini mari, este reducerea inductanței, de ce să ne mai facem griji cu privire la eficiența cuplajului magnetic? Dacă este imposibilă proiectarea transformatoarelor cu coeficienți de cuplaj perfecți, dar înfășurările cu inductanțe mici sunt ușor de construit, atunci de ce nu am construi transformatoare cu inductanțe mici și cuplaj scăzut pentru obținerea unei eficiențe ridicate?”

Pentru a răspunde acestei nedumeriri, considerăm un nou circuit, în care sarcina de data aceasta este de 1 Ω în loc de 15 Ω , toate celelalte valori rămânând egale. Cu inductanțe mai mici pentru înfășurări, tensiunile din primar

și secundar sunt aproximativ egale (10 V), dar curenții celor două înfășurări nu sunt egali, cel din primar fiind 28,35 mA, de aproape trei ori mai mare decât cel din secundar, de doar 10 mA. De ce se întâmplă acest lucru? Cu o inductanță mult mai mică a înfășurării primare, reactanța inductivă este mult mai mică, și prin urmare, curentul de magnetizare este mult mai mare. O parte importantă a curentului din înfășurarea primară este folosit doar pentru magnetizarea miezului feromagnetic și nu pentru transferul de energie spre înfășurarea secundară.

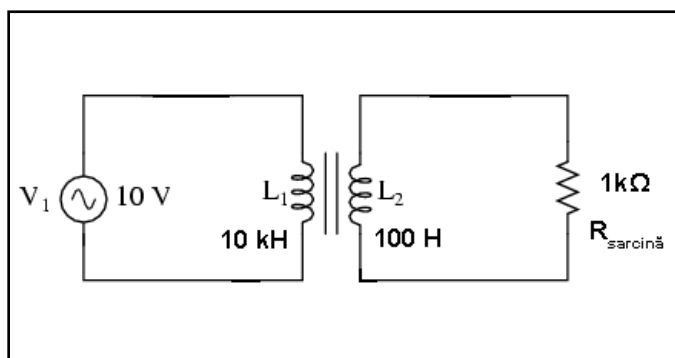
Transformatorul ideal

Un transformator ideal, cu înfășurări primare și secundare identice, ar dezvolta aceleași căderi de tensiune și curenți în ambele înfășurări, indiferent de valoarea sarcinii. Ideal, transformatoarele ar trebui să transfere putere electrică din primar în secundar ca și cum sarcina ar fi conectată direct la sursă. Acest lucru se poate realiza doar dacă există un cuplaj magnetic perfect între cele două înfășurări. Din moment ce acest lucru nu este imposibil, transformatoarele trebuie proiectate pentru a funcționa între anumite valori ale tensiunii și sarcinii, valori cunoscute dinainte, pentru a oferi maximul de eficiență.

3. Transformatorul ridicător și coborâtor de tensiune

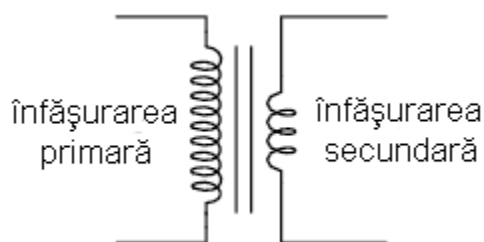
- Transformatoarele sunt dispozitive utilizate la ridicarea sau coborârea tensiunii în funcție de raportul dintre numărul spirelor înfășurărilor
- Un transformator proiectat să ridice tensiunea dinspre primar spre secundar (numărul spirelor din înfășurarea secundară este mai mare decât numărul celor din primar), se numește transformator ridicător de tensiune
- Un transformator proiectat să realizeze chiar opusul, coborârea tensiunii dinspre primar spre secundar (numărul spirelor din înfășurarea secundară este mai mic decât numărul celor din primar), poartă numele de transformator coborâtor de tensiune

Scop



Până în acest moment, am luat în considerare doar cazul în care cele două înfășurări ale transformatorului aveau inductanțe identice, ducând la egalitatea tensiunilor și a curenților în cele două înfășurări. Această egalitate între înfășurarea primară și cea secundară nu este însă specifică tuturor transformatoarele. Dacă inductanțele celor două

înfășurări sunt diferite, prin modificarea raportului de spire dintre cele două, și comportamentul transformatorului suferă modificări.



În configurația de mai sus, tensiunea secundarului este de aproximativ 10 ori mai mică decât tensiunea din primar (1 V față de 10 V), iar pe de altă parte, curentul din secundar este de aproximativ 10 ori mai mare decât curentul din primar (1 mA față de 0.1 mA). Ceea ce avem în circuitul de mai sus, este un dispozitiv ce coboară tensiunea de zece ori și crește curentul cu același factor (coborâtor de tensiune / ridicător de curent).

Definiție

Acesta este un dispozitiv extrem de folositor. Cu ajutorul acestuia se pot foarte ușor multiplica sau împărți valorile tensiunilor și ale curenților în circuitele de curent continuu. Un transformator ce ridică nivelul tensiunii dinspre primar înspre secundar se numește transformator ridicător de tensiune, iar un transformator ce coboară nivelul tensiunii dinspre primar înspre secundar se numește coborâtor de tensiune.

Inversarea alimentării transformatorului

Oricare transformator poate fi alimentat și invers, dinspre secundar spre primar, inversându-se astfel și rolul acestuia: transformatorul coborâtor de tensiune devine ridicător de tensiune, și invers. Totuși, după cum am precizat în secțiunea precedentă, funcționare eficientă a unui transformator se poate realiza doar prin proiectarea acestuia pentru anumite valori ale curenților și tensiunilor. Prin urmare, dacă am fi să folosim un transformator „invers”, va trebui să respectăm parametrii inițiali pentru tensiune și curent în cazul fiecărei înfășurări, altfel, transformatorul s-ar putea dovedi extrem de inefficient, iar în cazuri extreme, operarea lui necorespunzătoare poate duce la distrugerea acestuia datorită curenților sau tensiunilor în exces.

Notăția transformatoarelor

În general, transformatoarele sunt astfel construite încât este imposibil de spus care este înfășurarea primară și care cea secundară. O convenție folosită în industrie este notarea cu „H” a înfășurării cu tensiune mai înaltă (primarul, într-un transformator coborâtor; secundarul, într-un transformator ridicător) și cu „X” a înfășurării cu tensiune mai joasă. Prin urmare, un transformator simplu ar trebui să aibă notațiile „H₁”, „H₂”, „X₁” și „X₂”.

Faptul că tensiunea și curentul sunt „transformate” în direcții opuse nu ar trebui să ne mire. Puterea este egală cu produsul dintre tensiune și curent, iar transformatoarele nu pot produce putere, ci o pot doar converti.

Inductanța înfășurărilor transformatorului

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$

unde,

L = inductanța înfășurării (H)

N = numărul spirelor din înfășurare (1, pentru fir simplu)

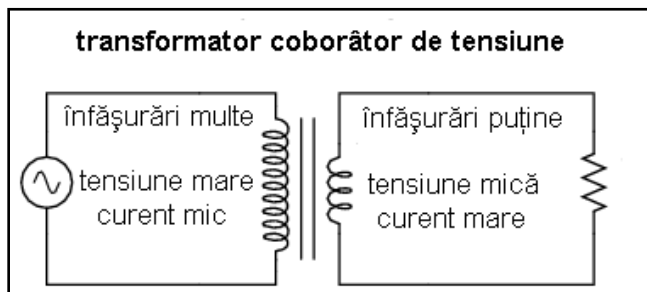
μ = permeabilitatea absolută a miezului magnetic

A = aria înfășurării (m^2)

l = lungimea înfășurării (m)

Dacă ne uităm mai atent la rezultatele obținute cu circuitul de mai sus, putem vedea o legătură între raportul de transformare al transformatorului și cele două inductanțe. Se observă că bobina primară are o inductanță de 100 de ori mai mare decât cea secundară, iar raportul de transformare al tensiunii a fost de 10 la 1. Înfășurarea cu o inductanță mai mare va avea o tensiune mai mare și un curent mai mic decât cealaltă.

Din moment ce ambele bobine sunt înfășurate în jurul aceluiași material (pentru un cuplaj magnetic cât mai eficient între ele), singurul parametru care nu este comun ambelor înfășurări este numărul spirelor din fiecare înfășurare în parte. Din formula inductanței, putem observa că aceasta este direct proporțională cu pătratul spirelor înfășurării:



Astfel, putem deduce că cele două înfășurări din exemplul de mai sus, cu un raport al inductanțelor de 100:1, ar trebui să aibă un raport al înfășurărilor de 10:1 ($10^2 = 100$). Acesta este exact raportul descoperit între valorile tensiunilor și ale curenților primare și secundare (10:1).

Raportul de transformare al transformatorului

$$k = \frac{N_2}{N_1}$$

unde,

N_2 = numărul spirelor înfășurării secundare

N_1 = numărul spirelor înfășurării primare

$k > 1$ ($N_2 > N_1$) – transformator ridicător de tensiune

$k < 1$ ($N_2 < N_1$) – transformator coborâtor de tensiune

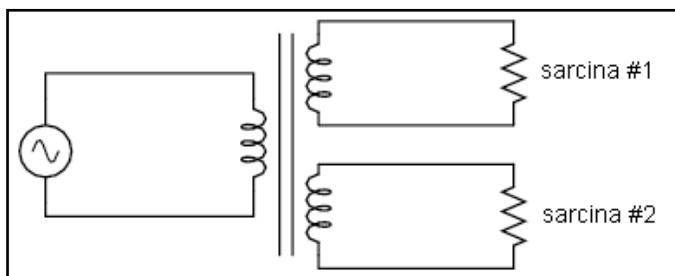
$k = 1$ ($N_2 = N_1$) – separator electric

Putem spune prin urmare, că raportul de transformare al unui transformator este egal cu raportul dintre numărul spirelor înfășurărilor primare și secundare.

4. Tipuri de înfășurări; autotransformatorul

- Este posibilă construirea transformatoarelor cu mai mult de o singură înfășurare primară și secundară. Acest lucru permite obținerea unor raporturi de transformare variabile folosind același dispozitiv
- Există posibilitatea de realizare a „prizelor” pe înfășurările transformatoarelor: intersecția contactului electric în puncte diferite din lungul înfășurării
- Transformatoarele variabile se pot realiza folosind un contact variabil pe lungimea înfășurării, putându-se practic realiza prize în orice punct de pe înfășurare
- Un autotransformator este un transformator ce folosește o singură înfășurare pentru ridicarea sau coborârea tensiunii; față de un transformator normal, acesta nu oferă separare electrică între primar și secundar
- Un autotransformator variabil poartă numele de Variac

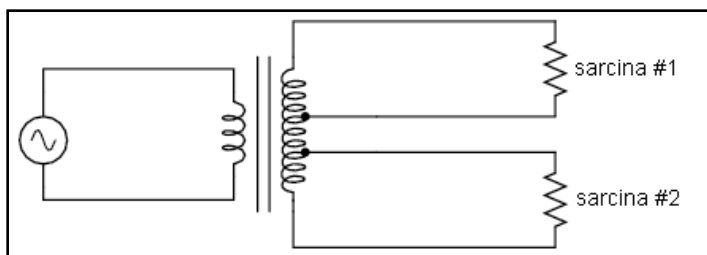
Transformatoare cu înfășurări multiple



Nu este neapărat necesar ca transformatoarele să fie realizate din doar două seturi de înfășurări. Să considerăm circuitul alăturat.

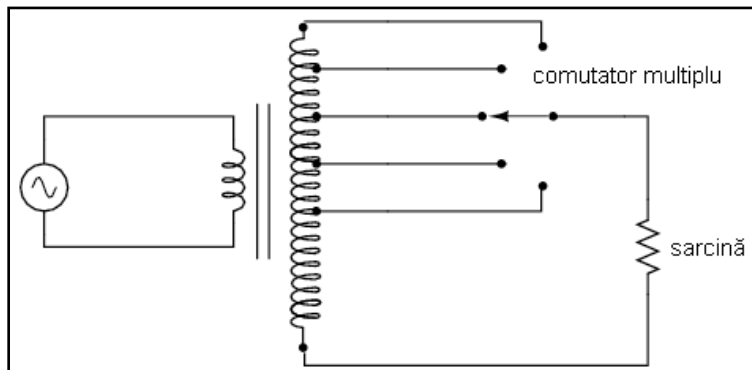
În acest caz, toate înfășurările împart același miez feromagnetic, fiind cuplate magnetic între ele. Relația dintre numărul spirelor înfășurărilor și raportul de transformare al tensiunilor considerat la transformatoarele cu două înfășurări, este valabilă și în acest (înfășurări multiple). Este posibilă proiectarea unui transformator precum cel din figura de mai sus (o înfășurare primară și două înfășurări secundare) în care, o înfășurare secundară să fie ridicătoare de tensiune iar cealaltă coborâtore. Toate circuitele sunt separate electric în acest caz.

Transformatoare cu prize



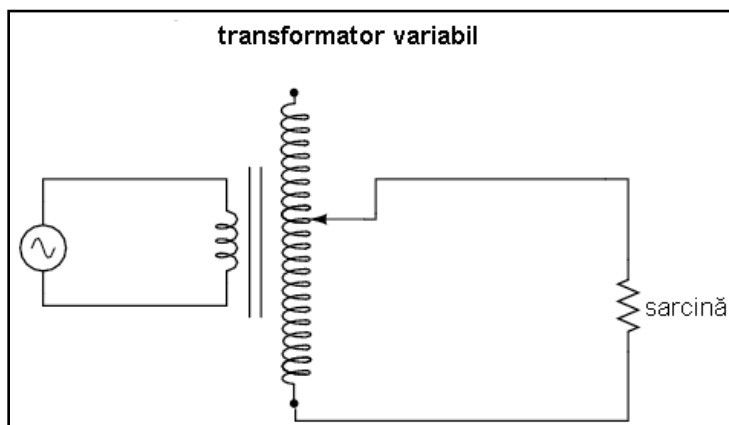
Dacă în schimb, nu avem neapărată nevoie de o separare electrică a circuitelor, un efect similar poate fi obținut și prin utilizarea prizelor în diferite puncte ale înfășurării secundare, precum în figura alăturată.

O priză reprezintă o conexiune făcută într-un anumit punct de pe secundarul transformatorului. Relația dintre numărul de spire al înfășurării și tensiunea obținută în secundar este valabilă și în acest caz, pentru toate prizele transformatorului.



Acest lucru poate fi exploatat pentru obținerea unui domeniu mult mai larg de raporturi de transformare.

Transformatorul variabil



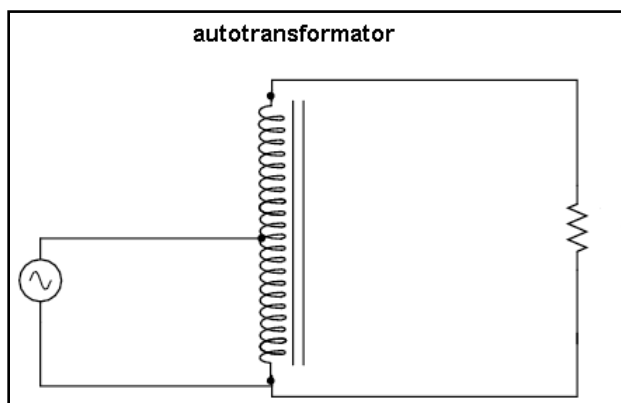
Trecând mai departe, putem construi un „transformator variabil”, caz în care vom avea un contact variabil ce se deplasează pe înfășurarea secundară expusă a transformatorului, fiind posibilă conectarea acestuia în oricare punct (priză variabilă).

Utilizarea acestor contacte variabile nu este practică în proiectarea transformatoarelor industriale de putere mare, dar sunt totuși folosite pentru ajustarea tensiunilor. În sistemele de putere, aceste ajustări de tensiune trebuie făcute periodic pentru a veni în întâmpinarea variației sarcinilor de-a lungul timpului. În mod normal, aceste tipuri de transformatoare nu sunt proiectate pentru a opera sub curenți sa sarcină, prin urmare, „reglarea” lor se realizează doar atunci când transformatorul nu este alimentat.

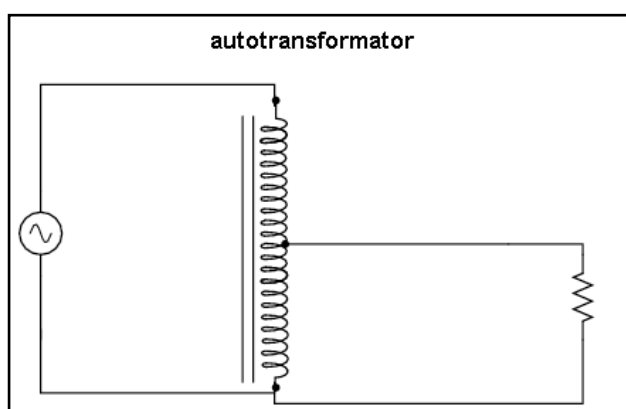
Autotransformatorul

Dacă neglijăm în totalitate separarea electrică dintre înfășurări, putem construi un transformator folosind doar o singură înfășurare; dispozitivul astfel creat poartă numele de autotransformator.

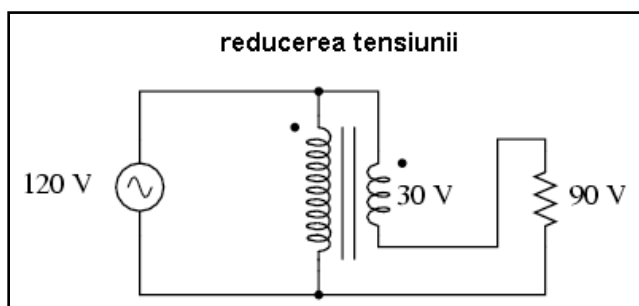
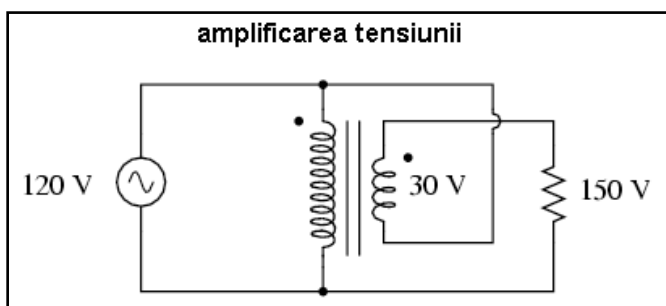
Autotransformator ridicător de tensiune



Autotransformator coborâtor de tensiune



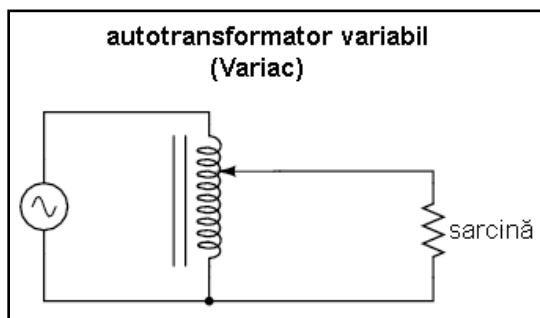
Utilizarea autotransformatoarelor



Autotransformatoarele sunt folosite în principal în aplicațiile unde este nevoie de o reducere sau amplificare mică a tensiunii pe sarcină. Ca și alternativă, se poate folosi un transformator normal construit special pentru aplicația în cauză, sau se poate folosi un autotransformator coborâtor de tensiune cu înfășurarea secundară conectată în serie, fie pentru amplificarea tensiunii sau pentru reducerea ei (anti-serie).

Principalul avantaj al unui autotransformator precum cel de mai sus, este folosirea unei singure înfășurări pentru realizarea amplificării sau reducerii tensiunii, fiind mult mai ușor de construit și mai ieftin decât un transformator normal.

Variacul



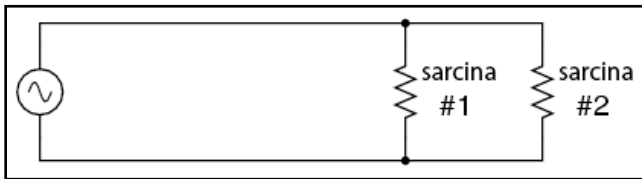
Ca și în cazul transformatoarelor normale, se pot realiza prize și pe înfășurările autotransformatoarelor pentru obținerea variației raporturilor de transformare. Mai mult decât atât, acestea pot fi realizate cu un contact variabil, caz în care transformatoarele poartă numele de Variac.

10 - Circuite polifazate

1. Sisteme de alimentare monofazate

- Sistemele de alimentare monofazate constau dintr-o sursă de alimentare (sau mai multe) având doar o singură formă de undă a tensiunii

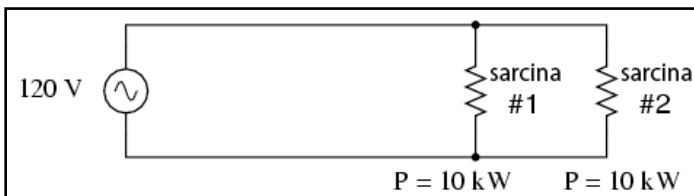
Circuitul de putere



Schema electrică alăturată este a unui circuit electric simplu, monofazat, în curent alternativ. Dacă puterea disipată pe sarcini este suficient de mare, putem denumi o astfel de configurație „circuit de putere”.

Distincția dintre un circuit de putere și un circuit normal poate părea întâmplătoare, dar implicațiile practice sunt importante.

Una dintre implicații este costul și mărimea conductorilor necesari pentru alimentarea sarcinilor de la sursă. În mod normal, nu ne interesează astfel de probleme dacă analizăm un circuit doar pentru a învăța despre electricitate. Totuși, în viața reală, acest lucru este de o importanță deosebită.



Dacă, în circuitul de mai sus, considerăm sursa de tensiune ca fiind de 120 V, iar puterile disipate pe sarcini de 10 kW fiecare, putem determina tipul conductorilor de care avem nevoie.

Curenții și puterile din circuitul de mai sus arată astfel:

$$I = \frac{P}{E} = \frac{10 \text{ kW}}{120 \text{ V}} = 83,33 \text{ A (pentru fiecare rezistor de sarcină)}$$

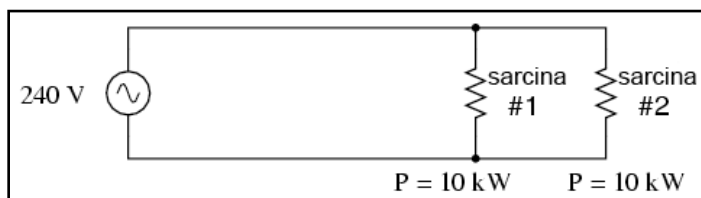
$$I_{total} = I_{sarcină\#1} + I_{sarcină\#2} = 83,33 \text{ A} + 83,33 \text{ A} = 166,67 \text{ A}$$

$$P_{total} = 10 \text{ kW} + 10 \text{ kW} = 20 \text{ kW}$$

Putem vedea că valoarea curentului prin circuit este foarte mare în acest caz, 88,33 A pentru fiecare rezistor, adică 166,66 A pentru curentul total din circuit. Conductorii de cupru folosiți pentru astfel de aplicații ar ajunge undeva la 6 mm în diametru, cu o greutate de aproximativ 50 kg la 100 m, iar cuprul nu este nici el un

material ieftin. În cazul în care ar fi să proiectăm un astfel de sistem de putere, cea mai bună strategie ar fi să căutăm soluții pentru minimizarea acestor tipuri de costuri.

Creșterea tensiunii de alimentare



O soluție ar fi creșterea tensiunii sursei de alimentare folosind sarcini ce disipă aceeași cantitate de putere, 10 kW, pentru această tensiune mărită. Sarcinile ar trebui să aibă valori mai mari ale rezistențelor dacă

vrem să disipe aceeași putere la o tensiune mai mare. Avantajul constă în diminuarea curentului necesar, și prin urmare, folosirea unor conductori de dimensiuni mai mici, mai ușori și mai ieftini.

$$I = \frac{P}{E} = \frac{10 \text{ kW}}{240 \text{ V}} = 41,67 \text{ A (pentru fiecare rezistor de sarcină)}$$

$$I_{total} = I_{sarcină\#1} + I_{sarcină\#2} = 41,67 \text{ A} + 41,67 \text{ A} = 83,33 \text{ A}$$

$$P_{total} = 10 \text{ kW} + 10 \text{ kW} = 20 \text{ kW}$$

De data aceasta, curentul total este 83,33 A, jumătate față de valoarea precedentă. Putem utiliza conductori a căror greutate este jumătate din valoarea precedentă. Aceasta este o reducere considerabilă a costurilor sistemului, fără niciun efect negativ asupra performanțelor. Acesta este și motivul pentru care sistemele de distribuție sunt proiectate pentru transmiterea puterilor la tensiuni foarte înalte: pentru a profita de avantajul oferit de utilizarea conductorilor cu diametru mai mic, mai ușori și mai ieftini.

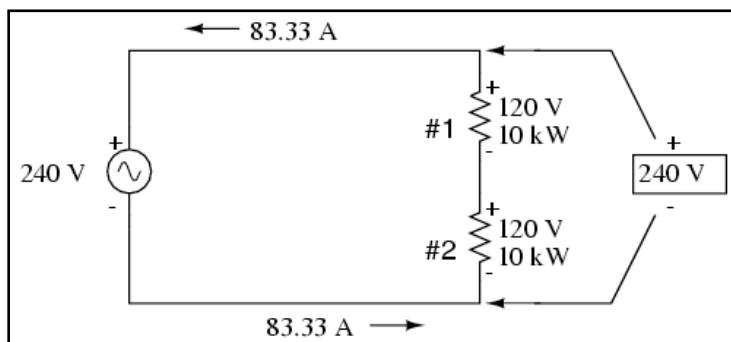
Liniile electrice de înaltă tensiune

Totuși, această soluție prezintă și dezavantaje. O altă problemă ce trebuie luată în considerare în cadrul circuitelor de putere, este pericolul electrocutărilor datorat tensiunilor înalte. Din nou, acesta nu este neapărat un subiect luat în considerare atunci când învățăm despre legile electricității, dar este o problemă reală în proiectarea sistemelor electrice, mai ales atunci când puterile sunt foarte mari. Deși am câștigat în eficiență prin ridicarea tensiunii sistemului, acest lucru duce pe de altă parte la mărirea pericolului electrocutării. Companiile de distribuție a curentului electric au rezolvat această problemă prin instalarea liniilor de putere pe stâlpi de „înaltă tensiune” și izolarea lor față de conductori prin dielectrici confecționați din porțelan.

Utilizarea energiei electrice

Dar această tensiune ridicată nu poate fi păstrată la aceleași valori atunci când ajunge la consumatori, evident, din motive de siguranță. Sistemele de putere din Europa folosesc această tensiune mai înaltă, de 240 V, riscul crescut de electrocutare al utilizatorilor fiind compensat de eficiența mărită a unui astfel de sistem. În America de Nord, tensiune de alimentare este jumătate, și anume 120 V, scăderea eficienței în acest caz fiind compensată de creșterea siguranței utilizatorilor.

Alimentarea sarcinilor în serie cu o tensiune mai înaltă



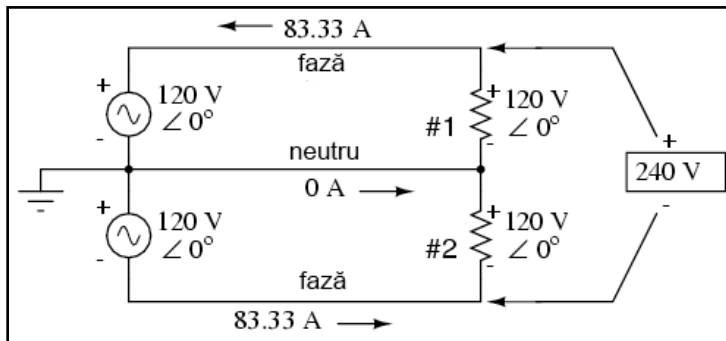
O soluție alternativă ar fi utilizarea unei surse de tensiune mai înaltă pentru alimentarea celor două sarcini în serie, căderea de tensiune pe fiecare sarcină fiind astfel jumătate din tensiunea de alimentare. Această soluție combină eficiența unui sistem de tensiune înaltă cu siguranța oferită de un sistem de tensiune joasă.

Putem observa pe desen și polaritățile („+” și „-”) pentru fiecare tensiune, precum și direcția curentului prin circuit. Chiar dacă este un circuit alternativ, vom utiliza aceste notații pentru a avea un sistem de referință pentru fazele tensiunilor și a curenților, sistem ce se va dovedi folositor în capitolele următoare.

Curentul pe fiecare sarcină este același ca și în cazul circuitului alimentat de la 120 V, dar aceștia nu se însumează, deoarece sunt în serie, nu în paralel. Căderea de tensiune pe fiecare sarcină este de doar 120 V, nu 240 V, așadar nivelul de siguranță a crescut. Diferența de potențial între cei doi conductori ai sistemului de alimentare este tot de 240 V, dar fiecare sarcină este alimentată la o tensiune mult mai mică. În cazul apariției electrocutării, este foarte probabil ca persoana în cauză să intre în contact cu sarcina, sau conductorii acesteia, și nu cu firele de 240 V.

Surse de tensiune duale cu fir neutru

Există însă un dezavantaj al acestui tip de circuit: în cazul defectării uneia dintre sarcinii, dacă aceasta este închisă sau scoasă din circuit, vom avea practic un circuit deschis, curentul scăzând la zero și întreaga cădere de tensiune se va regăsi pe această sarcină „defectă”.



Din acest motiv, trebuie să modificăm puțin circuitul.

În locul unei singure surse de tensiune de 240 V, folosim două surse de 120 V, conectate în serie și în fază una cu cealaltă, pentru producerea unei tensiuni de 240 V, și utilizăm un conductor suplimentar conectat între cele două sarcini și cele două surse, pentru a prelua curentul în cazul deschiderii uneia dintre sarcini. Dacă suntem atenți, observăm că firul neutru trebuie să conducă doar diferența de curent dintre cele două sarcini. În cazul de mai sus, când sarcinile sunt echilibrate (egale), puterea consumată de acestea este egală, astfel că neutrul nu conduce curent.

Calculule parametrilor circuitului, în acest caz, arată astfel:

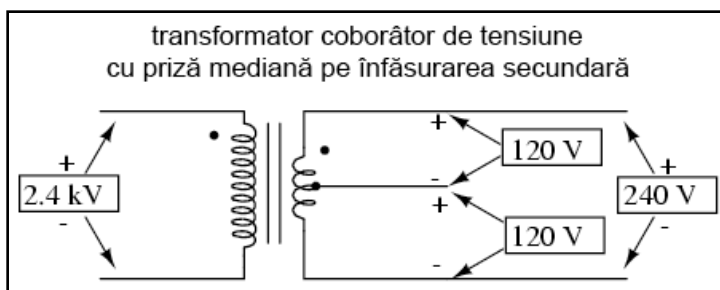
$$E_{total} = 120 \text{ V} \angle 0^\circ + 120 \text{ V} \angle 0^\circ = 240 \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$I = \frac{P}{E} = \frac{10 \text{ kW}}{120 \text{ V}} = 83,33 \text{ A (pentru fiecare sarcină în parte)}$$

$$P_{total} = 10 \text{ kW} + 10 \text{ kW} = 20 \text{ kW}$$

Neutrul este conectat la împământare, fiind o practică des întâlnită în proiectarea sistemelor de putere cu fir neutru. Această împământare asigură o diferență de potențial cât mai mică, în fiecare clipă, între fază și pământ.

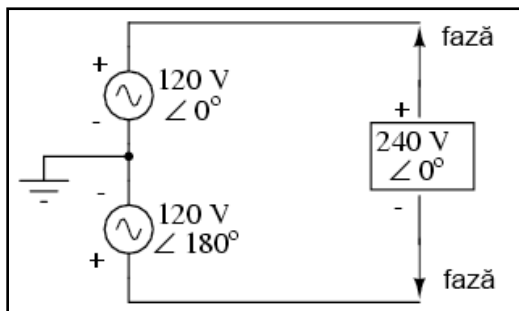
Utilizarea transformatoarelor cu priză mediană



O componentă importantă a unui astfel de sistem o reprezintă sursele de tensiune duale în curent alternativ. Din fericire, construcția unui astfel de sistem nu este dificilă. Din moment ce majoritatea sistemelor de curent alternativ sunt alimentate de un transformator coborât de tensiune, acel

transformator poate fi construit cu o priză mediană pe înfășurarea secundară.

Notarea polarităților („+” și „-”) devine în acest moment importantă. Aceasta este folosită ca și sistem de referință al fazelor în circuitele de curent alternativ cu surse de alimentare multiple.



Cele două surse de mai sus, conectate în serie, pot fi la fel de bine reprezentate folosind notația polară: conectate în anti-serie și defazaj de 180° între ele. Cele două moduri de reprezentare sunt echivalente.

<i>Polar</i>	<i>Rectangular</i>
$120 \angle 0^\circ$	$120 + j0 \text{ V}$
$- 120 \angle 180^\circ$	$- (-120 + j0) \text{ V}$
$240 \angle 0^\circ$	$240 + j0 \text{ V}$

Căderea de tensiune între cele două faze poate fi calculată conform figurii alăturate.

Dacă marcăm conexiunea comună a celor două surse (firul neutru) cu aceeași polaritate (-), atunci va trebui să exprimăm diferența de fază a celor două ca fiind 180° . În caz contrar, am avea două surse de tensiune acționând în direcții opuse, ceea ce ar duce la o diferență de 0 V între cele două faze.

Observație

În general, un astfel de sistem de alimentare este denumit monofazat, datorită faptului că ambele forme de undă sunt în fază. De asemenea, toate circuitele electrice studiate până în acest moment au fost monofazate.

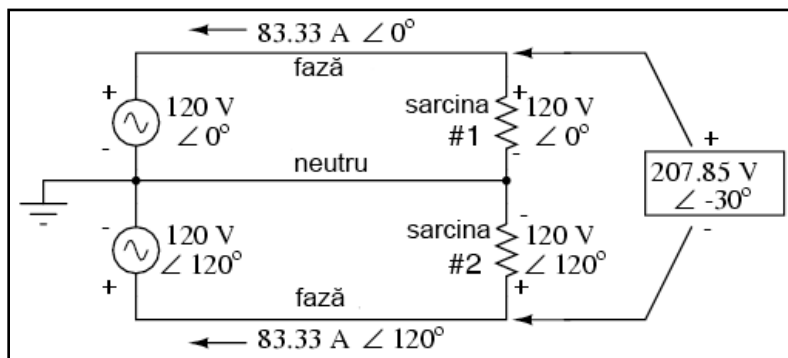
2. Sisteme de alimentare trifazate

- Un sistem de alimentare monofazat constă dintr-o singură sursă alimentare (un singur tip de formă de undă)
- Un sistem de alimentare polifazat utilizează mai multe surse de tensiune defazate între ele (mai multe forme de undă existente). Un sistem polifazat poate transmite o putere electrică mai mare folosind conductori de secțiuni mai mici
- Defazajul tensiunilor necesar pentru utilizarea unui sistem polifazat este creat cu ajutorul generatoarelor polifazate ce utilizează seturi multiple de înfășurări

Scop

Folosind modul „straniu” de însumare a vectorilor și a numerelor complexe atunci când tensiunile alternative sunt defazate între ele, putem construi sisteme de putere cu o eficiență crescută și risc scăzut de electrocutare.

Surse de alimentare dual defazate cu 120°



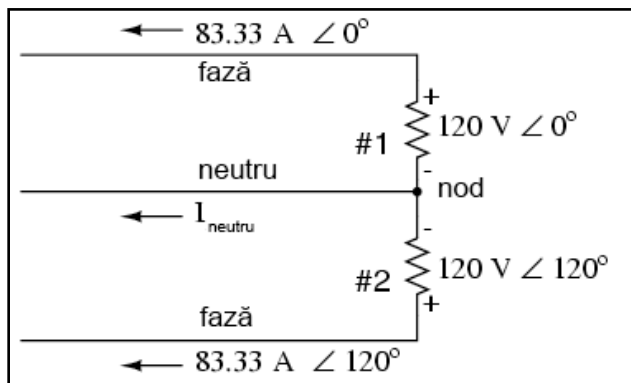
Să presupunem că avem două surse de curent alternativ conectate în serie, la fel ca în secțiunea precedentă, cu diferența că fiecare sursă este defazată cu 120° față de cealaltă.

Din moment ce fiecare sursă de tensiune are 120 V, și fiecare rezistor este conectat direct în paralel cu sursa respectivă, căderea de tensiune pe fiecare sarcină trebuie să fie de asemenea de 120 V. Curenții prin sarcină fiind 83,33 A, acestea vor disipa tot 10 kW de putere. Totuși, tensiunea dintre cele două faze nu mai este 240 V ca în cazul precedent, deoarece diferența de fază între cele două tensiuni este de 120°, nu 180° (sau 0°).

$$E_{total} = 120 \text{ V} \angle 0^\circ - 120 \text{ V} \angle 120^\circ = 207,85 \text{ V} \angle -30^\circ$$

Putem spune că tensiunea nominală dintre cele două fază este de 208 V, iar notația sistemului este 120/208.

Curentul prin conductorul neutru



Dacă acum calculăm și curentul prin neutru, folosind legea lui Kirchhoff pentru curent, vom vedea că acesta nu este zero, chiar și în cazul sarcinilor echilibrate (egale între ele).

$$-I_{sarcină\#1} - I_{sarcină\#2} - I_{neutru} = 0$$

$$I_{neutru} = -I_{sarcină\#1} - I_{sarcină\#2}$$

$$I_{neutru} = -83,33 \text{ A} \angle 0^\circ - -83,33 \text{ A} \angle 120^\circ = 83,33 \text{ A} \angle 240^\circ \text{ sau}$$

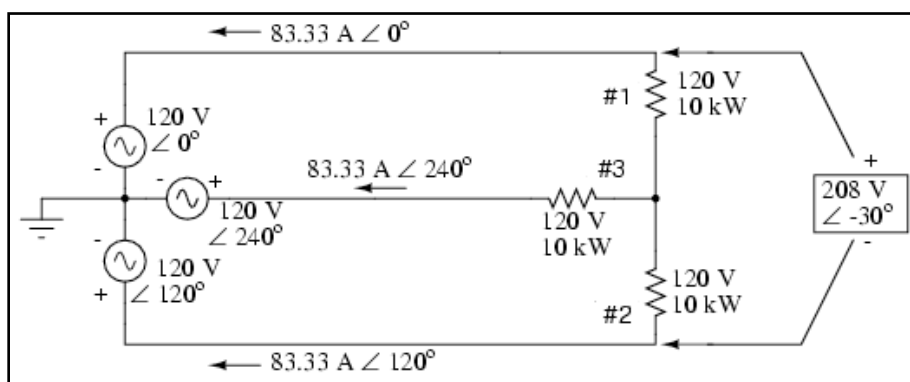
$$I_{neutru} = 83,33 \text{ A} \angle -120^\circ$$

Prin urmare, firul neutru conduce același curent ca și celelalte fire, și anume, 83,33 A

Avantajele sistemului considerat

Și în acest caz, puterea totală furnizată în sistem este de 20 kW, iar fiecare fază conduce tot 83,33 A, prin urmare n-am reușit o reducere a costurilor prin utilizarea unor conductori cu diametru mai mic. Totuși, siguranța sistemului este mai mare în acest caz, deoarece căderea de tensiune între cele două faze este mai mică cu 32 V față de cazul precedent (208 V în loc de 240 V).

Utilizarea neutrului pe post de fază



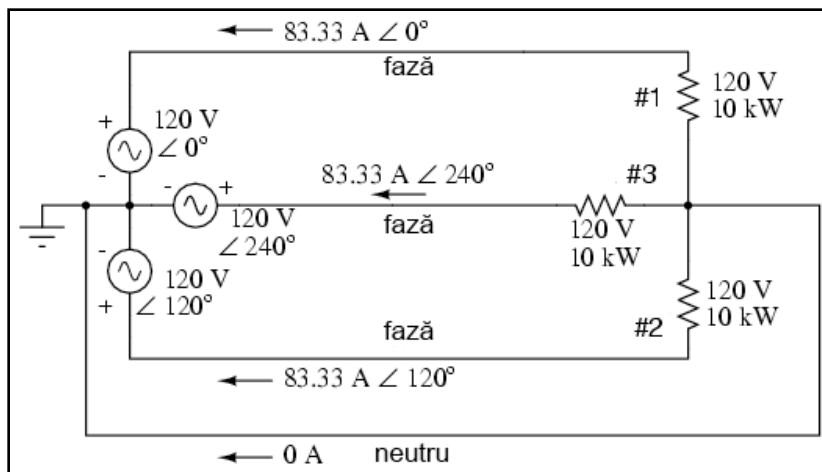
Putem profita de faptul că neutrul conduce un curent de 83,33 A: din moment ce oricum conduce curent, de ce să nu folosim acest al treilea fir pe post de fază, conectând o altă sarcină în serie cu o sursă de 120 V, defazată cu 240° față de tensiunea de referință? În acest fel, putem

transmite mai multă putere (10 kW în plus), fără a fi nevoie de adăugarea unor conductori suplimentari.

O analiză matematică completă a tuturor curenților și tensiunilor din circuit ar necesita utilizarea unei teoreme de rețea, cea mai ușoară fiind teorema superpoziției. Căderea de tensiune pe fiecare sarcină este de 120 V, iar căderea de tensiune între oricare două faze este de aproximativ 208 V. Curenții prin conductori sunt egali între ei, și anume 83,33 A. La aceste valori, fiecare sarcină va disipa o putere de 10 kW.

Putem observa că acest circuit nu are un conductor neutru pentru asigurarea unei tensiuni stabile în cazul în care una dintre sarcini este (accidental) deconectată (sistem dezechilibrat), situația fiind similară cu cea întâlnită în secțiunea precedentă.

Adăugarea unui nou conductor neutru în circuit



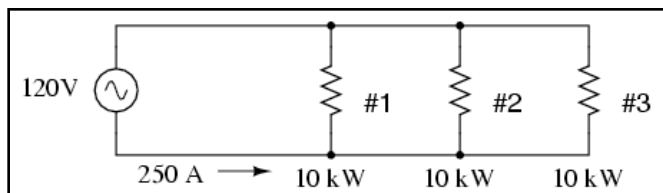
Pentru asigurarea stabilității tensiunii la bornele sarcinilor în cazul deschiderii accidentale a circuitului, avem nevoie de un noi conductor neutru conectat între nodul sursei și nodul sarcinii.

Atâta timp cât sistemul este echilibrat (rezistențe egale, curenți egali), conductorul neutru nu va conduce niciun curent. Acesta este folosit însă pentru cazurile în care una dintre sarcini este înlăturată din circuit (defect, oprire, etc.).

Observație

Circuitul analizat mai sus, folosind trei surse de alimentare, poartă numele de circuit polifazat, mai exact, este un circuit trifazat (trei surse de alimentare), folosit în sistemele de distribuție a energiei electrice.

Avantajele unui sistem de alimentare trifazat



Să analizăm unele dintre avantajele unui astfel de circuit trifazat față de un circuit monofazat de putere echivalentă. Un sistem monofazat (o singură sursă de alimentare, sau mai multe surse, dar în fază) cu trei

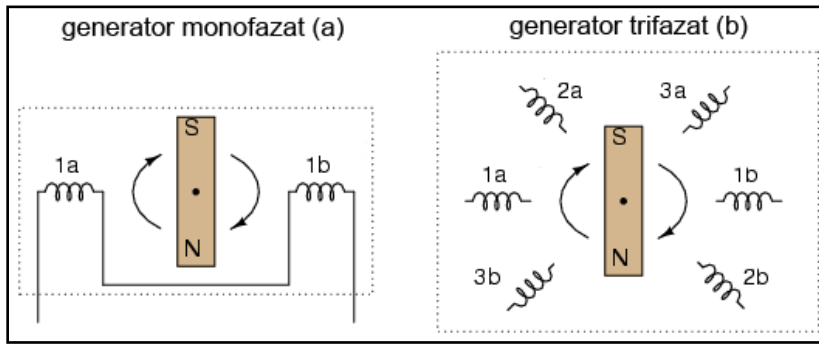
sarcini conectate în paralel ar produce un curent total foarte mare ($3 \cdot 83,33 \text{ A}$, sau 250 A).

Acest lucru ar necesita conductori cu secțiune foarte mare, cu o greutate de aproximativ optzeci de kilograme la o sută de metri. Dacă distanța dintre sursă și sarcină ar depăși cu puțin un kilometru, am avea nevoie de aproximativ o tonă de cupru pentru realizarea acestui circuit!

Folosind în schimb un sistem trifazat, costurile cu conductorii se reduc considerabil, și în plus, crește și siguranța la electrocutare a sistemului (208 V față de 240 V).

Mai rămâne însă o singură întrebare: cum putem obține trei surse de curent alternativ defazate cu exact 120° între ele? Evident, nu putem folosi transformatoare cu prize pe înfășurarea secundară, pentru că am obține forme de undă ale tensiunii fie în fază, fie defazate cu 180° între ele. Am putea folosi condensatoare și bobine pentru a crea un defazaj de 120° , dar atunci, aceste defazaje ar depinde și de unghiurile de fază ale sarcinilor, în cazul în care în loc de sarcină rezistivă avem o sarcină capacitivă sau inductivă.

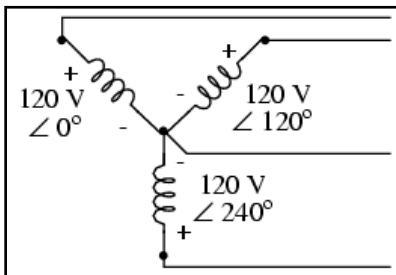
Generatoare trifazate



jurul circumferinței generatorului.

Împreună, cele șase înfășurări ale generatorului trifazat sunt conectate astfel încât să formeze trei perechi de înfășurări (1a cu 1b, 2a cu 2b, 3a cu 3b), fiecare pereche producând o tensiune alternativă defazată cu 120° față de oricare dintre celelalte două perechi/tensiuni. Conexiunile fizice existente pentru fiecare pereche de înfășurări au fost omise pentru simplitate. Acestea se pot vedea însă în cazul generatorului monofazat.

Configurația stea (Y)



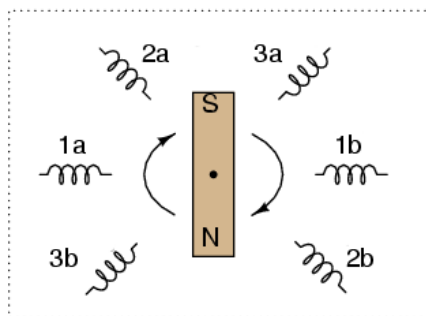
În circuitul considerat, cele trei surse de alimentare au fost conectate în configurație stea, sau „Y”, fiecare sursă având o parte conectată la punctul comun (conductorul neutru). Descrierea unei astfel de circuit se face conform figurii alăturate.

Aceasta însă nu este singura schema de conectare posibilă, după cum vom vedea în următorul capitol.

3. Secvența fazelor

- Secvența fazelor este ordinea formelor de undă, defazate între ele, a unui sistem polifazat de curent alternativ. Pentru un sistem trifazat, sunt posibile doar două secvențe, 1-2-3 sau 3-2-1, secvențe ce corespund direcției de rotație a generatorului de tensiune
- Secvența fazelor nu are niciun efect asupra sarcinilor rezistive, dar are efect asupra sarcinilor reactive dezechilibrate, cum este cazul detectorului de secvență
- Secvența fazelor poate fi inversată prin inversarea oricăror două faze ale sistemului trifazat între ele, fără efect asupra direcției de rotație a generatorului

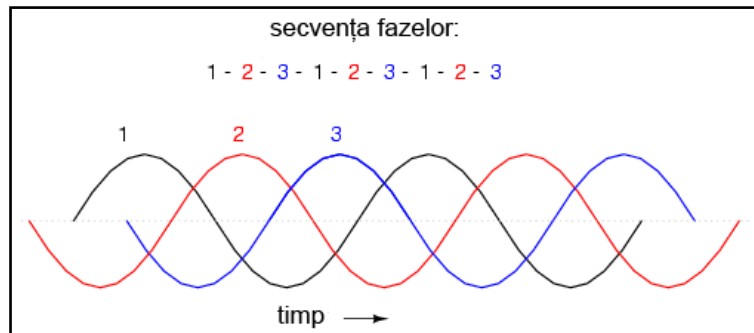
Generatorul electric trifazat



Să considerăm din nou generatorul trifazat de curent alternativ din cazul precedent și să analizăm rotația magneților și efectele acesteia.

Unghiul de fază de 120° dintre cele trei tensiuni se datorează poziționării celor trei seturi de înfășurări la un unghi de 120° între ele. Dacă rotația magnetului se realizează în sensul acelor de ceasornic, înfășurarea 3 va genera tensiunea instantanee maximă după o rotație de exact 120° a înfășurării 2, a cărei tensiune instantanee va atinge pragul maxim la exact 120° după înfășurarea 1. Modul de poziționare al înfășurărilor va decide valoarea defazajului dintre formele de undă generate. Dacă luăm înfășurarea 1 ca și înfășurare de referință (0°), atunci înfășurarea doi va avea un defazaj de -120° (120° în urmă, sau 240° înainte), iar înfășurarea 3 un unghi de -240° (240° în urmă, sau 120° înainte).

Secvența fazelor



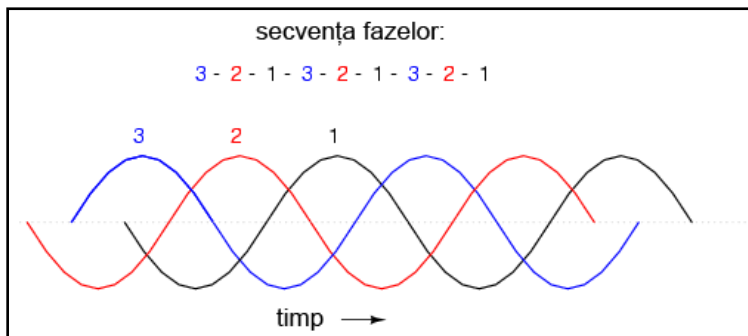
Ordinea secvențelor formelor de undă într-un sistem polifazat se numește secvența fazelor.

Secvența fazelor are o ordine bine stabilită.

Pentru rotația în sensul acelor de ceasornic, ordinea este 1-2-3. Această ordine se repetă atâta timp cât generatorul își continuă rotația (1-2-3-1-2-3-etc.).

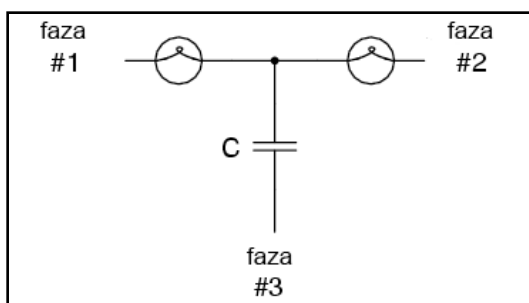
Inversarea sensului de rotație al generatorului

Dacă inversăm sensul de rotație al generatorului, în sensul invers acelor de ceasornic, sau sensul trigonometric, magnetul va trece pe lângă perechile de poli în secvență inversă. În loc de 1-2-3, vom avea 3-2-1. Forma de undă celei de a doua înfășurări va fi defazată înaintea primei cu 120° iar a treia înaintea celei de a doua cu 120° .

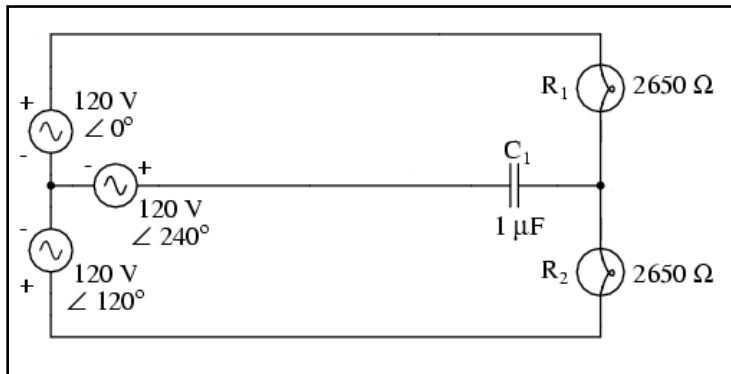


ampermetrele nu pot măsura această secvență, avem nevoie de un alt tip de instrument pentru această sarcină.

Detectarea secvenței fazelor într-un circuit trifazat



Un circuit ingenios pentru această aplicație, utilizează un condensator pentru introducerea unui defazaj între tensiune și curent, ce sunt mai apoi folosite pentru detectarea secvenței prin comparația dintre intensitatea luminoasă a două lămpi.



Cele două lămpi au aceeași valoare a rezistenței. Condensatorul este ales astfel încât valoarea reactanței la frecvența sistemului să fie egală cu rezistența unei lămpi. Dacă ar fi să înlocuim condensatorul cu un rezistor de o valoare egală cu cea a rezistenței lămpii, intensitatea luminoasă a celor două lămpi ar fi egală, circuitul fiind echilibrat.

Totuși, condensatorul introduce un defazaj între tensiune și curent de 90° în faza #3. Acest defazaj, mai mare de 0° , dar mai mic de 120° , „strică” valorile curenților și ale tensiunilor celor două lămpi relativ la unghiul lor de fază față de faza 3.

Diferența de fază rezultată prin introducerea condensatorului în circuit duce la scăderea tensiunii din faza 1 la 48 V, și la creșterea tensiunii din faza 2 la 180 V. Acest lucru înseamnă că intensitatea luminoasă a celei de a doua lămpi va fi mult mai mare, lucru ce poate fi observat lesne cu ochiul liber. Dacă inversăm secvența fazelor (3-2-1), rezultatul este exact invers.

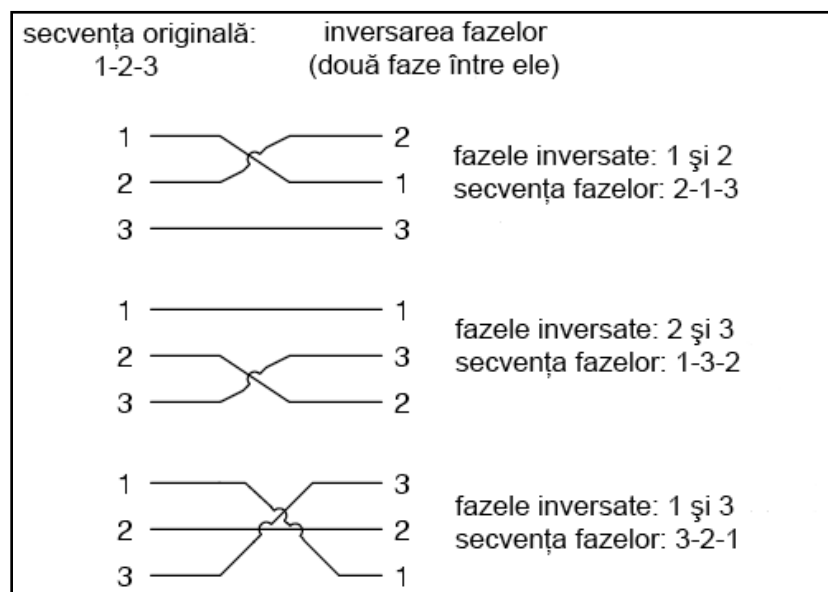
Inversarea secvenței fazelor

Am văzut că putem inversa secvența fazelor prin schimbarea sensului de rotație al generatorului. Totuși, această modificare de rotație nu se poate realiza de către consumator, atunci când tensiunea de alimentare din rețea provine de la un furnizor național de electricitate și nu de la propriile sale generatoare. Mult mai simplu, o inversare a secvenței fazelor se realizează prin inversarea oricăror două faze între ele.

Putem observa mai bine acest lucru, dacă ne uităm la o secvență mai lungă a fazelor unei surse trifazate:
secvență 1-2-3 : 1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3-1-2-3...

secvență 3-2-1 : 3-2-1-3-2-1-3-2-1-3-2-1-3-2-1...

Secvența 1-2-3 poate la fel de bine să fie notată prin 2-3-1 sau 3-1-2. Asemănător, secvența inversă, 3-2-1, o putem nota cu 2-1-3 sau 1-3-2.



Luând ca și secvență inițială combinația 3-2-1, putem încerca toate combinațiile posibile de inversare a oricăror două faze și să vedem secvența rezultată.

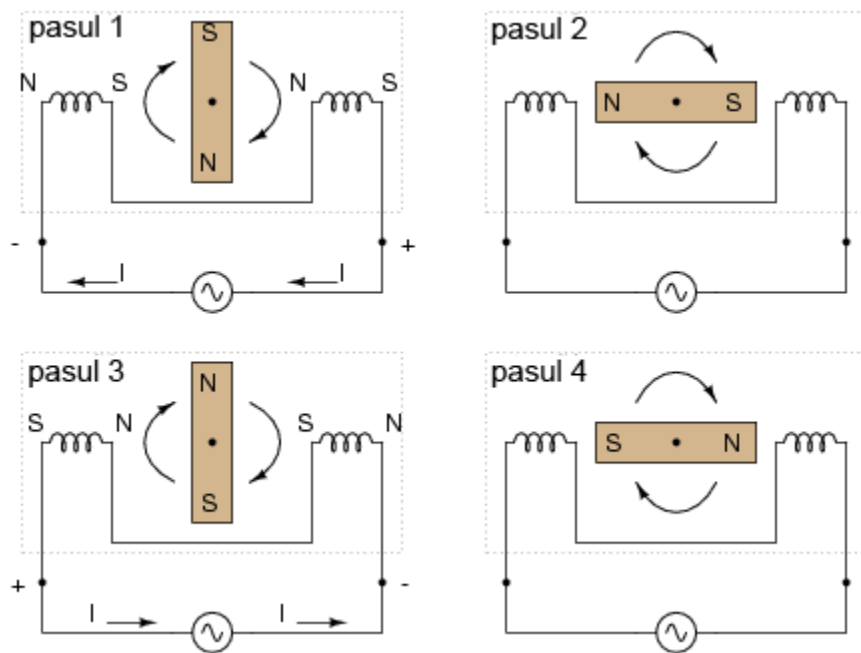
Indiferent de perechea fazelor alese pentru inversare, rezultatul este tot timpul o secvență inversată (1-2-3 devine 2-1-3, 1-3-2 sau 3-2-1, toate fiind echivalente).

4. Funcționarea motoarelor electrice

- Direcția de rotație a motoarelor de curent alternativ sincrone și de inducție este dată de câmpurile magnetice alternative produse de înfășurările staționare
- Motoarele de curent alternativ monofazate au nevoie de ajutor pentru pornirea lor într-o anumită direcție
- Prin introducerea unui defazaj mai mic de 180° între câmpurile magnetice ale unui motor de curent alternativ monofazat, se poate obține o direcție precisă a rotorului
- Motoarele de curent alternativ monofazate folosesc adesea o înfășurare auxiliară conectată în serie cu un condensator pentru crearea defazajului necesar
- Motoarele polifazate nu au nevoie de asemenea măsuri; direcția lor de rotație este fixată de secvența de rotație a tensiunilor de la care sunt alimentate

- Inversarea fazelor unui motor de curent alternativ polifazat între ele, va duce la inversare secvenței fazelor, și implicit la inversarea direcției de rotație a acestuia

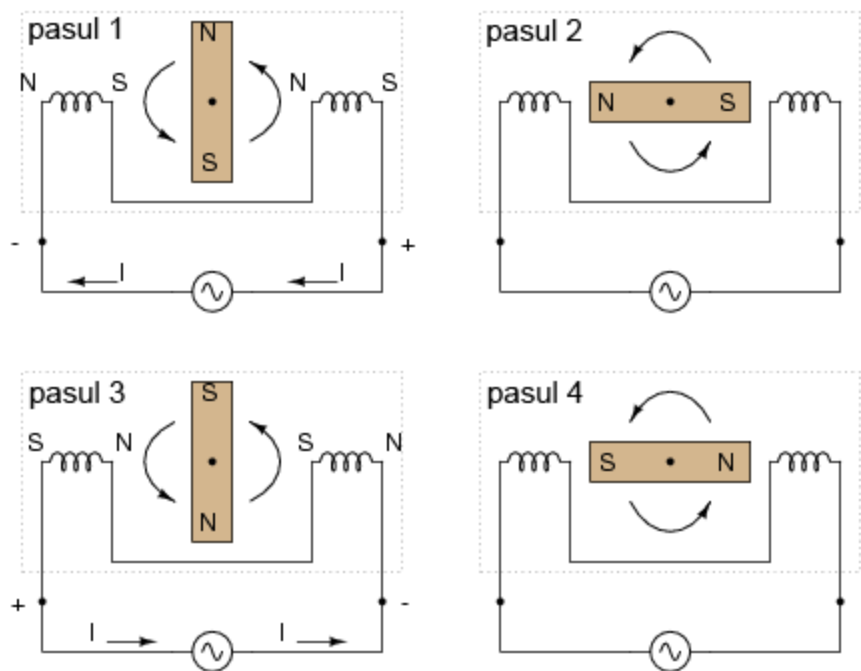
Motorul de curent alternativ monofazat



Probabil că cel mai mare avantaj al sistemelor de curent alternativ polifazate constă în proiectarea și operarea motoarelor de curent alternativ.

După cum se știe, unele tipuri de motoare sunt practic identice din punct de vedere constructiv cu generatoarele electrice, constând dintr-un set de înfășurări staționare și un set de magneți (electromagneți) rotitori.

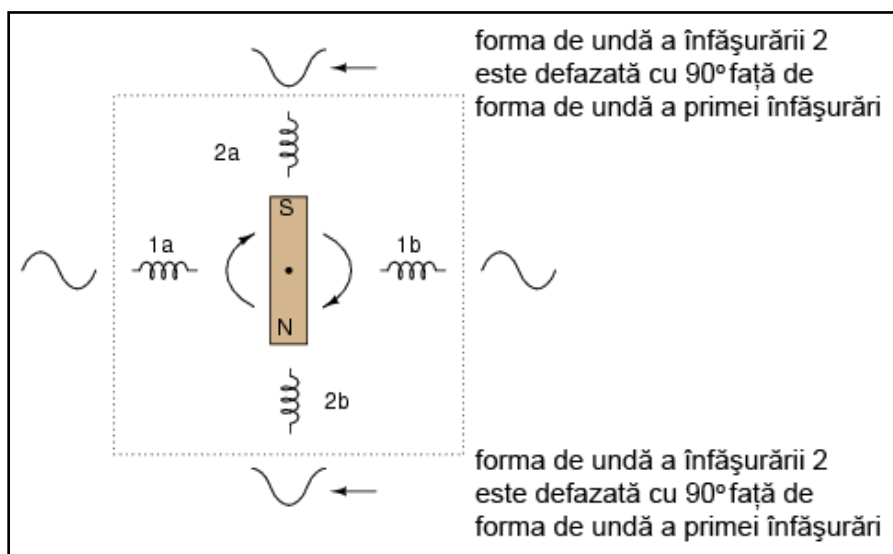
Să considerăm prima dată un motor de curent alternativ monofazat. Dacă magnetul rotitor va putea să țină pasul cu frecvența curentului alternativ prin înfășurări, acesta va fi „tras” într-o mișcare permanentă în sensul acelor de ceasornic.



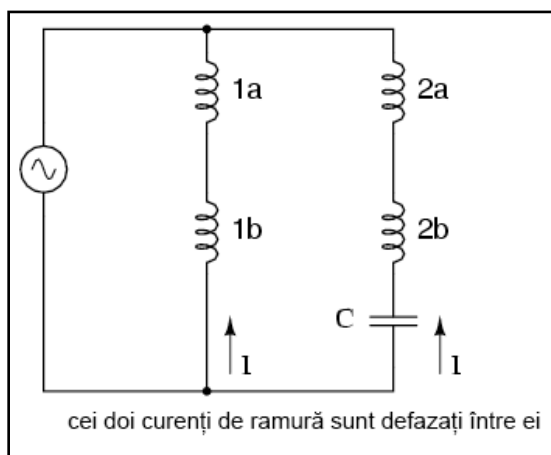
Totuși, aceasta nu este singura direcție posibilă. Ar putea la fel de bine să se rotească în sensul invers acelor de ceasornic (trigonometric), folosind exact aceeași formă de undă (vezi figura alăturată)

Folosind aceeași formă de undă, rotorul magnetic se poate învârti în oricare dintre direcții. Aceasta este o caracteristică comună a tuturor motoarelor monofazate de „inducție” și „sincrone”: nu posedă o direcție normală, sau „corectă” de rotație. O întrebare este binevenită în acest moment: cum putem porni motorul în direcția dorită, dacă acesta se poate roti la fel de bine în orice direcție? Adevărul este că aceste motoare au nevoie de puțin ajutor la pornire. Odată ajutate să pornească într-o anumită direcție, vor continua să se rotească în aceeași direcție, atâta timp când este menținută puterea electrică pe înfășurări.

Pornirea motorului de curent alternativ monofazat



În mod normal, acest ajutor vine din partea unor seturi adiționale de înfășurări poziționate diferit față de seturile de înfășurări principale, și alimentate cu un curent alternativ defazat față de curentul principal.



Aceste înfășurări suplimentare sunt de obicei conectate în serie cu un condensator pentru introducerea unui defazaj între curenții celor două seturi de înfășurări.

Acest defazaj crează un câmp magnetic al înfășurărilor 2a și 2b ce este defazat la rândul lui cu câmpul magnetic al înfășurărilor 1a și 1b. Rezultatul este un set de câmpuri magnetice cu o direcție de rotație precisă. Această secvență de rotație „trage” la rândul său magnetul într-o direcție precisă.

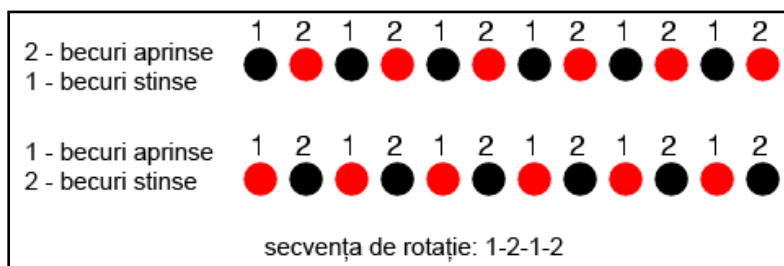
Pornirea motorului de curent alternativ polifazat

Motoarele de curent alternativ polifazate nu necesită astfel de mecanisme pentru pornirea lor într-o anumită direcție. Datorită faptului că formele de undă ale tensiunilor au deja o direcție bine stabilită (secvența fazelor), și

câmpurile magnetice generate de înfășurări vor avea o direcție precisă. De fapt, combinația tuturor seturilor de înfășurări, lucrând împreună, crează un câmp magnetic ce poartă numele de *câmp magnetic rotitor*. Acest concept l-a inspirat și pe Nikola Tesla să dezvolte primele sisteme electrice polifazate existente, pentru a realiza motoare mai simple și mai eficiente. Avantajele sistemelor polifazate față de cele monofazate nu au fost descoperite decât mai târziu.

Analogie pentru funcționarea motoarelor electrice

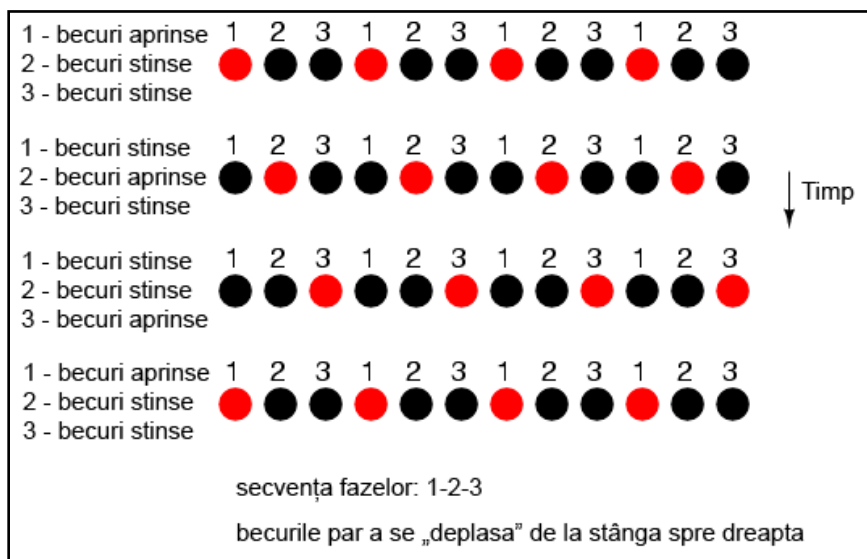
Dacă acest concept prezentat mai sus vă este încă confuz, putem folosi o analogie pentru explicarea lui mai pe înțeles. Să considerăm un set de becuțe alimentate intermitent (ce „clipesc”), precum cele folosite la decorațiile de crăciun. Unele seturi par să se „deplaseze” într-o anumită direcție pe măsură ce becurile se aprind și se sting într-o secvență bine stabilită. Altele doar se sting și se aprind fără nicio mișcare aparentă. Cum se realizează această diferență între diferitele seturi de becuri? Cu ajutorul diferențelor de fază!



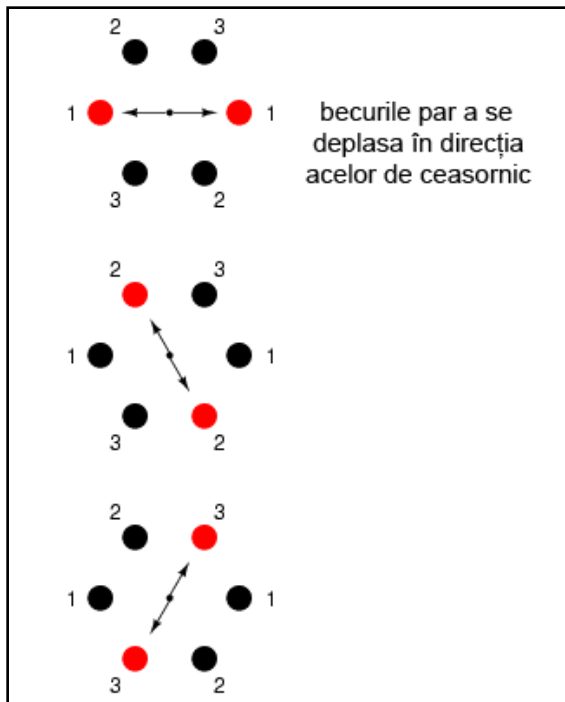
Când toate becurile „1” sunt aprinse, toate becurile „2” sunt stinse, și invers. Cu acest tip de secvență, nu există nicio „mișcare” vizibilă a luminii becurilor. Putem la fel de bine să urmărim o deplasare de la stânga la dreapta, la fel de bine cum putem considera aceeași

mișcare ca realizându-se de la dreapta la stânga.

Tehnic, secvențelor de aprindere-stingere ale celor două becuri sunt defazate cu 180° între ele (exact opus). Acest lucru este analog motorului de curent alternativ monofazat, ce poate funcționa la fel de bine în ambele direcții, dar care nu poate porni singur datorită faptului că variația câmpului său magnetic nu are o direcție precisă.



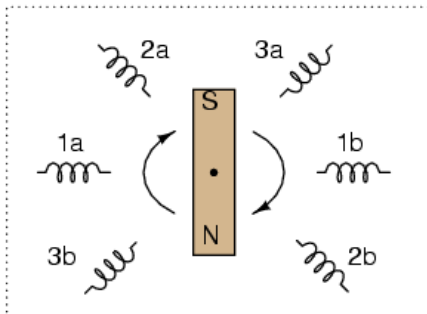
Să considerăm prin urmare un nou set de becuri, de această dată folosind trei becuri pentru secvență în loc de două, fiind și acestea defazate între ele.



Dacă secvența fazelor este 1-2-3, becurile par a se „deplasa” de la stânga la dreapta. Ne putem acum imagina același set de becuri, dar aranjate într-un cerc.

De data aceasta, becurile par a se deplasa în cerc, în direcția acelor de ceasornic, deoarece sunt aranjate circular și nu liniar, precum era cazul precedent. Desigur, aparența mișcării becurilor se inversează dacă inversăm secvența de rotație a lor.

Motorul de curent alternativ trifazat



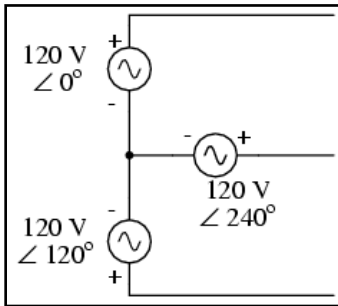
Mișcarea becurilor va fi fie în sensul acelor de ceasornic, fie în sens trigonometric, în funcție de secvența fazelor. Această situație este analoagă unui motor de curent alternativ trifazat cu trei seturi de înfășurări alimentate cu trei surse de tensiune de faze diferite.

5. Configurații stea și triunghi trifazate

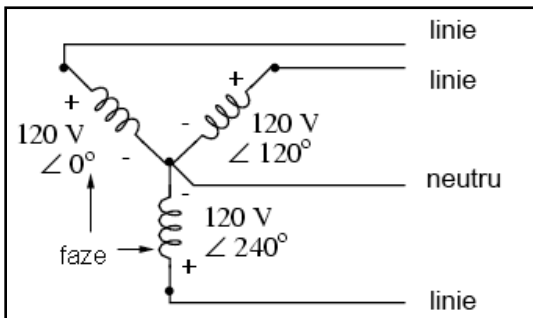
- Conductorii conectați în cele trei puncte ale unei surse sau sarcini trifazate, se numesc *linii*
- Cele trei componente ale sursei sau sarcinii unui sistem trifazat, poartă numele de *faze*
- Tensiunea de linie, este tensiunea măsurată între oricare două linii ale unui circuit trifazat
- Tensiunea de fază, este tensiunea măsurată la bornele unui singur component a sursei sau sarcinii unui sistem trifazat
- Curentul de linie este curentul prin oricare dintre liniile sursei sau sarcinii unui sistem trifazat
- Curentul de fază este curentul prin oricare dintre componentele sursei sau sarcinii unui sistem trifazat

- Fiabilitatea sistemelor în configurație triunghi este mult mai bună decât cea a sistemelor în configurație stea în caz de avarie. Totuși, sursele în configurație stea pot asigura aceeași putere pe sarcină cu un curent de linie mai mic față de conexiunea triunghi.

Configurația stea (Y)

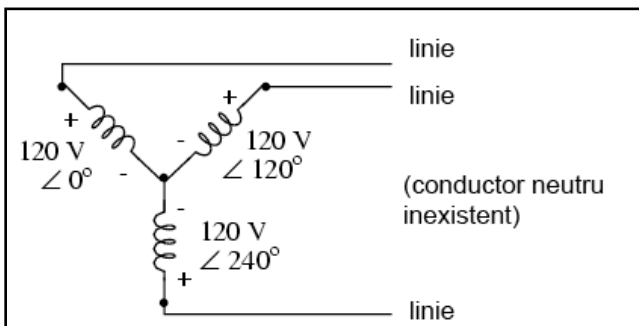


Acest tip de configurație este cel considerat până acum în secțiunile precedente. Aceasta se caracterizează prin existența unui punct comun tuturor surselor de tensiune.



Dacă redesenăm circuitul, folosind în loc de sursele de tensiune bobine, reprezentând înfășurările generatorului, și rearanjăm poziția acestora, configurația devine mai aparentă.

Linii și faze



Cei trei conductori ce pleacă de la sursele de alimentare (înfășurări) înspre sarcină, poartă numele de „linii”, iar înfășurările propriu-zise sunt denumite „faze”. Într-un sistem „Y” (stea), prezența conductorului neutru nu este obligatorie, deși ajută la evitarea problemelor de potențial în cazul în care una dintre sarcini este scoasă din funcțiune.

Tensiunea și curentul de linie și de fază

La măsurarea tensiunilor și curenților într-un sistem trifazat, trebuie să fim atenți ce și unde anume măsurăm. Tensiunea de linie se referă la valoarea tensiunii măsurată între oricare doi conductori, într-un sistem trifazat echilibrat. În circuitul de sus, tensiunea de linie este aproximativ 208 V. Tensiunea de fază se referă la tensiunea măsurată la bornele oricărui component (înfășurarea sursei sau impedanța) într-un circuit trifazat. Acolo unde există fir neutru, putem spune că tensiunea de fază se măsoară între linie și neutru. În circuitul de sus, tensiune

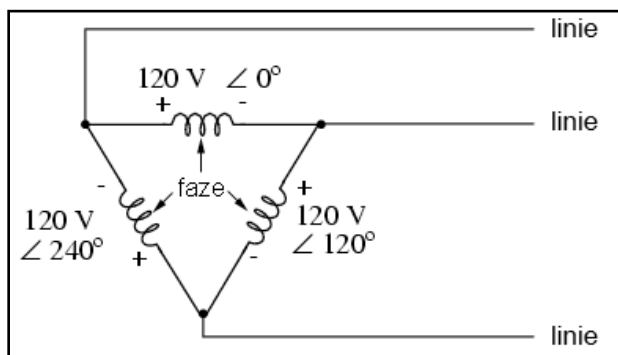
de fază este de 120 V. Ambii termeni, tensiunea/curentul de linie și tensiunea/curentul de fază au aceeași logică: primul se referă la tensiunea/curentul prin oricare dintre conductori (linie), iar celălalt la tensiunea/curentul prin oricare component.

Sursele și sarcinile dintr-o configurație în stea au tot timpul tensiunile de linie mai mari decât tensiunile de fază, **iar** curenții de linie egali cu cei de fază. Mai mult, dacă sursa sau sarcina este echilibrată, tensiunea de linie va fi egală cu produsul dintre tensiunea de fază și radical de ordin doi din trei:

$$E_{linie} = \sqrt{3}E_{fază}$$

$$I_{linie} = I_{fază}$$

Configurația triunghi (Δ)



Un alt tip de configurație pentru sistemele de alimentare trifazate este configurația triunghi, denumită și „delta”, după litera grecească Δ .

La o primă vedere, am putea presupune că sursele de tensiune astfel conectate, ar produce un scurt-circuit, din cauză că electronii sunt liberi să se deplaseze în jurul triunghiului neexistând o altă rezistență decât impedanța internă a înfășurărilor. Însă, datorită diferențelor de fază dintre cele trei surse, acest lucru nu se întâmplă.

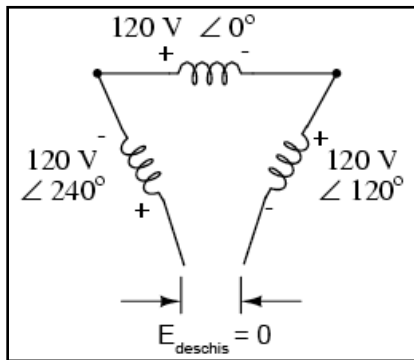
Aplicarea legii lui Kirchhoff pentru tensiune

Putem verifica acest lucru aplicând legea lui Kirchhoff pentru tensiune și să vedem dacă suma tensiunilor din interiorul buclei formate din laturile triunghiului este într-adevăr zero. Dacă suma este zero, atunci nu va exista nicio cădere de tensiune necesară pentru împingerea electronilor de-a lungul buclei, și prin urmare, nu va exista nici curent și nici posibilitatea apariției scurt-circuitului. Începând cu înfășurarea de sus și continuând în direcție trigonometrică, expresia legii lui Kirchhoff pentru tensiune arată astfel:

$$120 \text{ V} \angle 0^\circ + 120 \text{ V} \angle 240^\circ + 120 \text{ V} \angle 120^\circ = 0$$

Într-adevăr, suma acestor trei vectori este zero.

Deschiderea circuitului de alimentare



O altă metodă prin care putem demonstra că nu poate exista curent electric în jurul circuitului format de cele trei surse de alimentare (înfășurări), este să „deschidem” bucla la unul dintre noduri, și să calculăm diferența de potențial (tensiunea) dintre cele două ramuri.

Începând cu înfășurarea din dreapta și continuând în sens trigonometric, ecuația legii lui Kirchhoff pentru tensiune arată astfel:

$$120 \text{ V } \angle 0^\circ + 120 \text{ V } \angle 240^\circ + 120 \text{ V } \angle 120^\circ + E_{deschis} = 0$$

$$0 + E_{deschis} = 0$$

$$E_{deschis} = 0$$

Rezultatul obținut este într-adevăr zero, ceea ce înseamnă că nu va exista circulație de curent în bucla formată de triunghiul surselor de alimentare, atunci când circuitul este închis.

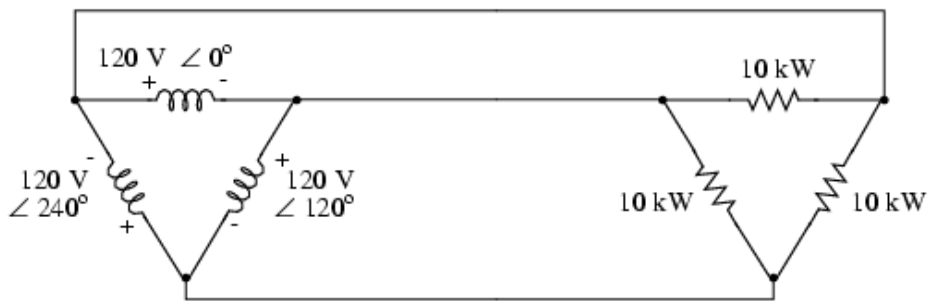
Tensiunea și curentul de linie și de fază

Datorită faptului că fiecare pereche de conductori, într-o configurație triunghi, este conectată direct la bornele unei singure înfășurări, tensiunea de linie va fi egală cu tensiunea de fază. De asemenea, datorită faptului că fiecare conductor are un punct comun cu două înfășurări, curentul de linie va fi suma vectorilor celor doi curenți de fază.

$$E_{linie} = E_{fază}$$

$$I_{linie} = \sqrt{3} I_{fază}$$

Exemplu



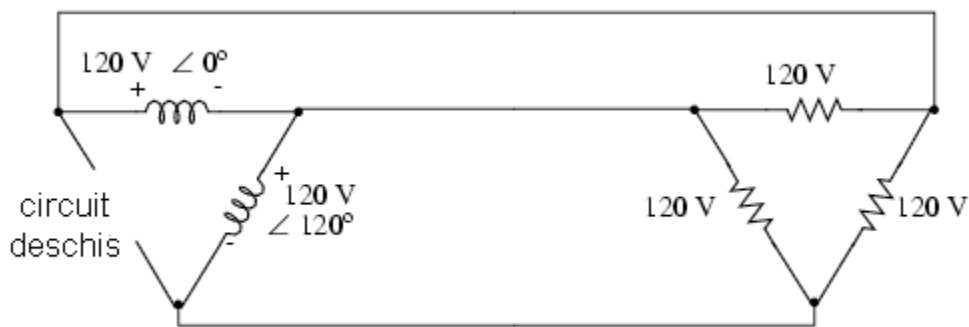
Să luăm un circuit ca și exemplu.
Căderea de tensiune pe fiecare rezistor va fi de 120 V, iar curentul fiecărei faze va fi de 83,33 A.

$$I = \frac{P}{E} = \frac{10 \text{ kW}}{120 \text{ V}} = 83,33 \text{ A}$$

$$I_{\text{linie}} = \sqrt{3} I_{\text{fază}} = \sqrt{3} \cdot 83,33 \text{ A} = 144,34 \text{ A}$$

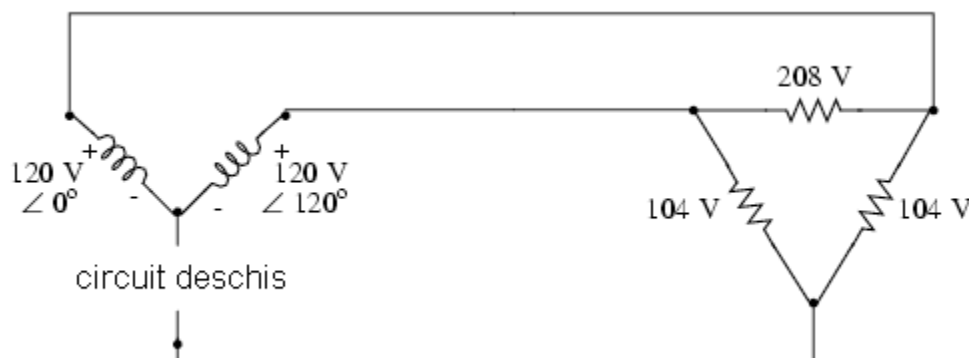
Comparație între sistemele trifazate stea și triunghi

Un avantaj al utilizării configurației triunghi, constă în lipsa firului neutru. În conexiunea stea, firul neutru este necesar pentru preluarea oricăror curenți în cazul în care sarcina este dezechilibrată. Acest lucru nu este însă necesar (nici măcar posibil!) într-o configurație triunghi. Fiecare element fiind conectat direct la bornele sursei respective, tensiunea din circuit va fi aceeași indiferent de comportamentul individual al sarcinilor.

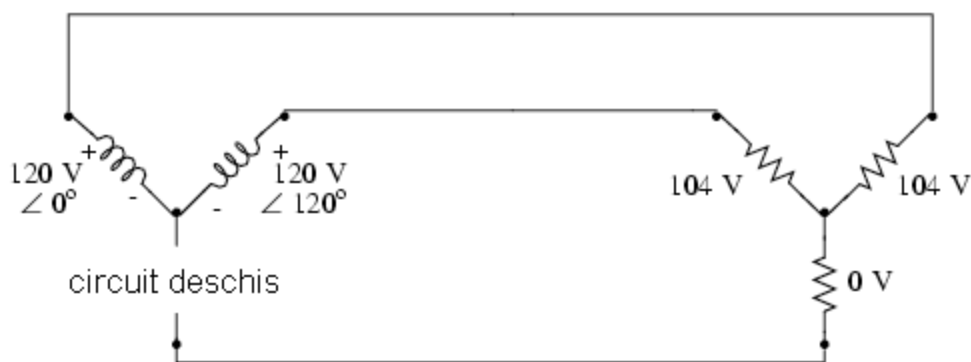


curentul!

Singura consecință al unui defect într-una dintre înfășurări, pentru un sistem în configurație triunghi, este creșterea curentului de fază pentru înfășurările rămase.



Să comparăm acest comportament cu cel al unui sistem în configurație stea, dar cu aceeași configurație sa sarcinii (triunghi).



Cu o sarcină în configurație triunghi (Δ), căderea de tensiune pe două dintre sarcini scade la jumătate (104 V), iar una dintre sarcini rămâne la tensiunea originală, 208 V. O sarcină în configurație Y, suferă și

mai mult de pe urma aceluiași defect al înfășurării.

În acest caz, numărul sarcinilor ce suferă o reducere a tensiunii se ridică la două, iar căderea de tensiunea pe cea de a treia sarcină este zero! Din această cauză, sursele de tensiune în configurație triunghi (Δ) sunt preferate pentru fiabilitatea lor. Totuși, dacă este necesară o tensiune duală (120/208), sau curenți de linie mai mici, sunt preferate sistemele în conexiune stea (Y).

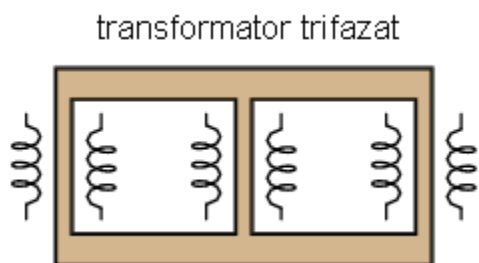
6. Transformatorul trifazat

- Un transformator trifazat este compus din câte trei seturi de înfășurări primare și secundare, ce împart același miez feromagnetic

Scop

Din moment ce sistemele trifazate sunt folosite atât de des în sistemele de distribuție a energiei electrice, este necesară folosirea transformatoarelor trifazate pentru ridicarea sau coborârea tensiunilor. Este adevărat că se pot folosi individual transformatoare monofazate, câte unul pe fiecare fază și în diverse combinații, pentru realizarea acestei sarcini. Dar, transformatoarele trifazate sunt construite special pentru acest scop, folosind mult mai puțin material, volum și greutate decât utilizarea modulară a transformatoarelor monofazate.

Structura unui transformator trifazat



Un transformator trifazat este compus din trei seturi de înfășurări primare și secundare, înfășurate pe același miez feromagnetic și având fiecare propria sa latură.

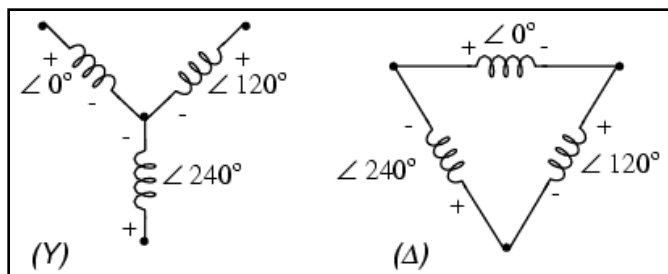
Configurația înfășurărilor

Aceste înfășurări primare și secundare pot fi conectate între ele în configurații stea sau configurații triunghi, astfel:

Primar	-	Secundar
Y	-	Y
Y	-	Δ
Δ	-	Y
Δ	-	Δ

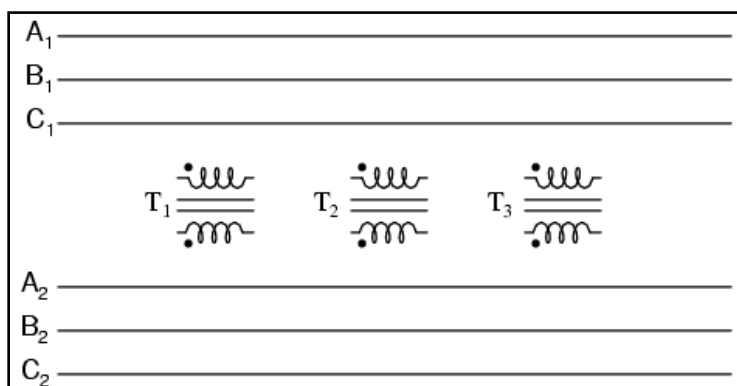
Motivul alegerii configurației Δ sau Y pentru conexiunile înfășurărilor transformatorului sunt aceleași ca și în cazul aplicațiilor trifazate: conexiunile Y oferă posibilitatea tensiunilor multiple, iar conexiunile Δ oferă un nivel mai ridicat de fiabilitate.

Cel mai important aspect al conectării celor trei seturi de înfășurări o reprezintă secvența fazelor înfășurărilor (punctele sunt folosite pentru desemnarea „polarității” înfășurărilor).



Putem vedea relațiile dintre fazele înfășurărilor Y și Δ : centrul înfășurării trebuie să fie ori „-” ori „+”, pentru toate cele trei înfășurări, iar polaritățile înfășurărilor trebuie să complementare, „+” și „-”:

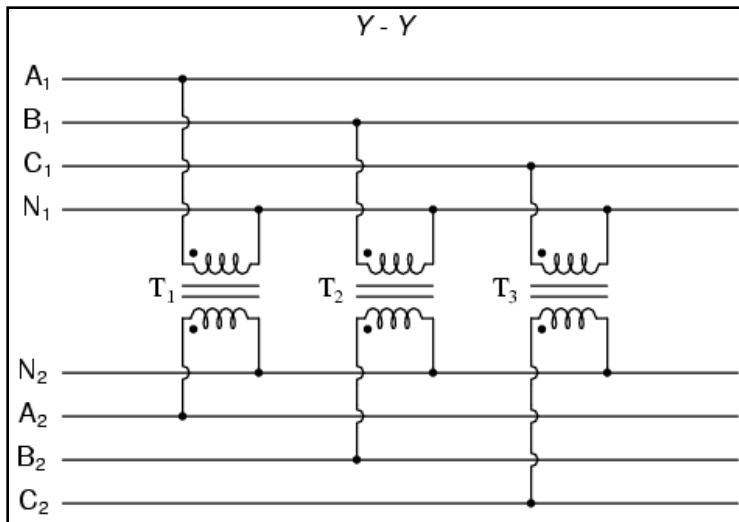
Secvența fazelor



Realizarea corectă a secvenței fazelor, atunci când înfășurările nu sunt prezentate sub forma configurațiilor stea sau triunghi, poate să fie destul de dificilă. Să ilustrăm acest lucru, pornind din figura alăturată.

Fiecare transformator monofazat reprezintă o înfășurare primară plus cea secundară, întreg ansamblul fiind echivalent din punct de vedere funcțional unui transformator trifazat. Cele trei transformatoare monofazate sunt vor fi conectate împreună pentru transformarea puterii dintr-un sistem trifazat în altul.

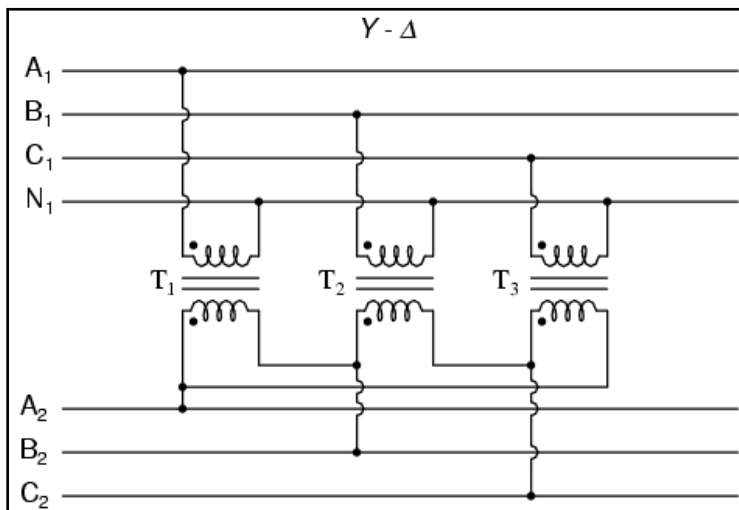
Configurația Y-Y (stea-stea)



Să considerăm conexiunea Y-Y.

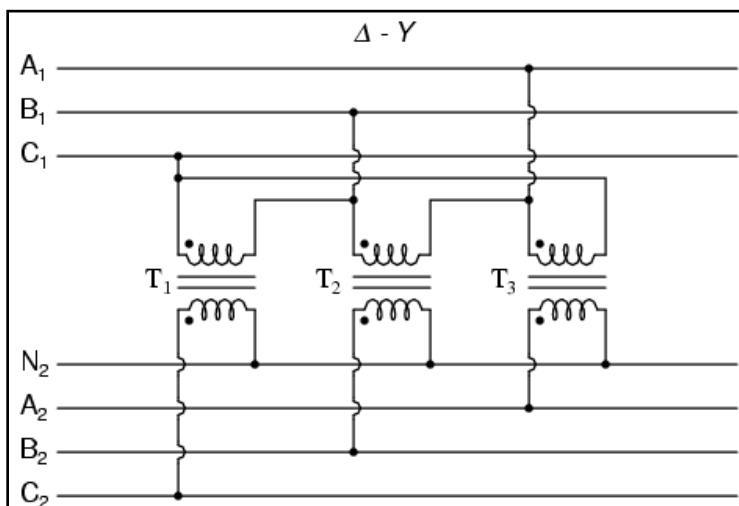
În cazul de față, toate înfășurările marcate cu punct sunt conectate la fazele lor respective, A, B, C, iar înfășurările fără punct sunt conectate împreună (la firul neutru, N) pentru a forma centrul fiecărei configurații stea. Dacă realizăm ambele înfășurări în configurație Y, putem folosi conductori de nul (N_1 și N_2) în fiecare sistem trifazat.

Configurația Y- Δ (stea-triunghi)



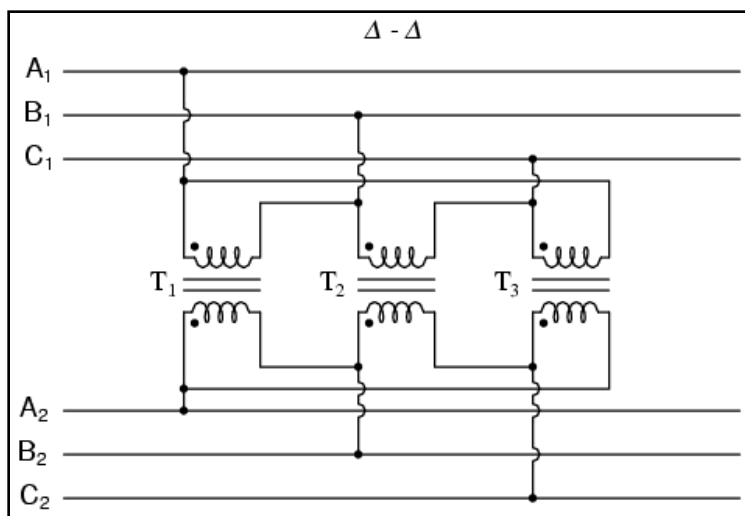
În acest caz, înfășurările secundare sunt conectate în lanț, înfășurarea punctată fiind conectată la următoarea înfășurare ne-punctată, formând o buclă Δ .

Configurația Δ -Y (triunghi-stea)



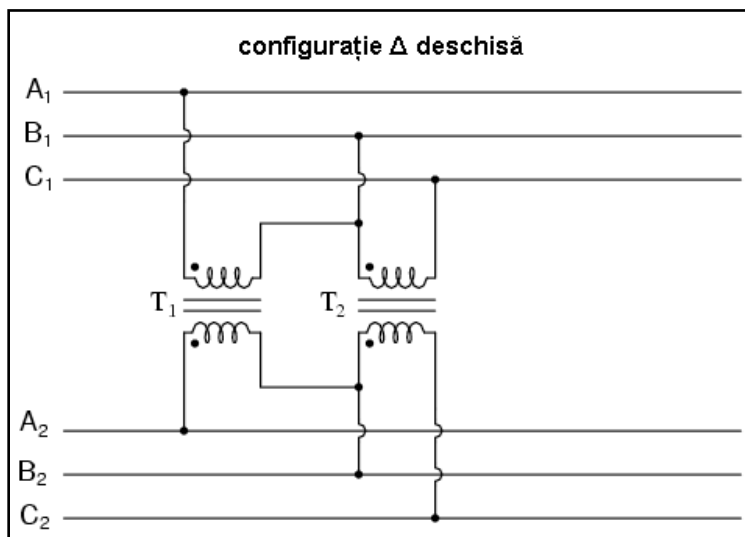
O asemenea configurație permite folosirea tensiunilor multiple, linie-linie, sau linie-neutru, în sistemul de putere secundar, folosind un sistem primar fără neutru.

Configurația Δ - Δ (triunghi-triunghi)



Atunci când nu avem nevoie de un conductor neutru în sistemul secundar, cele mai folosite configurații sunt cele triunghi-triunghi, datorită fiabilității lor crescute.

Configurația V (triunghi deschisă)



Considerând faptul că o configurație triunghi poate funcționa suficient de bine folosind doar două înfășurări, unele scheme de transformare trifazate utilizează doar două transformatoare, reprezentând o configurație triunghi-triunghi, dar fără una dintre înfășurările primare și secundare.

Această configurație mai este cunoscută și sub numele de „V” sau „triunghi deschisă”. Fiecare dintre cele două transformatoare va trebui să fie însă supradimensionat, pentru a putea face față aceleiași puteri precum o configurație standard cu trei transformatoare în configurație triunghi, dar de multe ori, avantajele de cost, mărime și greutate, fac ca această configurație să merite realizată. Totuși, în caz de avarie, sistemul nu poate funcționa la fel ca un sistem triunghi-triunghi în aceeași situație. Dacă unul din cele două transformatoare se defectează, tensiunile și curenții de sarcină vor avea cu siguranță de suferit.

11 - Factorul de putere

1. Puterea în circuitele rezistive și reactive

- Într-un circuit pur rezistiv, toată puterea se disipă pe rezistor, iar tensiunea și curentul sunt în fază
- Într-un circuit pur reactiv, nu există putere disipată pe sarcină, ci, puterea este absorbită și reintrodusă alternativ dinspre și înspre sursă. Curentul și tensiunea sunt defazate cu 90°
- Într-un circuit mixt, ce conține atât elemente rezistive cât și elemente reactive, puterea disipată de sarcină va fi mai mare decât puterea reintrodusă în circuit, dar totuși, o parte din putere se disipă iar o parte este absorbită și reintrodusă în circuit de către elementele reactive. Tensiunea și curentul sunt defazate cu un unghi între 0° - 90°

Circuit pur rezistiv

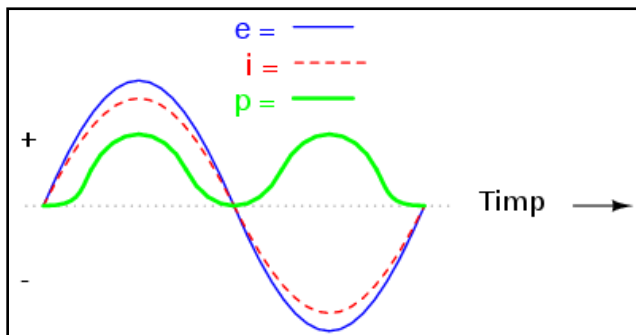


Să considerăm un circuit monofazat de curent alternativ, compus dintr-o sursă de tensiune de 120 V, la frecvența de 60 Hz, și o sarcină rezistivă.

$$Z_R = 60 + j0 \, \Omega \text{ sau } Z_R = 60 \, \Omega \angle 0^\circ$$

$$I + \frac{E}{Z} = \frac{120 \, \text{V}}{60 \, \Omega}$$

Curentul efectiv prin sarcină va fi de 2 A, iar puterea disipată de 240 W. Deoarece sarcina este pur rezistivă (fără reactanță), curentul este în fază cu tensiunea, iar calculele sunt asemănătoare unui circuit de curent continuu.



Formele de undă ale tensiunii, curentului și puterii, sunt cele din figura alăturată.

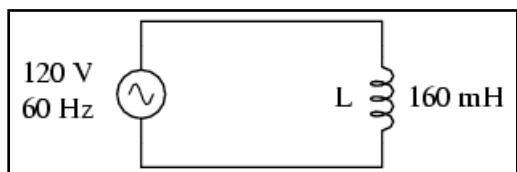
Puterea este tot timpul pozitivă în acest caz. Acest lucru înseamnă că puterea este tot timpul disipată de sarcina rezistivă și nu este reintrodusă în circuit, așa cum este cazul sarcinilor reactive.

De asemenea, frecvența formei de undă a puterii este dublul frecvenței tensiunii și a curentului. Această diferență de frecvență face imposibilă exprimarea puterii în circuitele de curent alternativ folosind aceeași notație

complexă, rectangulară sau polară, folosită în cazul tensiunii, curentului și a impedanței, deoarece această formă de exprimare matematică presupune o frecvență constantă pentru toate formele de undă implicate.

Cea mai bună metodă de calcul a puterii în circuitele de curent alternativ se realizează folosind notația scalară, iar relațiile de fază sunt evidențiate cu ajutorul trigonometriei.

Circuit pur inductiv

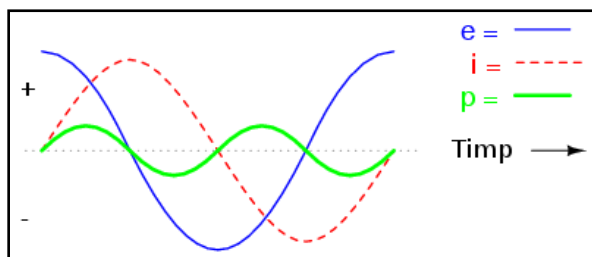


Ca și comparație, să considerăm un circuit simplu cu o sarcină reactivă.

$$X_L = 60,31 \, \Omega$$

$$Z_L = 0 + j60,31 \, \Omega \text{ sau } Z_L = 60,31 \, \Omega \angle 90^\circ$$

$$I = \frac{E}{Z} = \frac{120 \, \text{V}}{60,31 \, \Omega} = 1,98 \, \text{A}$$

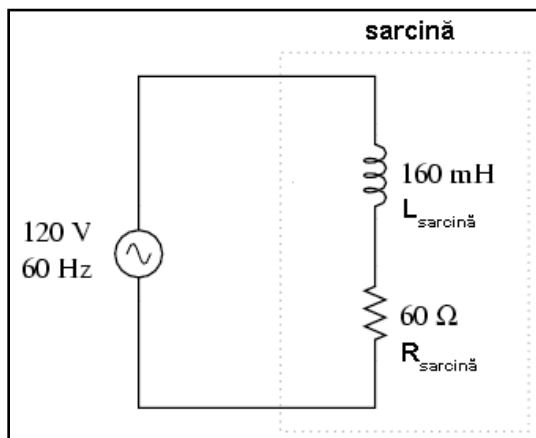


Putem observa defazajul dintre tensiune și curent, precum și forma de undă a puterii, din figura alăturată.

În acest caz, puterea variază alternativ între partea pozitivă și cea negativă. Acest lucru înseamnă că puterea este alternativ absorbită și eliberată din și în circuit. Dacă am considera sursa ca fiind un generator mecanic, practic, energia consumată

pentru acționarea arborelui ar fi zero, deoarece sarcina nu consumă deloc putere.

Circuit rezistiv-inductiv



Să considerăm acum un circuit cu sarcină rezistiv-inductivă.

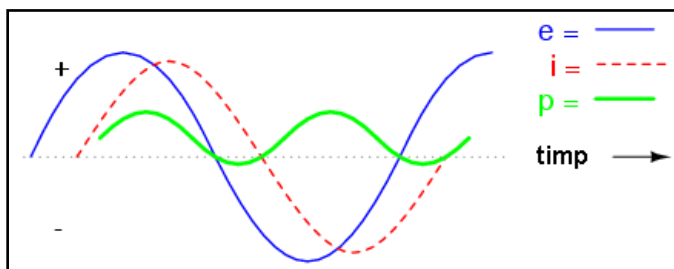
$$X_L = 60,31 \, \Omega$$

$$Z_L = 0 + j60,31 \text{ sau } Z_L = 60,31 \, \Omega \angle 90^\circ$$

$$Z_R = 60 + j0 \, \Omega \text{ sau } Z_R = 60 \, \Omega \angle 0^\circ$$

$$Z_{total} = 60 + j60,31 \, \Omega \text{ sau } Z_{total} = 85,07 \, \Omega \angle 45,15^\circ$$

Aceasta este valoarea efectivă a curentului (1,41 A) pe care ar arăta-o un ampermetru conectat în serie cu rezistorul și bobina.



Graficul formelor de undă arată în acest caz, este cel din figura alăturată.

Și în acest caz, puterea alternează între partea negativă și cea pozitivă, dar valoarea puterii „pozitive” este mai mare decât cea negativă. Cu alte cuvinte, o combinație serie rezistor-bobină va consuma mai multă putere

decât va introduce înapoi în circuit.

2. Puterea reală, reactivă și aparentă

- Puterea disipată de o sarcină, sub formă de rezistor, poartă numele de putere reală. Simbolul matematic: P , unitatea de măsură: Watt (W)
- Puterea absorbită și returnată în circuit datorită proprietăților reactive ale sarcinii, sub formă de condensator sau bobină, poartă numele de putere reactivă. Simbolul matematic: Q , unitatea de măsură: Volt-Amper-Reactiv (VAR)
- Puterea totală dintr-un circuit de curent alternativ, atât cea disipată cât și cea absorbită/returnată, poartă numele de putere aparentă. Simbolul matematic: S , unitatea de măsură: Volt-Amper (VA)

Puterea reală (P)

$$P = I^2 R; \quad P = \frac{E^2}{R}$$

Puterea reală disipată, sau consumată dintr-un circuit, poartă numele de putere reală, unitatea sa de măsură este **Watt**-ul, iar simbolul matematic este „ P ”.

Puterea reactivă (Q)

$$Q = I^2 X; \quad Q = \frac{E^2}{X}$$

Se știe că elementele reactive precum bobinele și condensatoarele nu disipă putere, dar existența căderii de tensiune și a curentului la bornele lor, dă impresia că acestea ar disipa putere. Această „putere nevăzută” poartă numele de putere reactivă, iar unitatea sa de măsură este Volt-Amper-Reactiv (VAR), și nu Watt-ul. Simbolul matematic pentru puterea reactivă este Q.

Puterea aparentă (S)

$$S = I^2 Z; \quad S = \frac{E^2}{Z}; \quad S = IE$$

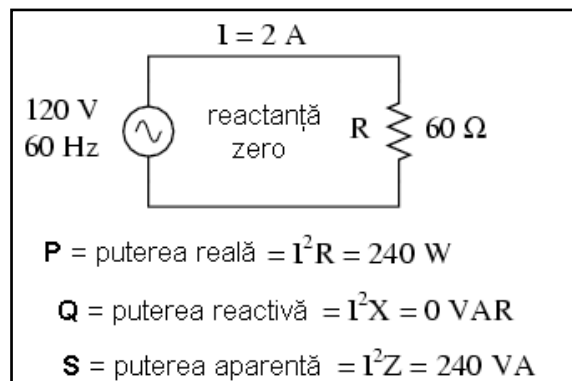
Combinăția dintre cele două puteri, cea reactivă și cea reală, poartă numele de putere aparentă. Unitatea de măsură a puterii aparente este Volt-Amper (VA), iar simbolul matematic este „S”.

Observație

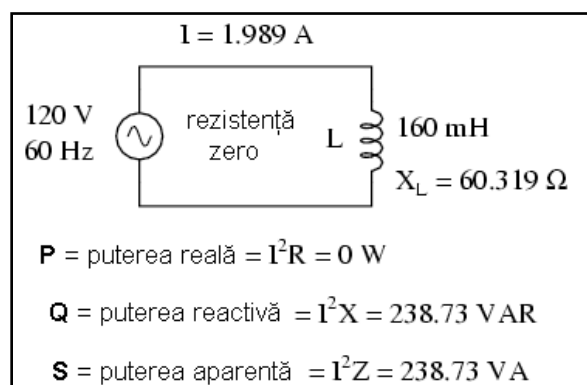
Ca și regulă, puterea reală este o caracteristică a elementelor disipative, de obicei rezistori, puterea reactivă caracterizează reactanța (X) circuitului, iar puterea aparentă depinde de impedanța (Z) totală a circuitului. Datorită faptului că folosim valori scalare pentru reprezentarea puterilor, toate valorile complexe ale tensiunilor, curenților și impedanțelor trebuie să fie reprezentate sub formă polară și nu sub formă reală sau rectangulară.

Există două ecuații pentru calcularea puterilor reale și reactive, dar există trei ecuații pentru calcularea puterii aparente, $P = IE$ fiind folosită doar în acest scop.

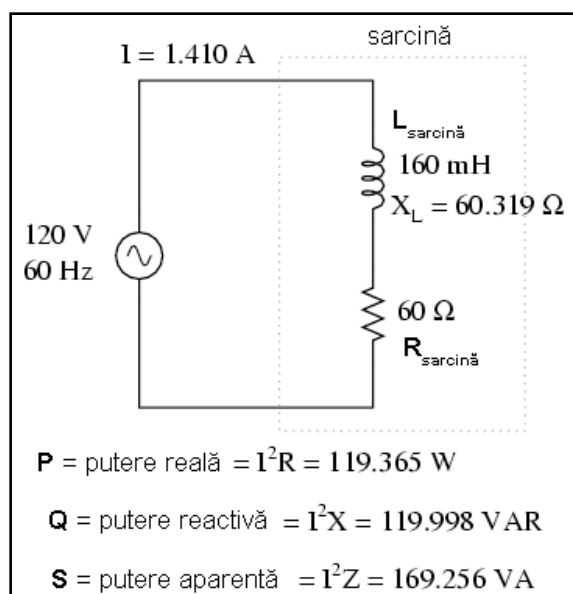
Circuit pur rezistiv



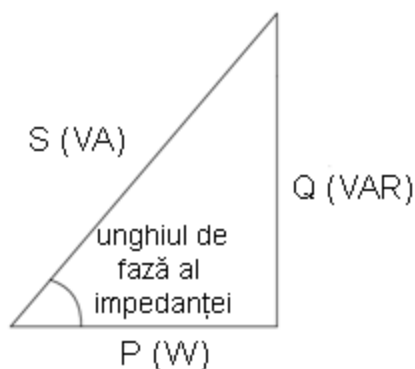
Circuit pur inductiv



Circuit rezistiv-inductiv



Triunghiul puterilor



Relația dintre cele trei tipuri de putere, reală, reactivă și aparentă, poate fi exprimată sub formă trigonometrică. Această exprimare este cunoscută sub numele de „triunghiul puterilor”.

Folosind teorema lui Pitagora, putem afla lungimea oricărei laturi a triunghiului dreptunghic, latură ce reprezintă de fapt puterea respectivă, dacă știm „lungimile” celorlalte două laturi, sau o lungime și unghiul de fază din circuit

3. Calcularea și corectarea factorului de putere

- Factorul de putere reprezintă raportul dintre puterea reală și puterea aparentă
- Corectarea factorului de putere dintr-un circuit poate fi realizată prin conectarea în paralel a unei reactanțe opuse față de reactanța sarcinii. Dacă reactanța sarcinii este inductivă, ceea ce este cazul aproape tot timpul, factorul de putere se corectează prin adăugarea unui condensator în paralel cu sarcina

Factorul de putere

Unghiul acestui „triunghi al puterilor” reprezintă raportul dintre valoarea puterii disipate (sau consumate) și cantitatea de putere absorbită/returnată. De asemenea, reprezintă și unghiul de fază al impedanței circuitului, sub formă polară. Acest raport dintre puterea reală și puterea aparentă poartă numele de factor de putere al circuitului (k). De asemenea, din geometria triunghiului, putem deduce că factorul de putere este egal și cu cosinusul unghiului de fază. Folosind valorile din circuitul precedent:

$$k = \frac{P}{S} = \frac{119,36 \text{ W}}{169,25 \text{ VA}} = 0,7$$

$$\cos 45,15^\circ = 0,7$$

Fiind calculat ca un raport, factorul de putere nu are unitate de măsură.

Circuite pur rezistive

Pentru circuitele pur rezistive, factorul de putere este 1 (perfect), deoarece puterea reactivă este egală cu zero. În acest caz, triunghiul puterilor este o linie orizontală, deoarece latura opusă (puterea reactivă) va avea lungimea zero.

Circuite pur reactive

Pentru circuitele pur inductive, factorul de putere este zero, datorită faptului că puterea reală este zero. În acest caz, triunghiul puterilor este o linie verticală, deoarece latura adiacentă (puterea reală) va avea lungimea zero. Același lucru este valabil și pentru circuitele pur capacitive, doar că sensul liniei verticale va fi în jos, nu în sus, cum este cazul circuitelor pur inductive.

Importanța factorului de putere

Factorul de putere este un element foarte important în proiectarea circuitelor electrice de curent alternativ, deoarece un factor de putere mai mic decât 1 înseamnă că circuitul respectiv, sau mai bine spus, conductorii circuitului în cauză, trebuie să conducă mai mult curent decât ar fi necesar dacă reactanța circuitului ar fi zero, caz în care, cu un curent mai mic, puterea reală distribuită pe sarcină ar fi aceeași. Un curent mai mare înseamnă secțiuni ale conductorilor mai mari, ceea ce afectează direct costurile realizării instalației electrice.

Dacă circuitul considerat mai sus, ar fi fost pur rezistiv, am fi putut transporta o putere de 169,25 W spre sarcină, cu aceeași valoare a curentului de 1,410 A, și nu doar 119,36 W, valoare ce este disipată în acest moment pe sarcină. Un factor de putere scăzut se traduce printr-un sistem inefficient de distribuție al energiei.

Corectarea factorului de putere

Factorul de putere poate fi însă corectat, paradoxal, prin adăugarea în circuit a unei sarcini suplimentare care să „consume” o cantitate egală de putere reactivă, dar de sens contrar, pentru anularea efectelor reactanței inductive a sarcinii. Reactanțele inductive pot fi anulate și cu ajutorul reactanțelor capacitive, și anume, prin adăugarea unui condensator în paralel cu sarcina (în circuitul precedent). Efectul celor două reactanțe opuse, conectate în paralel, este să aducă impedanța totală a circuitului la o valoare egală cu cea a rezistenței totale. Rezultatul este reducerea unghiului impedanței la zero, sau o valoare cât mai apropiată de zero.

Introducerea condensatorului în circuit

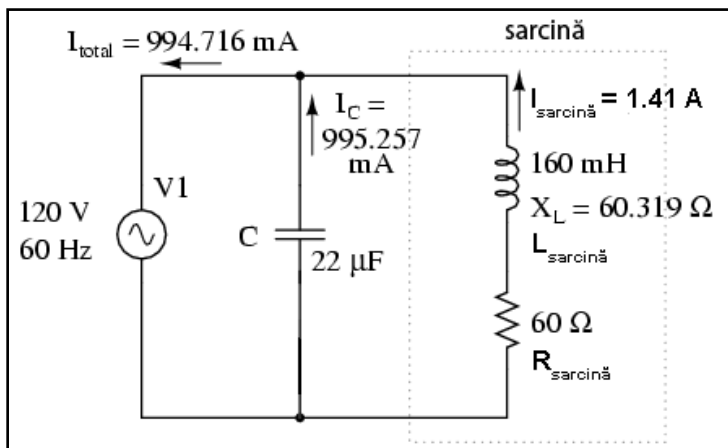
Știm că puterea reactivă, necorectată, este de 119,99 VAR (inductiv), prin urmare, trebuie să calculăm mărimea corectă a condensatorului, mărime necesară pentru a produce o cantitate egală de putere reactivă (capacitivă). Condensatorul va fi conectat în paralel cu sursa, prin urmare, vom folosi următoarele formule:

$$Q = \frac{E^2}{X} \rightarrow X = \frac{E^2}{Q}$$

$$X = \frac{(120 \text{ V})^2}{119,998 \text{ VAR}} = 120,002 \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} \rightarrow C = \frac{1}{2\pi f X_C}$$

$$C = \frac{1}{2\pi \cdot 60 \text{ Hz} \cdot 120,002 \Omega} = 22,105 \mu\text{F}$$



Conform rezultatului de mai sus, folosim un condensator cu o capacitate de 22 μF.

Recalcularea factorului de putere

$$Z_{total} = Z_C // (Z_L - -Z_R)$$

$$Z_{total} = 120,57 \, \Omega \angle -90^\circ // (60,31 \, \Omega \angle 90^\circ - -60 \, \Omega \angle 0^\circ)$$

$$Z_{total} = 120,64 - j573,57 \, m\Omega \text{ sau } Z_{total} = 120,64 \, \Omega \angle 0,27^\circ$$

$$P = I^2 R = 119,365 \, W$$

$$S = I^2 Z = 119,366 \, VA$$

Factorul de putere al circuitului a crescut substanțial, fiind foarte aproape de valoarea 1. Curentul principal a scăzut de la 1,41 A la 994,7 mA, iar puterea disipată pe rezistorul de sarcină a rămas neschimbată, 119,365 W:

$$k = \frac{119,365 \, W}{119,366 \, VA} = 0,9999887$$

$$\angle = 0,272^\circ$$

$$\cos 0,272^\circ = 0,9999887$$

Observații

Din moment ce impedanța finală este un număr pozitiv, putem spune că, per total, inductivitatea circuitului este mai mare decât capacitatea sa. Dacă corectarea factorului de putere ar fi fost perfectă, unghiul impedanței ar fi fost zero, sau pur rezistiv. Dacă în schimb, am fi adăugat un condensator prea mare în paralel, am fi obținut un unghi al impedanței negativ, indicând faptul că inductivitatea circuitului este mai mică decât capacitatea sa. Cu un factor de putere de 0,9999, defazajul dintre curent și tensiune este foarte aproape de 0°.

Din moment ce curentul și tensiunea sunt aproximativ în fază, produsul celor două va da o putere pozitivă pe aproximativ întreaga perioadă. Cu un factor de putere mult sub 1, produsul celor două ar fi fost negativ, fapt ce duce la reintroducerea puterii negative în circuit, înapoi spre generator. Această putere nu poate fi „vândută”, dar circulația sa de la sursă la sarcină și invers, duce la pierderi de putere în lungul liniilor de transport datorită rezistenței acestora. Conectarea condensatorului în paralel cu sarcina, rezolvă această problemă.

De notat faptul că reducerea pierderilor prin liniile de transport al curentului electric, se aplică doar de la generator la punctul de corecție a factorului de putere (datorită condensatorului). Cu alte cuvinte, există în continuare circulație electrică între condensator și sarcina (rezistiv-)inductivă. Acest lucru nu este în general o problemă însă, deoarece aplicarea corecției factorului de putere se realizează în vecinătatea sarcinii în cauză.

Pericolul supra-corectării

De asemenea, o capacitatea prea mare într-un circuit de curent alternativ va duce la un factor de putere scăzut, la fel ca în cazul unei inductanțe prea mari. Trebuie să fim prin urmare foarte atenți când realizăm corectarea factorului de putere, pentru a nu supra-corecta circuitul.

Corectarea practică a factorului de putere

Atunci când avem nevoie de corectarea practică a factorului de putere într-un sistem de putere în curent alternativ, probabil că nu vom fi atât de norocoși încât să cunoaștem inductanța exactă a sarcinii. Putem folosi un aparat de măsură special, denumit cosfimetru pentru calcularea factorului de putere. Puterea aparentă o putem calcula folosind un voltmetru și un ampermetru. În cel mai rău caz însă, am putea fi nevoiți să folosim un osciloscop pentru calcularea diferenței de fază, în grade, între formele de undă ale tensiunii și ale curentului; factorul de putere va fi cosinusul celui unghi.

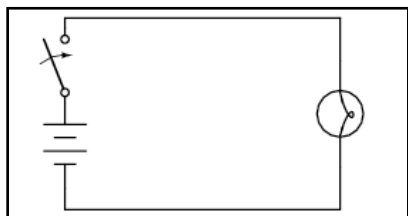
Dacă avem acces la un wattmetru pentru măsurarea puterii reale, putem compara valoarea citită cu valoarea puterii aparente deduse din produsul tensiunii totale cu a curentului total.

12 - Linii electrice lungi

1. Circuitele electrice și viteza luminii

- Într-un circuit electric, curentul se „deplasează” cu viteza luminii, cu toate că electronii ce compun acest curent au o viteză de deplasare mult mai mică

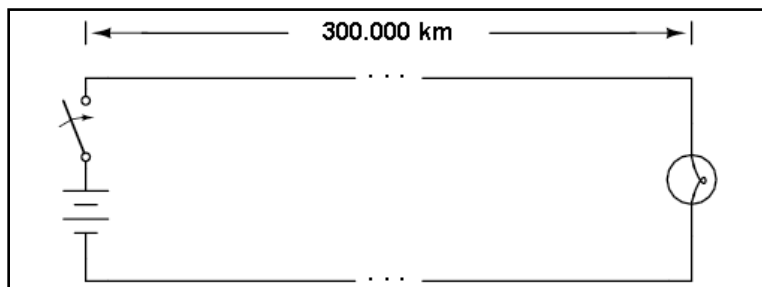
Circuit electric simplu



Să presupunem că avem un circuit electric simplu, format dintr-o baterie, o lampă și un întrerupător. La închiderea întrerupătorului, lampa se aprinde instant. La deschiderea întrerupătorului, lampa se stinge instant.

De fapt, aprinderea lămpii durează o mică fracțiune de secundă până se încălzește și emite lumină, timp necesar pentru ca valoarea curentului să devină suficient de mare. Prin urmare, efectul nu este instantaneu. Pentru aplicațiile practice însă, putem considera că efectul este imediat, atunci când lampa și întrerupătorul se află în vecinătate, întrucât „deplasarea” electronilor în conductori are loc cu o viteză foarte mare, și anume, viteza luminii (aproximativ 300.000 de kilometri pe secundă).

Circuit electric format din conductori foarte lungi

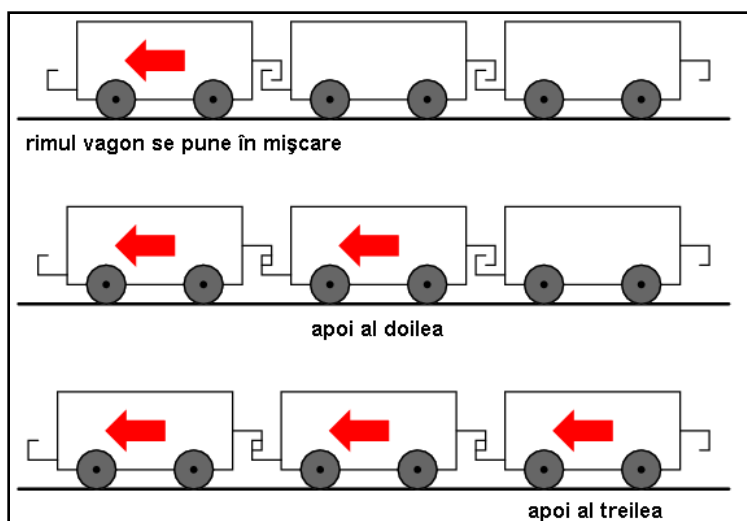


Ce s-ar întâmpla însă dacă conductorii electrici ai unui circuit ar avea o lungime de 300.000 de kilometri? Din moment ce știm că efectele electricității au o viteză finită (deși foarte mare), un set de conductori foarte lungi ar introduce o întârziere de timp în circuit, astfel că acționarea

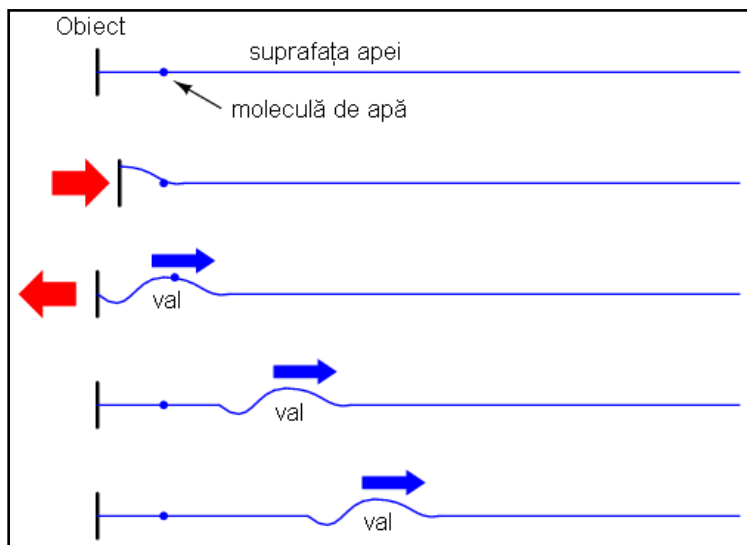
întrerupătorului și aprinderea/stingerea lămpii nu ar mai fi instantanee.

Presupunând că filamentul lămpii nu necesită încălzire, iar rezistența în lungul celor 600.000 de km de fire (dus-întors) este zero, lampa se va aprinde în aproximativ o secundă de la închiderea întrerupătorului. La închiderea întrerupătorului, lampa va continua să primească putere pentru încă o secundă, apoi se va stinge.

Analogie pentru comportamentul electronilor în conductori



vagon trage al doilea vagon după eliberarea cursei, etc. Astfel, mișcarea este transferată de la vagon la vagon la viteza maximă permisă de cursă, dar la o viteză mult mai mare decât viteza individuală a vagoanelor.



Ne putem imagina comportamentul electronilor printr-un conductor ca fiind echivalent cu vagoanele unui tren, legate între ele, dar prezentând o anumită „cursă” (distanța parcursă de un vagon față de celălalt, astfel încât elementele de legătură să fie perfect întinse; doar după parcurgerea acestei distanțe, vagonul al doilea poate fi tras de primul vagon).

Astfel, când trenul se pune în mișcare, nu toate vagoanele vor porni deodată, ci locomotiva trage primul vagon, după eliberarea cursei, primul

O altă analogie este cea a valurilor în apă. Să presupunem că punem în mișcare un obiect plan pe suprafața apei, astfel încât acesta produce o serie de valuri în urma sa. Apa se va „deplasa” datorită faptului că moleculele sale se ciocnesc una de cealaltă, transferând energia de mișcare de-a lungul suprafeței apei cu o viteză mai mare decât viteza individuală a moleculelor.

Unda de curent într-un circuit real

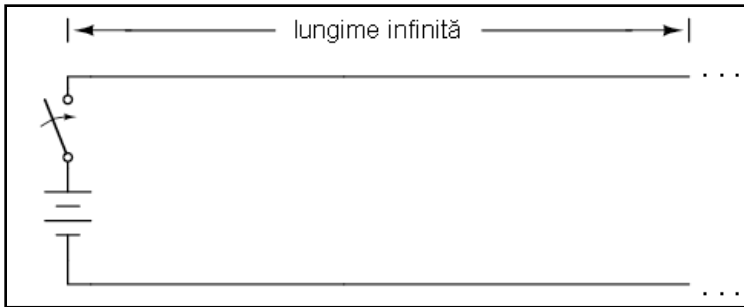
În aceeași ordine de idei, „unda de curent” se deplasează cu viteza luminii, deși electronii individuali nu au o viteză într-atât de mare. Într-un circuit foarte lung, această diferență de viteză, această „cuplare” a electronilor (exemplul trenului), devine vizibilă sub forma unei întârzieri între acțiunea întrerupătorului și efectul asupra lămpii.

2. Impedanța caracteristică

- O linie de transmisie este o pereche de conductori cu anumite caracteristici specifice datorate capacităților și inductanțelor distribuite pe lungimea ei

- Impedanța caracteristică (Z_0) a unei linii de transmisie este echivalentă cu rezistența acesteia dacă lungimea sa ar fi infinită. Impedanța caracteristică depinde doar de capacitatea și de inductanța distribuită în lungul liniilor de transmisie, și este prezentă chiar și atunci când dielectricul este perfect
- Factorul de viteză este o valoare subunitară tipică pentru cabluri coaxiale și linii electrice lungi duble. Pentru orice tip de cablu, factorul de viteză este egal cu inversa rădăcinii pătrate a permitivității relative a dielectricului dintre cei doi conductori

Circuit electric format din conductori infiniti

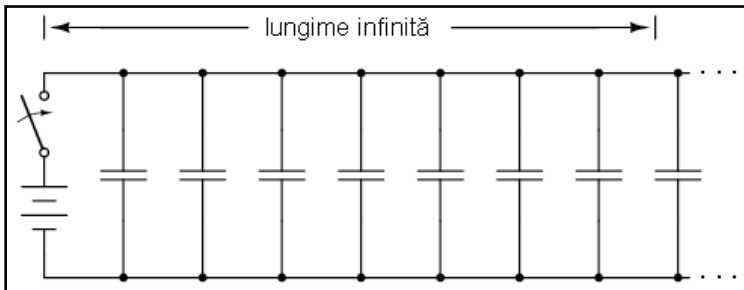


Nu va exista deloc curent prin acest circuit?

Să presupunem că am avea un set de conductori de lungime infinită, fără nicio lampă conectată la capăt. Ce s-ar întâmpla la închiderea întrerupătorului (vezi și secțiunea precedentă). Din moment ce nu avem nicio sarcină conectată la bornele sale, acest circuit este de fapt deschis.

Capacitatea electrică parazită

Chiar dacă am putea elimina rezistența firelor prin folosirea supraconductorilor în acest „experiment”, nu am putea elimina însă capacitatea formată în lungimile conductoarelor. Orice pereche de conductori separați între ei printr-un mediu izolant, prezintă o anumită capacitate electrică parazită între ei.

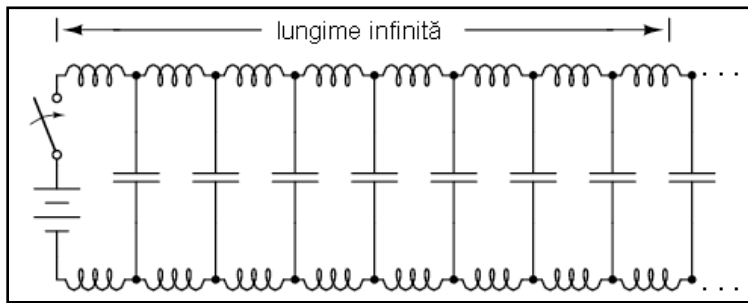


cu rata de variația a tensiunii cu timpul.

Aplicarea unei diferențe de potențial între doi conductori, duce la formarea unui câmp electric între acei doi conductori. Acest câmp electric va stoca energie, iar aceasta va duce la o opoziție față de variația tensiunii, efect descris de ecuația $i = C(de/dt)$, și anume, curentul va fi proporțional

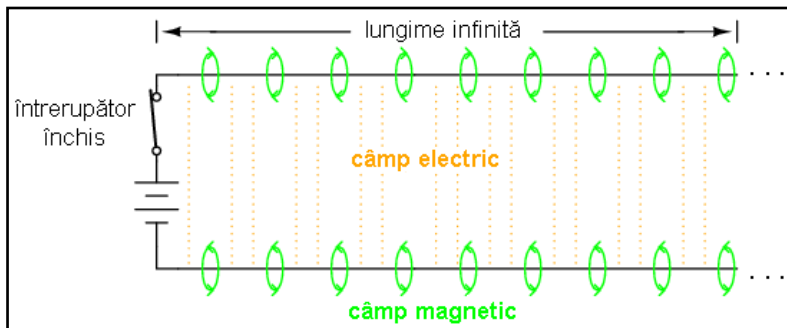
Astfel, la închiderea întrerupătorului, capacitatea dintre cei doi conductori va reacționa împotriva creșterii bruște (variație) a tensiunii, ceea ce va duce la apariție unui curent prin circuit (de la sursă). Conform ecuației, o variație instantă a tensiunii aplicate (produsă de închiderea perfectă a întrerupătorului) ar da naștere unui curent de încărcare infinit.

Inductanțele serie



Cu toate acestea, curentul prin cei doi conductori paraleli nu va fi infinit, deoarece există o anumită impedanță serie în lungul conductorilor, datorită inductanței acestora.

Câmpul magnetic

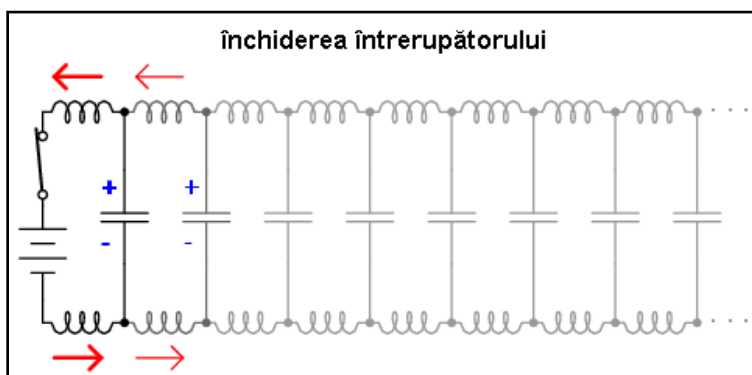


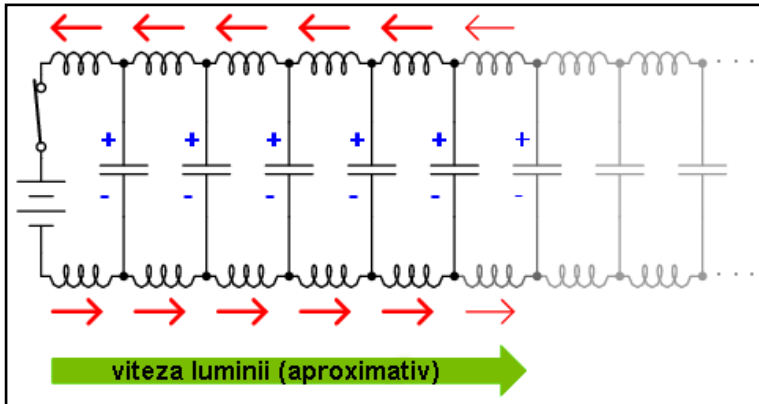
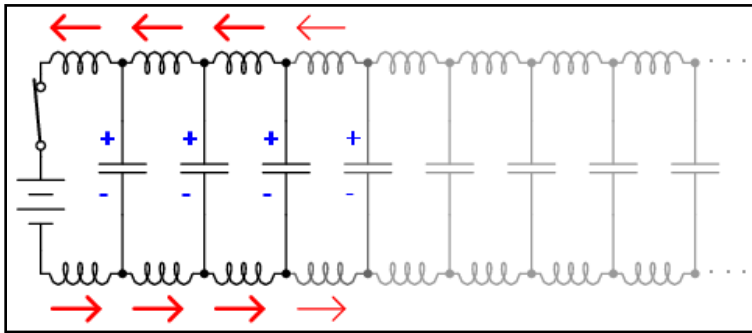
Apariția unui curent, prin orice conductor, dă naștere unui câmp magnetic proporțional cu valoarea acestuia (vezi și electromagnetismul). Acest câmp magnetic va stoca energie, iar acest fapt va duce la o opoziție față de variația curentului.

Fiecare conductor va prezenta un câmp magnetic datorat trecerii curentului, iar căderea de tensiune ce ia naștere se calculează cu ecuația $e = L(di / dt)$. Această cădere de tensiune limitează rata de variație a tensiunii în lungul capacităților distribuite, prevenind creșterea curentului spre infinit.

Încărcarea capacităților și a inductanțelor

Deoarece transferul de mișcare al electronilor celor doi conductori de la unul la celălalt se realizează la viteza luminii, „frontul de undă” al variației tensiunii și curentului se va propaga în lungimea conductorilor cu aproximativ aceeași viteză, ducând la încărcarea progresivă la valoarea maximă de tensiune și curent a capacităților și inductanțelor distribuite, precum în figurile de mai jos:





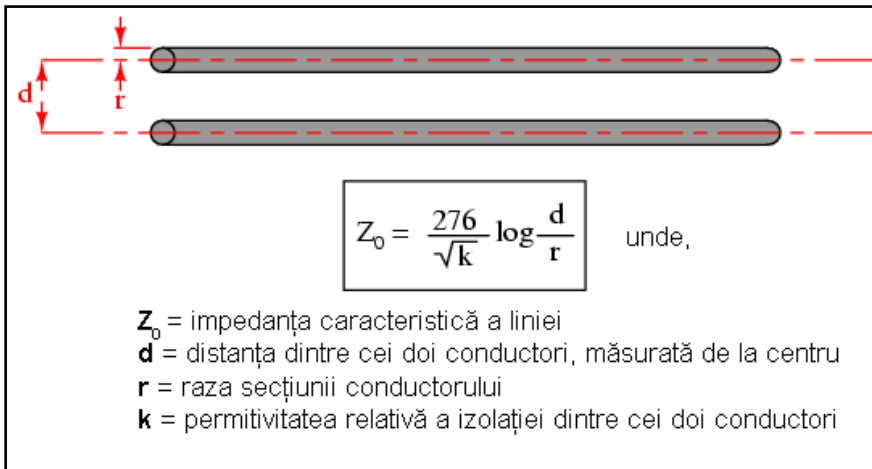
Linii de transmisie

Rezultatul final al acestor interacțiuni este un curent constant, de amplitudine limitată, prin sursa de tensiune (baterie). Din moment ce lungimea conductorilor este infinită, capacitățile lor distribuite nu se vor putea încărca niciodată la tensiunea sursei, iar inductanțele distribuite nu vor permite niciodată un curent de încărcare nelimitat. Cu alte cuvinte, această pereche de conductori va consuma curent de la sursă atâta timp cât întrerupătorul este închis, comportându-se precum o sarcină constantă. În acest caz, firele electrice nu mai sunt simple conductoare de curent electric, ci constituie ele însele un component al circuitului, cu caracteristici unice care trebuie luate în considerare. Spunem în acest caz, că cele două perechi de conductoare sunt linii de transmisie.

Impedanța caracteristică

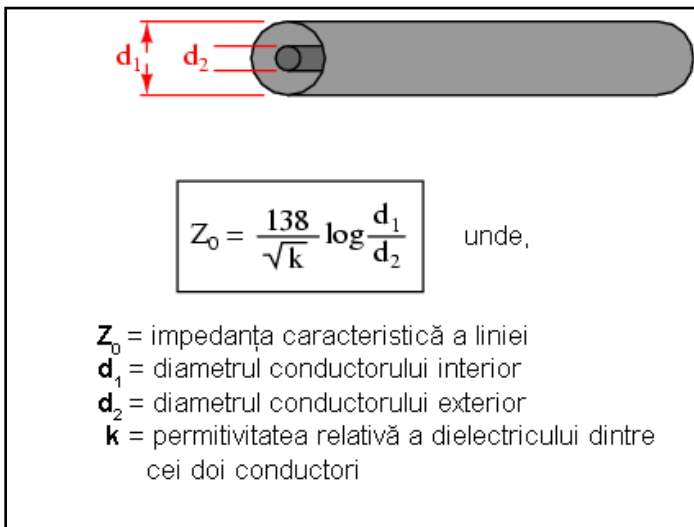
Pentru o sarcină constantă, răspunsul liniilor de transmisie, la aplicarea unei tensiuni, este rezistiv și nu reactiv, deși sunt compuse în mare parte din inductanțe și capacități (presupunând rezistența conductorilor ca fiind zero). Merită menționat acest lucru, deoarece, din punctul de vedere al bateriei, nu există nicio diferență între un rezistor ce disipă tot timpul energie și un set de linii electrice infinite ce absorb energie tot timpul. Impedanță (rezistența) acestei linii, măsurată în Ohmi, poartă numele de impedanță caracteristică, și este o cantitate ce depinde exclusiv de geometria celor doi conductori.

Conductori paraleli



Pentru un set de conductori paraleli, cu aer pe post de dielectric, impedanța caracteristică poate fi calculată conform figurii alăturate.

Cablu coaxial



Dacă linia de transmisie este un cablu coaxial, impedanța caracteristică se calculează conform figurii alăturate.

Formula de calcul

Ignorând orice efecte disipative a conductorilor, impedanța caracteristică a liniilor electrice lungi se poate calcula cu următoarea formulă:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

unde,

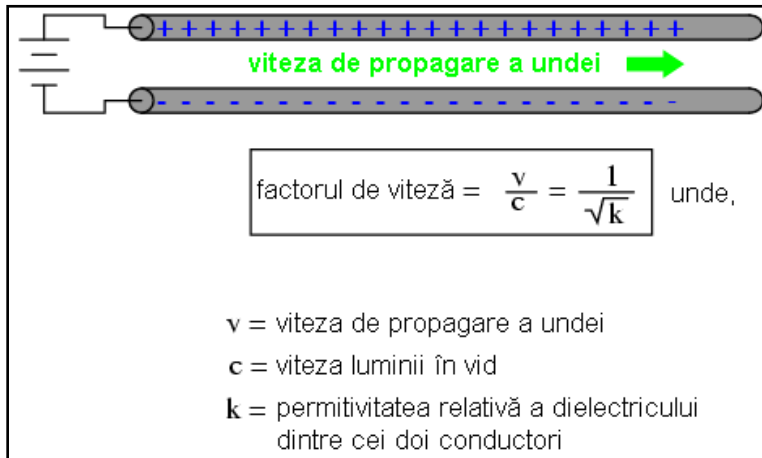
Z_0 = impedanța caracteristică a liniei

L = inductanța pe unitate de lungime a liniei

C = capacitatea pe unitate de lungime a liniei

Factorul de viteză

În ambele ecuații se folosesc aceleași unități de măsură. Dacă dielectricul dintre cei doi conductori nu este aer (sau vid), atât impedanța caracteristică cât și viteza de propagare a undelor vor avea de suferit. Raportul dintre viteza reală de propagare a undelor într-o linie de transmisie și viteza luminii, poartă numele de factorului de viteză al acelei linii.



Factorul de viteză depinde doar de permitivitatea relativă a materialului izolator (dielectric), cunoscută și sub numele de constanta dielectrică, și definită ca raportul dintre permitivitatea electrică a materialului respectiv și permitivitatea electrică a vidului. Factorul de viteză a oricărui tip de cablu (coaxial sau alt tip), poate fi calculat cu formula alăturată.

Observații

Impedanța caracteristică mai este cunoscută și sub numele de impedanță naturală, și se referă la rezistența echivalentă a liniei de transmisie dacă lungimea acesteia ar fi infinită, datorită capacităților și inductanțelor distribuite.

Se poate vedea din ecuațiile de mai sus, că impedanța caracteristică (Z_0) a liniilor de transmisie crește odată cu creșterea distanței dintre conductori. Dacă distanța dintre cei doi conductori crește, capacitatea distribuită scade, datorită distanței mai mari dintre armături, iar inductanța distribuită crește, datorită efectelor de anulare a câmpurilor magnetice opuse mult mai mici. O capacitate paralelă mult mai mică, și o inductanță serie mult mai mare, duce la un curent mult mai mic prin linie pentru aceeași valoare a tensiunii aplicate, ceea ce prin definiție înseamnă o impedanță mai mare. Invers, dacă distanța dintre cei doi conductori scade, capacitatea paralelă crește, iar inductanța serie scade. Rezultatul este un curent mai mare prin conductori pentru aceeași valoare a tensiunii, ceea ce înseamnă de fapt o impedanță mai mică.

3. Linii electrice finite

- O linie de transmisie de lungime finită va fi văzută de o sursă de tensiune de curent continuu ca o rezistență constantă, pentru o perioadă scurtă de timp. După această perioadă, rezistența liniei este rezistența sarcinii de la capătul acesteia

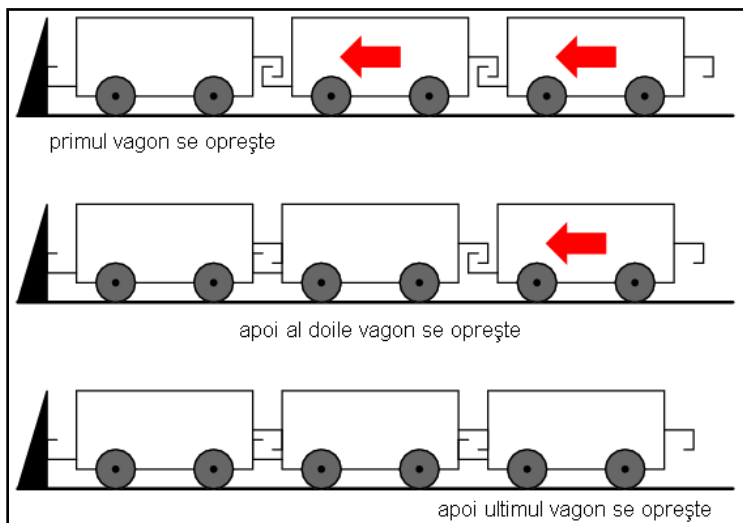
- Un semnal ce se deplasează într-o linie de transmisie de la sursă spre sarcină poartă numele de undă incidentă
- Un semnal ce se reflectă într-o linie de transmisie de la sarcină spre sursă poartă numele de undă reflectată
- Undele reflectate pot fi eliminate prin conectarea la capătul celălalt al liniei a unei rezistor a cărui rezistență este egală cu impedanța caracteristică a liniei
- O undă reflectată poate să fie re-reflectată de către sursă, dacă impedanța internă a acesteia nu este exact egală cu impedanța caracteristică a liniei

Scop

O linie de transmisie infinită, precum cea considerată în secțiunea precedentă, este imposibil de realizat din punct de vedere fizic, prin urmare, comportamentul lor nu va fi exact același precum o linie finită.

Totuși, cunoașterea/calcularea impedanței caracteristice a liniilor de transmisie este importantă și atunci când avem de a face cu lungimi finite. Dacă celălalt capăt al unei linii de transmisie finite este deschis, unda de curent ce se propagă în lungimea conductorului trebuie să se oprească la un moment dat, din moment ce electronii nu se pot deplasa într-un circuit deschis. Această întrerupere abruptă a curentului la sfârșitul liniei produce o „îngrămădire” de electroni de-a lungul liniei de transmisie, pentru că aceștia nu au unde să se deplaseze.

Unda incidentă și unda reflectată



Dacă ne imaginăm un tren lung în mișcare, cu o anumită cursă între vagoane, iar primul vagon (sau locomotiva) se oprește brusc într-un parapet fix, acesta se va opri; urmarea este că toate celelalte vagoane din urma lui se vor opri rând pe rând, după ce fiecare parcurge „cursa” sa. Trenul nu se oprește deodată, ci fiecare vagon pe rând, de la primul, până la ultimul.

Unda incidentă

Propagarea unui semnal de la sursă până la capătul unei linii de transmisie (spre sarcină), poartă numele de undă incidentă.

Unda reflectată

Propagarea unui semnal de la sarcină (capătul liniei) spre sursă, poartă numele de undă reflectată

Această „îngrămădire” de electroni se propagă înapoi spre baterie, curentul prin baterie încetează, iar linia electrică se comportă precum un circuit deschis. Toate aceste lucruri au loc foarte rapid pentru o linie de transmisie de lungime rezonabilă, prin urmare, un ohmmetru nu poate măsura această perioadă foarte scurtă de timp în care linia se comportă precum un rezistor. Pentru o linie de aproximativ un kilometru, cu un factor de viteză de 0,66, durata de deplasare a semnalului de la un capăt la celălalt este de aproximativ șase microsecunde ($3 \cdot 10^{-6}$). Prin urmare, semnalul reflectat ajunge înapoi la sursă în aproximativ $12\mu s$, după care, linia de transmisie se comportă precum un circuit deschis.

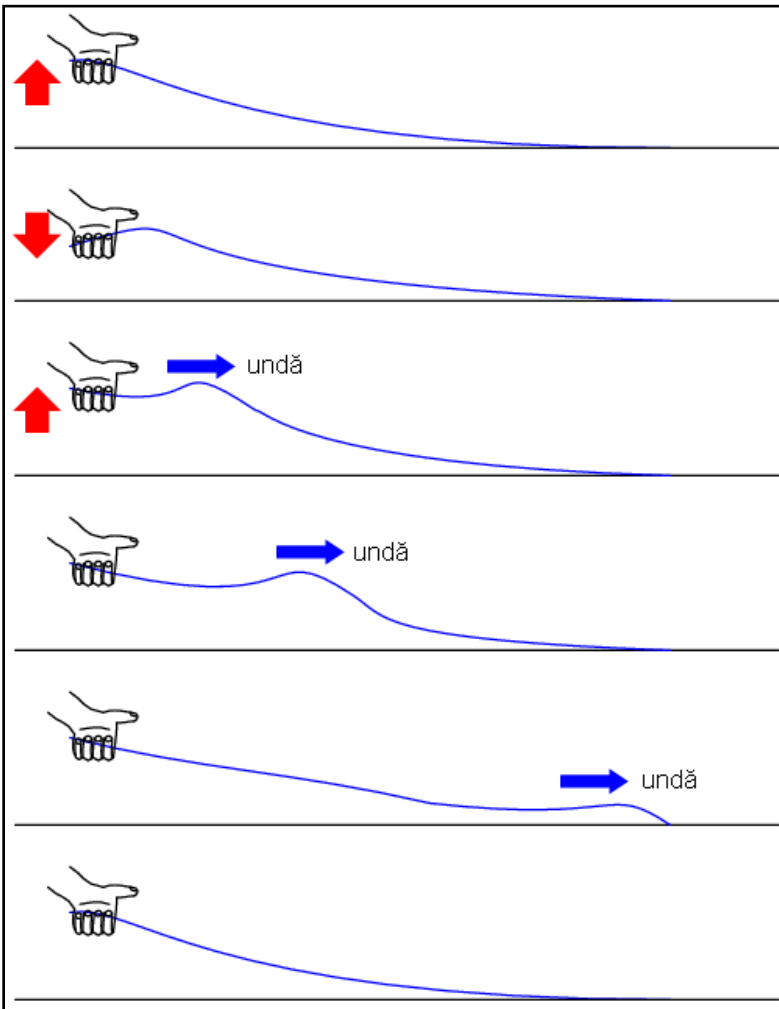
Utilizarea reflectometrelor

Există aparate ce pot măsura acest interval foarte scurt de timp de la sursă la capătul liniei și înapoi, și pot fi folosite pentru măsurarea lungimilor cablurilor. Această tehnică poate fi folosită și pentru determinarea prezenței cât și a locației unei întreruperi într-unul sau în ambii conductori ai unei linii de transmisie, deoarece curentul se va „reflecta” din locul întreruperii la fel cum se reflectă și într-un circuit deschis. Astfel de instrumente poartă numele de reflectometre, iar principiul de funcționare este identic cu cel al sonarelor: generarea unui puls sonor și măsurarea timpului necesar pentru întoarcerea ecoului.

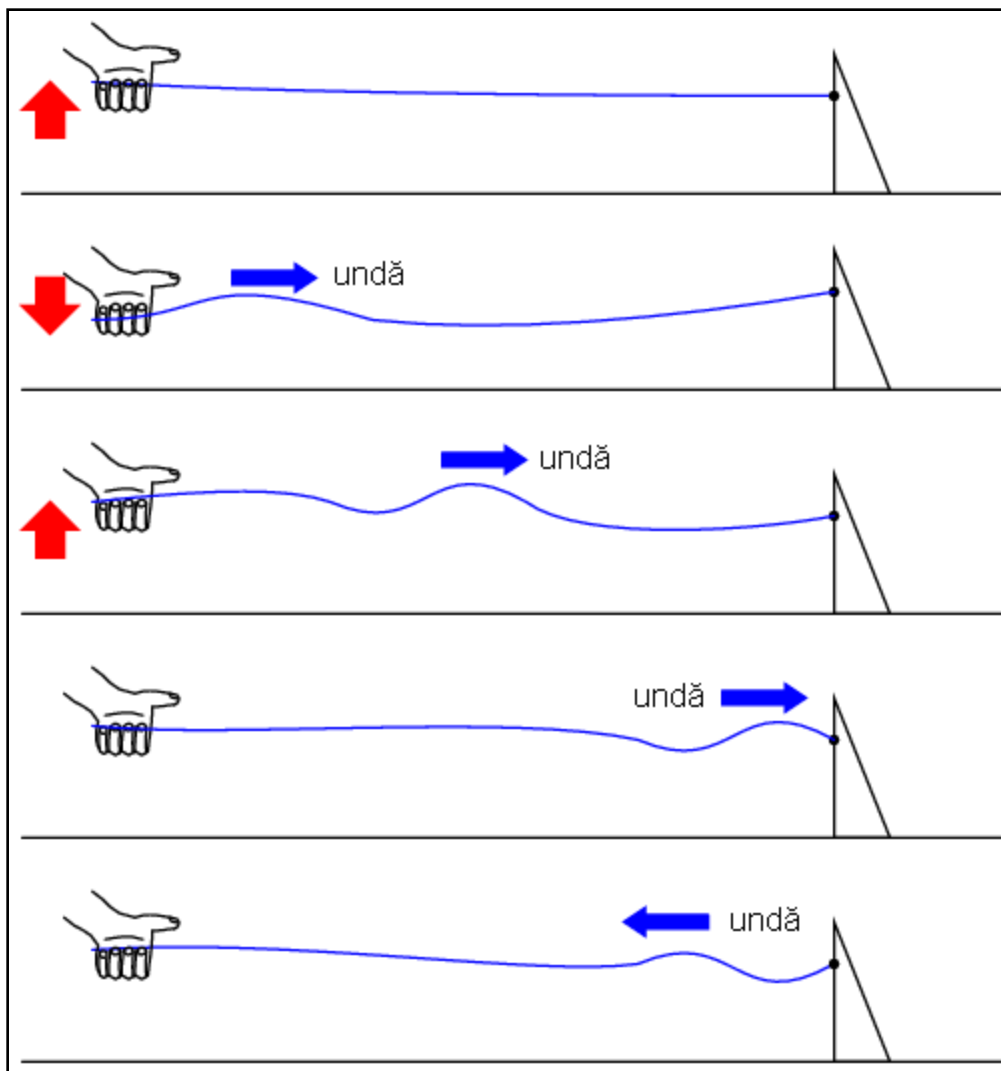
Un fenomen similar are loc dacă scurt-circuităm capătul liniei de transmisie: când unda de tensiune ajunge la capătul liniei, aceasta este reflectată înapoi spre sursă, deoarece tensiunea nu poate exista între două puncte comune din punct de vedere electric. Când unda reflectată ajunge înapoi la sursă, din punctul de vedere al sursei, întreaga linie de transmisie este scurt-circuitată. Din nou, acest lucru se întâmplă foarte rapid.

Explicarea reflexiei liniilor de transmisie

Putem ilustra acest fenomen de reflexie al liniilor de transmisie cu un experiment simplu.



Acest lucru este analog unei linii de transmisie cu pierderi interne: puterea semnalului este din ce în ce mai slabă pe măsură ce se propagă în lungimea liniei și nu se reflectă niciodată înapoi spre sursă.



Totuși, dacă celălalt capăt al firului este fixat într-un punct în care amplitudinea semnalului nu este încă zero, în lungul sforii va apărea o a doua undă, reflectată înapoi spre mână.

Observații

De obicei, rolul unei linii de transmisie este propagarea (transportul) energiei electrice dintr-un punct în altul. Dar, chiar dacă semnalele sunt folosite doar pentru transmitere de informații, și nu pentru alimentarea unei sarcini, situația ideală ar fi ca semnalul original să fie transmis de la sursă spre sarcină și absorbit complet de aceasta, pentru un raport semnal/zgomot cât mai bun. Prin urmare, „pierderile” din lungul liniilor de transmisie sunt nedorite, la fel ca și undele reflectate, deoarece energia reflectată reprezintă energie ce nu este transmisă sarcinii.

Eliminarea reflexiei liniilor de transmisie

Reflexiile liniilor de transmisie pot fi eliminate dacă impedanța sarcinii este egală cu impedanța liniei. De exemplu, un cablu coaxial de 50Ω , ce este fie deschis, fie scurtcircuitat, va reflecta energia incidentă înapoi spre sursă. Dacă vom conecta însă un rezistor de 50Ω la celălalt capăt al cablului, întreaga energie se va disipa pe acesta și nu vor exista unde reflectate înapoi spre sursă.

În principiu, un rezistor a cărei impedanță (rezistență) este exact impedanța naturală (impedanța caracteristică a liniei), conectat la capătul liniei de transmisie, face ca linia să „pară” infinit de lungă din punctul de vedere al sursei, deoarece un rezistor poate disipa energie pentru o durată infinită, în aceeași măsură în care o linie de transmisie infinită poate absorbi energie pentru o durată de timp infinită.

În cazul în care rezistența nu este perfect egală cu impedanța caracteristică a liniei de transmisie, vor apărea unde reflectate înapoi spre sursă, cel puțin parțial.

Re-reflexia undei

Se poate întâmpla ca unda reflectată să fie re-reflectată de către sursă, dacă impedanța internă (impedanța Thevenin echivalentă) a sursei nu este exact egală cu impedanța caracteristică a liniei. O undă reflectată pe sursă va fi disipată în întregime, dacă impedanța sursei este egală cu cea a liniei, dar va fi reflectată înapoi pe linie precum orice altă undă, cel puțin parțial, dacă impedanța sursei nu este egală cu cea a liniei. Acest tip de reflexii pot fi supărătoare, deoarece aparent, reflexia undei de către sursă duce la impresia că aceasta tocmai a emis un puls nou.

4. Linii electrice lungi și linii electrice scurte

- Atunci când perioada de transmisie a semnalului de curent sau tensiune este mult mai mare decât timpul de propagare al semnalului de-a lungul liniei de transmisie, spunem că linia este electric scurtă.
- Invers, când timpul de propagare este cu o fracțiune mai mare sau chiar un multiplu al perioadei semnalului transmis, spune că linia este electric lungă
- Lungimea de undă a unui semnal reprezintă distanța fizică pe care aceasta o poate parcurge pe durata unei perioade.
- Ca și regulă, lungimea liniei trebuie să fie mai mare decât un sfert ($1/4$) din lungimea de undă a semnalului pentru a fi considerată linie electrică lungă
- Când la capătul unei linii de transmisie este conectată o sarcină de impedanță exact egală cu impedanța caracteristică a liniei, nu vor exista unde reflectată, și prin urmare, nu vor exista nici efecte nedorite datorate lungimii liniei

Scop

În circuitele de curent continuu și în cele de curent alternativ de frecvență joasă, impedanța caracteristică a conductorilor paraleli este de obicei ignorată, datorită duratelor de timp relativ scurte a reflexiilor din lungul liniilor, față de perioada undelor sau a pulsurilor din circuit. După cum am văzut în secțiunea precedentă, dacă o linie de transmisie este conectată la o sursă de curent continuu, aceasta se va comporta precum un rezistor a cărei

valoare este egală cu impedanță caracteristică a liniei pentru o durată de timp egală cu durata de parcurgere a unde până la capătul liniei și înapoi spre sursă. După acea perioadă (aproximativ 12 μ s pentru un cablu coaxial de un kilometru), sursa „vede” doar impedanța conectată în circuit, oricare ar fi aceasta.

Dacă circuitul în cauză folosește putere în curent alternativ, consecințele unei asemenea întârzieri, introduse de linia de transmisie între vârful tensiunii de curent alternativ generat de tensiune și momentul în care sarcina „vede” acest vârf, nu sunt de o importanță crucială. Cu toate că amplitudinile instantanee ale semnalului în lungimea liniei nu sunt egale, datorită propagării acestuia cu viteza luminii, diferența de fază a semnalelor dintre începutul și capătul liniei este neglijabilă, deoarece propagarea acestora în lungul liniilor au loc cu o fracțiune foarte mică din perioada formei de undă alternative.

Linie de transmisie electric scurtă

Din considerente practice, putem spune că tensiunea de-a lungul unei linii de transmisie cu două conductoare, de frecvență joasă, este egală și în fază în oricare moment.

Acest tip de linie poartă denumirea de linie de transmisie scurtă, deoarece efectele propagării semnalelor sunt mult mai rapide decât perioadele semnalelor transmise.

Invers, o *linie electrică lungă* are un timp de propagare mult mai mare ce poate ajunge să fie multiplu al perioadei semnalului transmis.

Linie de transmisie electric lungă

O linie este considerată „lungă” atunci când semnalul sursei „parcurge” cel puțin un sfert de perioadă (90°) înainte ca semnalul incident să ajungă la capătul liniei. Până în acest moment, toate liniile electrice au fost considerate electric scurte.

Lungimea de undă

Trebuie să exprimăm distanța parcursă de o undă de tensiune sau curent, în lungul liniei de transmisie, în funcție de frecvența sursei. Perioada unei forme de undă alternative cu o frecvență de 60 Hz este de 16,66 ms. La viteza luminii, un semnal de tensiune sau curent va parcurge o distanță de aproximativ 5 km. Dacă factorul de viteză al liniei de transmisie este subunitar (mai mic decât 1), viteza de propagare va fi mai mică decât viteza luminii, prin urmare și distanța parcursă va fi mai mică. Dar chiar și dacă utilizăm un factor de viteză mai mic, distanța parcursă în acel interval va fi tot foarte mare. Distanța calculată pentru o anumită frecvență, poartă denumirea de lungime de undă a semnalului.

Formula de calcul

Formula de calcul a lungimii de undă este următoarea:

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

unde,

λ = lungimea de undă

v = viteza de propagare

f = frecvența semnalului

Dominanța impedanței sarcinii

Când o sursă electrică este conectată la sarcină printr-o linie de transmisie scurtă, impedanța sarcinii domină circuitul. Cu alte cuvinte, când linia electrică este scurtă, impedanța caracteristică a liniei are un impact extrem de redus asupra performanțelor circuitului.

Dominanța impedanței caracteristice

La conectarea unei surse la sarcină prin intermediul unei linii de transmisii lungi, impedanța caracteristică a liniei domină impedanța sarcinii. Cu alte cuvinte, liniile electrice lungi constituie componenta principală a circuitului.

Minimizarea efectului lungimii liniilor de transmisie

Cea mai eficientă metodă de minimizare a impactului lungimii liniilor de transmisie asupra circuitului, este egalarea impedanței caracteristice a liniei cu impedanța sarcinii. În acest caz, orice sursă de semnale conectată la celălalt capăt al iniei va „vedea” exact aceeași impedanță, și va genera același curent în circuit, indiferent de lungimea liniei. În această condiție perfectă, lungimea liniei afectează doar durata de timp necesară pentru transmiterea semnalului de la sursă la sarcină. Totuși, egalarea perfectă a impedanțelor nu este tot timpul practică sau posibilă.

Observații

Considerând o linie lungă ca având o lungime de cel puțin 1/4 din lungimea de undă, putem vedea de ce toate liniile folosite în circuitele discutate au fost presupuse ca fiind linii electrice scurte. Pentru un circuit la frecvența de 60 Hz, liniile de tensiune ar trebui să depășească 1.200 de kilometri în lungime, înainte ca efectele timpului de propagare a semnalelor să devină importante. Cablurile ce realizează conexiunea dintre difuzoare și

amplificator ar trebui să depășească lungimea de 7 kilometri pentru ca reflexiile acestuia să afecteze suficient de mult semnalul audio de 10 kHz.

În cazul circuitelor de frecvență înaltă însă, lungimea liniei este foarte importantă. Să considerăm ca și exemplu un semnal radio de 100 MHz, lungimea sa de undă fiind de doar 3 m, chiar și la viteza de propagare maximă (factor de viteză 1). O linie de transmisie pentru acest semnal este considerată lungă dacă depășește lungimea de 0,75 m! Mai mult, cu un factor de viteză de 0.66, această lungime critică devine 0,5 m!

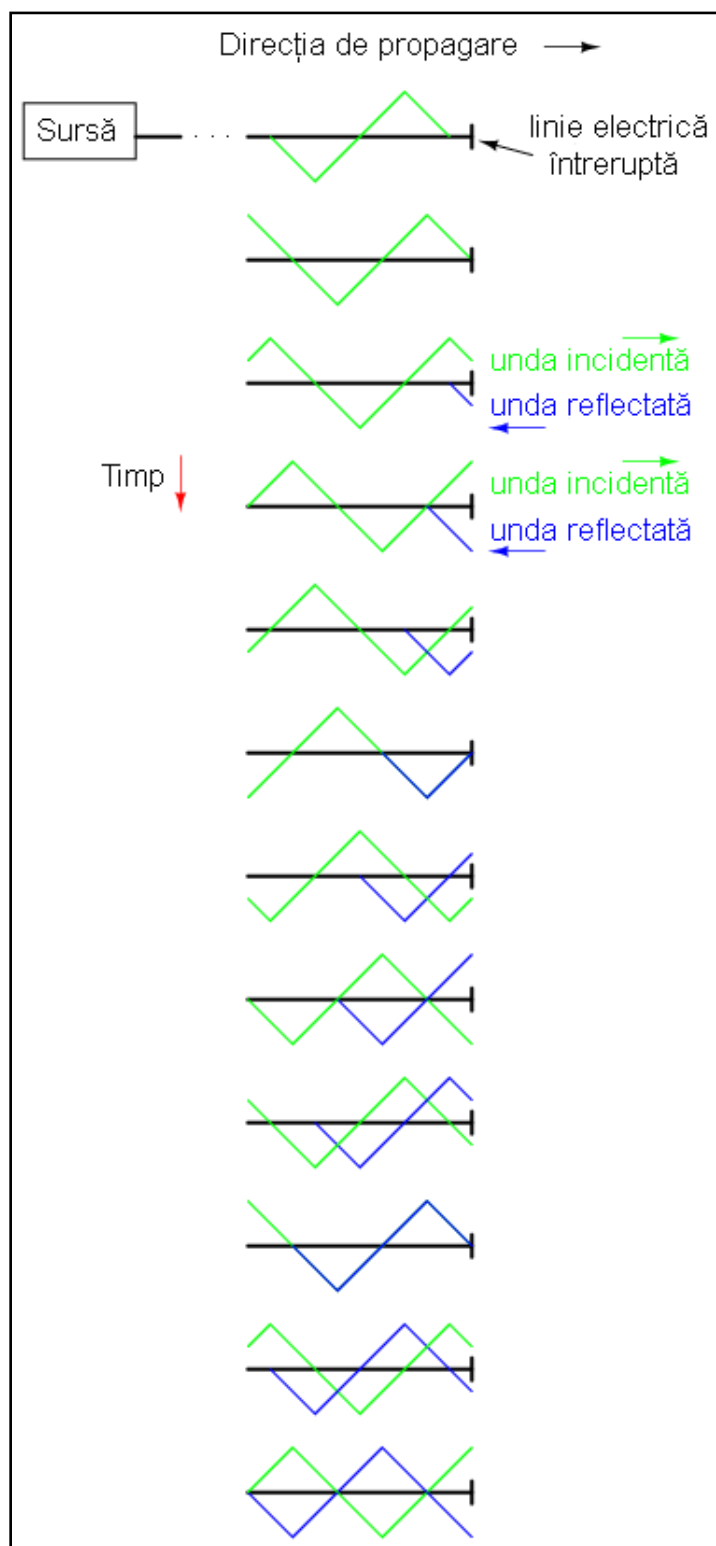
5. Unde staționare și rezonanța

- Suprapunerea undelor reflectate cu undele „originale” poartă numele de unde staționare

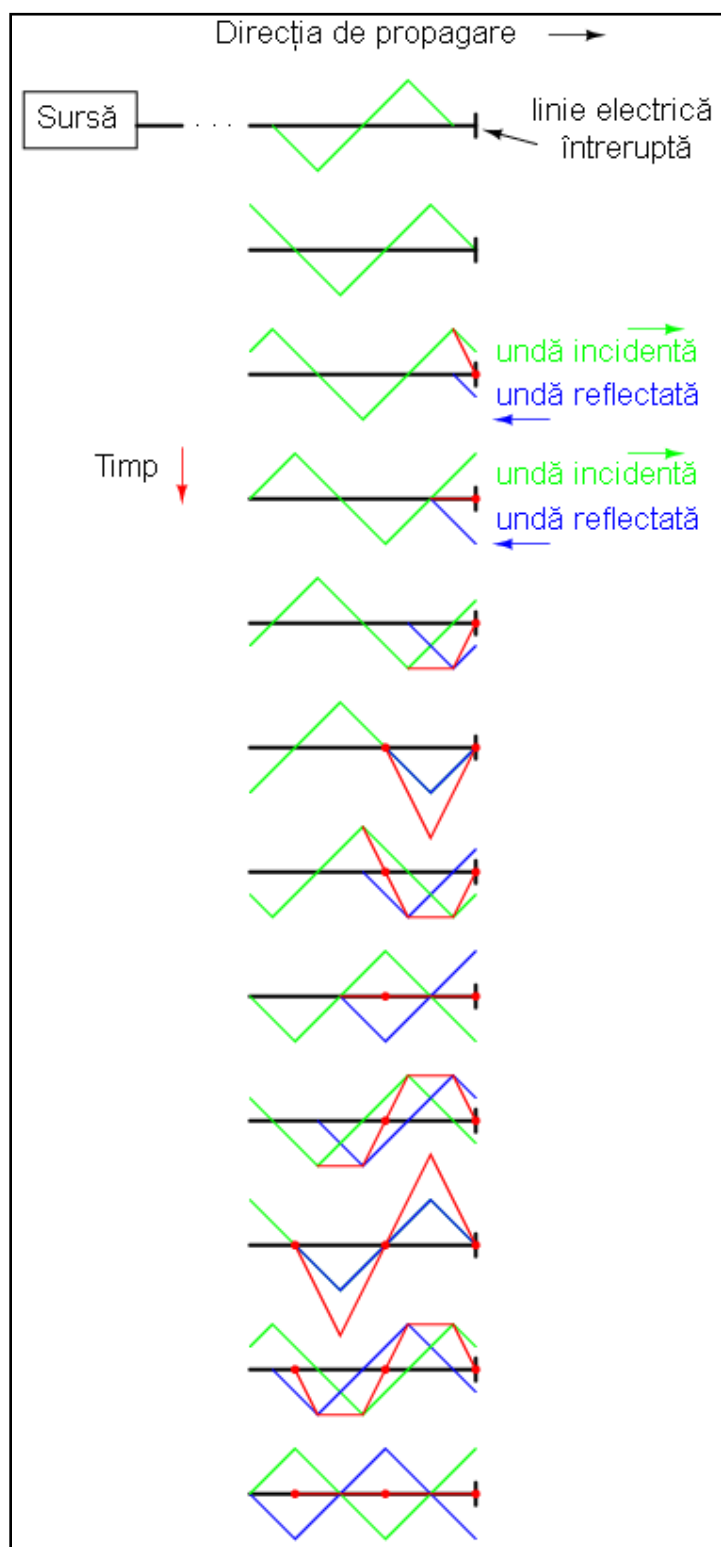
Definiție

De câte ori există o diferență între impedanța caracteristică a liniei și impedanța sarcinii, vor apărea și reflexii ale undelor. Dacă unda incidentă este o formă de undă alternativă, aceste reflexii se vor „amesteca” cu semnalele incidente, iar formele de undă produse poartă numele de forme de undă staționare.

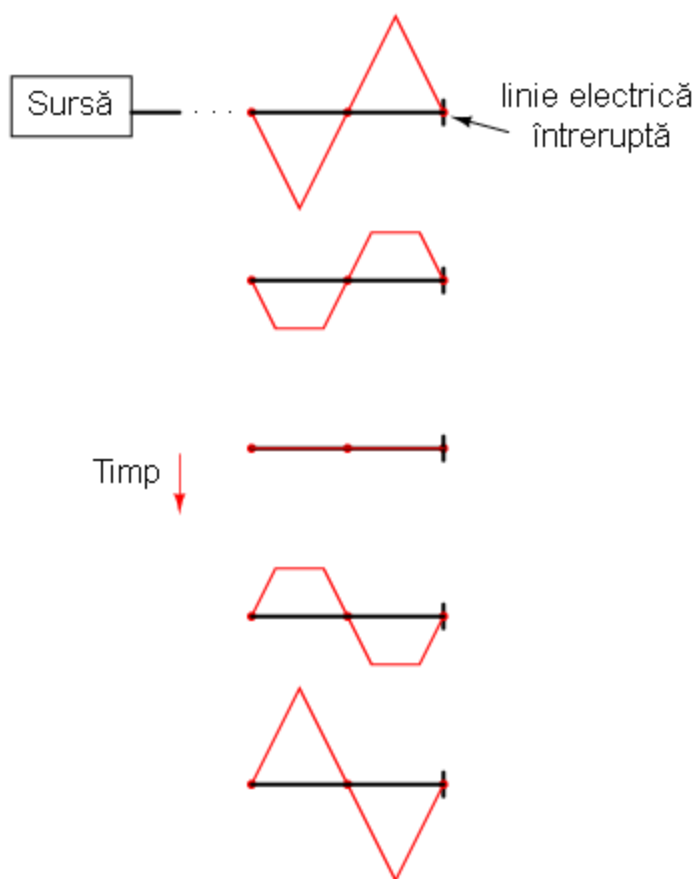
Formarea undelor staționare



Ilustrația alăturată exemplifică modul în care o undă incidentă triunghiulară se transformă într-o reflexie „în oglindă” după ce aceasta ajunge la capătul liniei de transmisie (întrerupte). Linia de transmisie este reprezentată în acest caz doar printr-o singură linie, pentru simplitate. Unda incidentă se deplasează de la stânga la dreapta, iar unda reflectată de la dreapta la stânga.

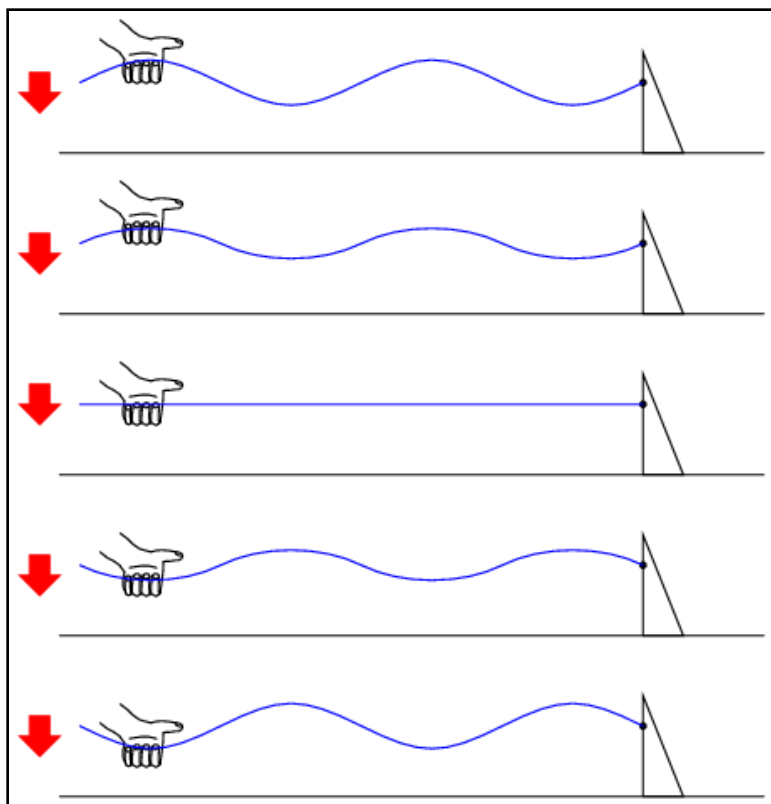


Dacă adăugăm cele două forme de undă, descoperim că în lungul liniei se formează de fapt o a treia formă de undă, staționară.

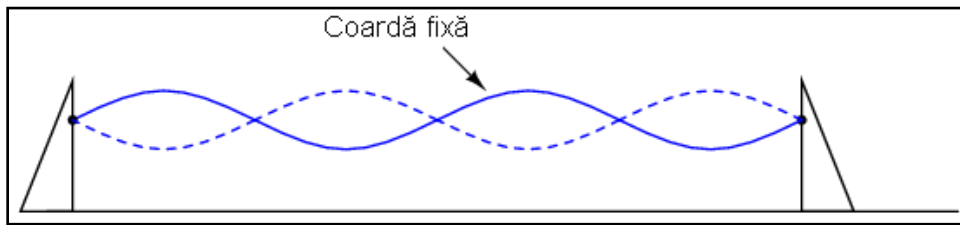


Cea de a treia undă, cea staționară, reprezintă de fapt singura tensiune din lungul liniei, fiind suma undelor incidente și a undelor reflectate. Amplitudinea sa instantanee oscilează, dar unda nu se propagă în lungimea liniei precum celelalte două forme de undă. De observat că punctele de pe linie, ce marchează amplitudinea zero a unei staționare (locul în care unda incidentă și cea reflectată se anulează reciproc), au tot timpul aceeași poziție.

Exemplu



Undele staționare sunt destul de frecvent întâlnite în lumea înconjurătoare. Să considerăm o coardă, legată la un capăt și „scuturată” la celălalt.



Atât nodurile (punctele unde vibrația este foarte mică sau inexistentă), cât și anti-nodurile (punctele unde vibrația este maximă) rămân fixe de-a

lungul corzii. Efectul este și mai pronunțat când capătul liber este mișcat la frecvența corectă. Corzile fixe prezintă același comportament. Diferența majoră este că aceasta vibrează la frecvența sa „corectă” pentru maximizarea efectului undelor staționare.