

Lucrarea nr. 4

Reducerea sistemelor prin transformarea schemelor bloc

1. Considerații teoretice

1.1 Interconectarea obiectelor

Sistemele de reglare automată se prezintă, în majoritatea situațiilor, sub forma unor conexiuni de obiecte orientate.

1.1.1 Conexiunea serie

Două obiecte O_1 și O_2 se consideră interconectate în serie dacă ieșirea primului obiect se aplică la intrarea celui de-al doilea obiect. Intrarea primului obiect devine intrarea ansamblului format din cele două obiecte, iar ieșirea celui de-al doilea obiect devine ieșirea ansamblului.

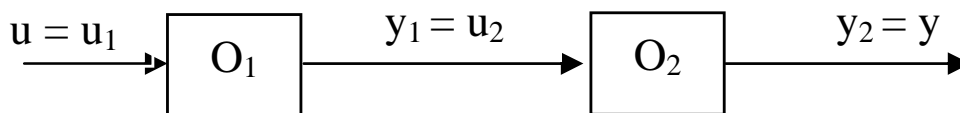


Figura 1

Relația de interconectare: $y_1 = u_2$

Variabile de intrare: $u = u_1$

Variabile de ieșire: $y = y_2$

Funcția de transfer: $H(s) = H_1(s)H_2(s)$ (unde $H_1(s)$ și $H_2(s)$ sunt funcțiile de transfer corespunzătoare celor două obiecte).

1.1.2 Conexiunea paralel

Două obiecte O_1 și O_2 se consideră interconectate în paralel dacă celor două obiecte li se aplică aceeași intrare ($u = u_1 = u_2$) iar ieșirea ansamblului reprezintă suma ieșirilor celor două obiecte ($y = y_1 + y_2$).

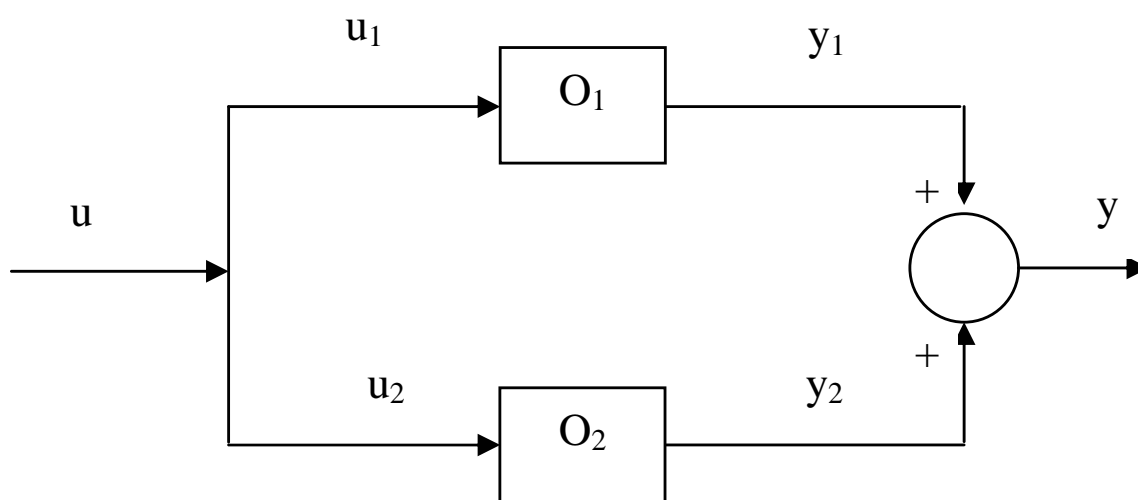


Figura 2

Relațiile de interconectare: $u = u_1 = u_2$; $y = y_1 + y_2$

Variabile de intrare : $u = u_1 = u_2$

Variabile de ieșire : $y = y_1 + y_2$

Funcția de transfer : $H(s) = H_1(s) + H_2(s)$ (unde $H_1(s)$ și $H_2(s)$ sunt funcțiile de transfer corespunzătoare celor două obiecte).

1.1.3 Conexiunea paralel înapoi (opusă)

Două obiecte se consideră interconectate într-o conexiune paralel înapoi (opusă) dacă ieșirea primului obiect se conectează la

intrarea celui de-al doilea obiect iar ieșirea celui de-al doilea obiect se conectează la una dintre intrările primului obiect. Se observă că primul obiect trebuie să aibă cel puțin două intrări (se consideră elementul de comparație integrat în obiectul O_1). Obiectul O_1 formează calea directă iar obiectul O_2 formează calea inversă.

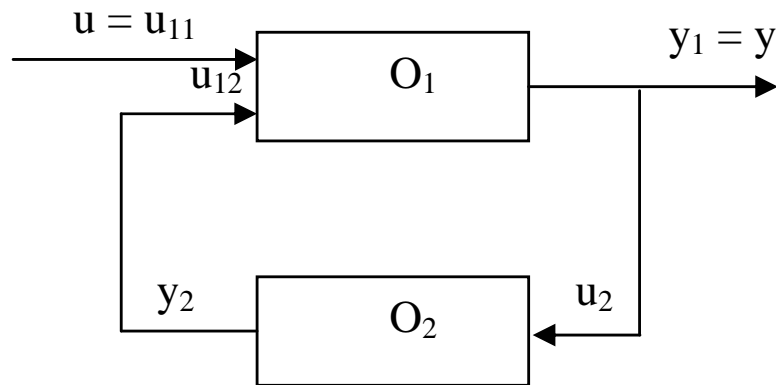


Figura 3

Relații de interconectare : $u_2 = y_1$; $u_{12} = y_2$

Variabile de intrare : $u = u_{11}$

Variabile de ieșire : $y = y_1$

Funcția de transfer : $\mathbf{H(s)} = \frac{\mathbf{H_1(s)}}{1 + \mathbf{H_1(s)H_2(s)}}$ pentru reacție

negativă

$\mathbf{H(s)} = \frac{\mathbf{H_1(s)}}{1 - \mathbf{H_1(s)H_2(s)}}$ pentru reacție

pozitivă

($H_1(s)$ respectiv $H_2(s)$ reprezintă funcțiile de transfer pentru obiectul O_1 respectiv O_2)

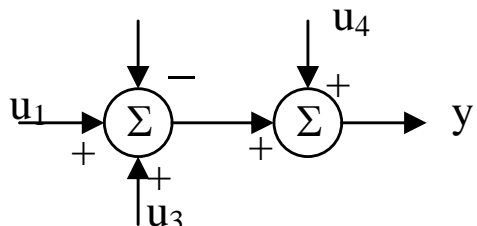
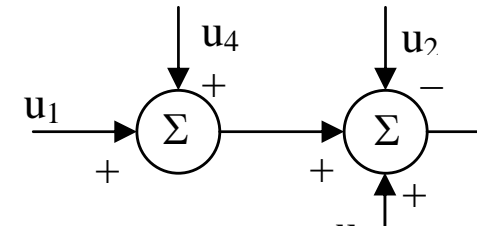
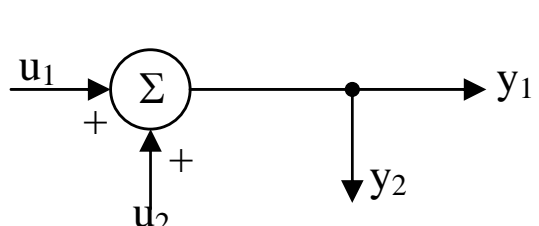
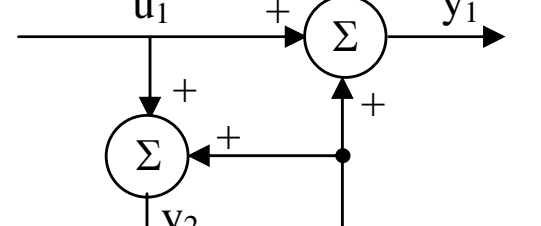
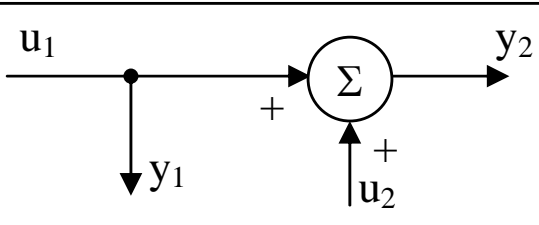
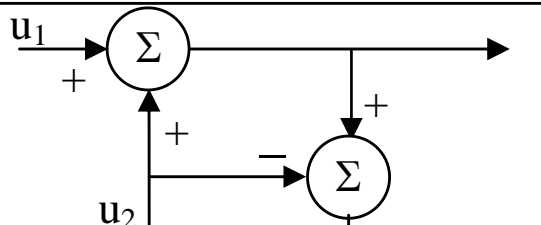
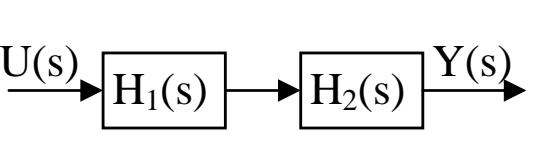
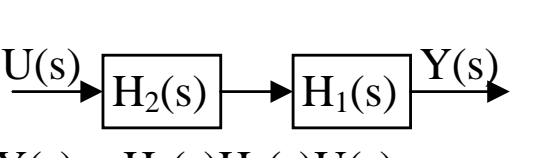
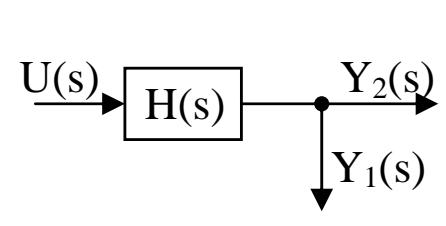
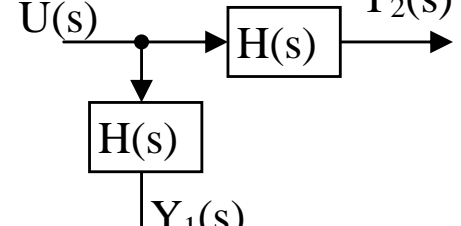
1.2 Transformări structurale ale schemelor bloc

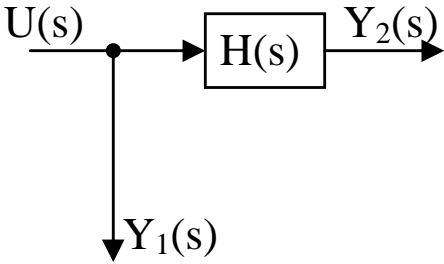
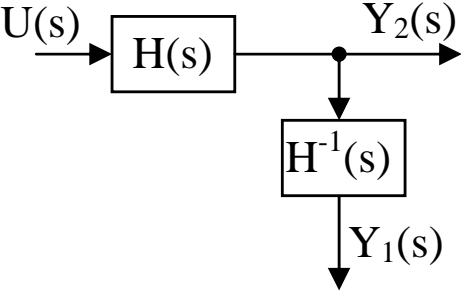
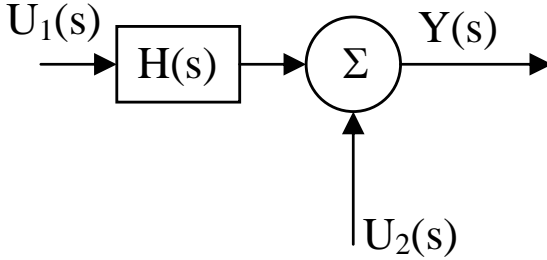
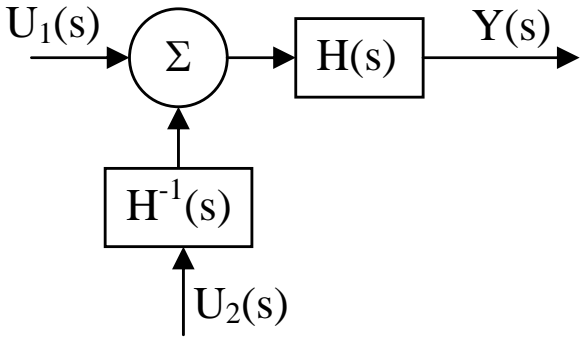
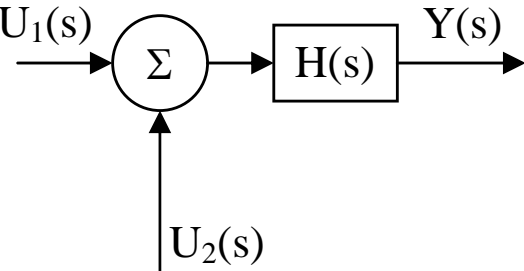
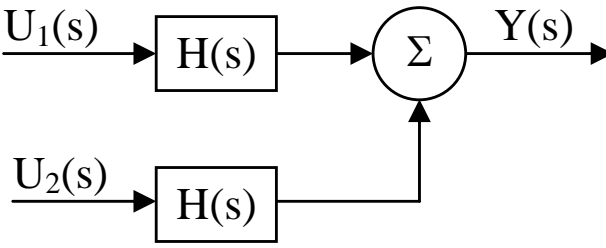
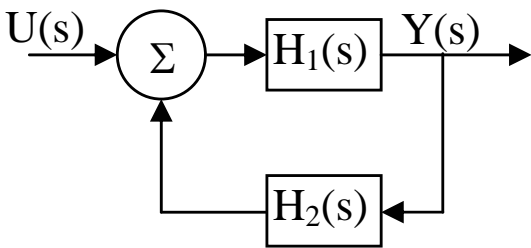
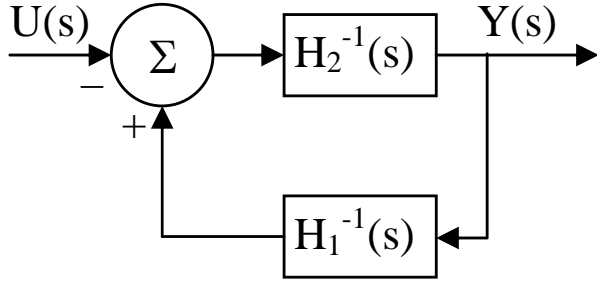
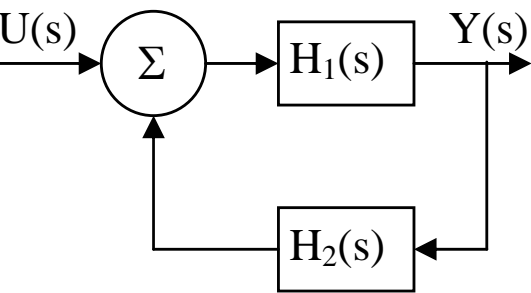
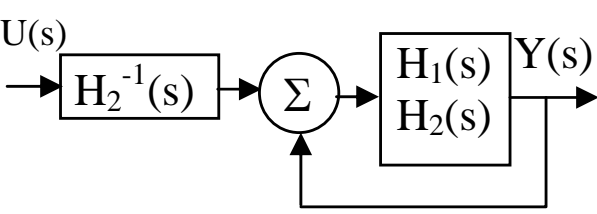
În cazul sistemelor automate cu structuri complexe se pot aplica principiile de reducere a schemelor, prezentate anterior, având posibilitatea de a se determina funcția de transfer intrare – ieșire.

Există situații când în structura sistemului apar legături mai complexe decât cele prezentate anterior (serie, paralel, paralel opus) și în acest caz se vor utiliza transformări (pe care le vom prezenta în tabelul 1) schimbând locul unui nod sau al unui sumator în raport cu alte elemente din schemă.

Metoda de reducere constă în înlocuirea elementelor legate în serie, paralel, paralel înapoi, cu elementele echivalente ale acestora ale căror funcții de transfer se determină cu formulele precizate anterior. Se va reduce schema până la obținerea unui singur element având ca intrare, respectiv ieșire, chiar intrarea, respectiv ieșirea sistemului inițial.

Așa cum am mai spus apare de foarte multe ori necesitatea schimbării unor elemente în schemele structurale sau a poziției unor noduri în vederea evitării legăturilor încrucișate. Prezentăm în tabelul 1 câteva principii de bază:

Nr. crt.	Schema inițială	Schema echivalentă
1	 $y = u_1 - u_2 + u_3 + u_4$	 $y = u_1 + u_4 + u_3 - u_2$
2	 $y_1 = y_2 = u_1 + u_2$	 $y_1 = y_2 = u_1 + u_2$
3	 $y_1 = u_1$ $y_2 = u_1 + u_2$	 $y_2 = u_1 + u_2$ $y_1 = y_2 - u_2 = u_1$
4	 $Y(s) = H_1(s)H_2(s)U(s)$	 $Y(s) = H_2(s)H_1(s)U(s)$
5		

Nr. crt.	Schema inițială	Schema echivalentă
6		
7		
8		
9		
10		

2. Exemplu de calcul

Să se determine componentele matricei de transfer pentru sistemul de mai jos, prin transformarea schemelor bloc :

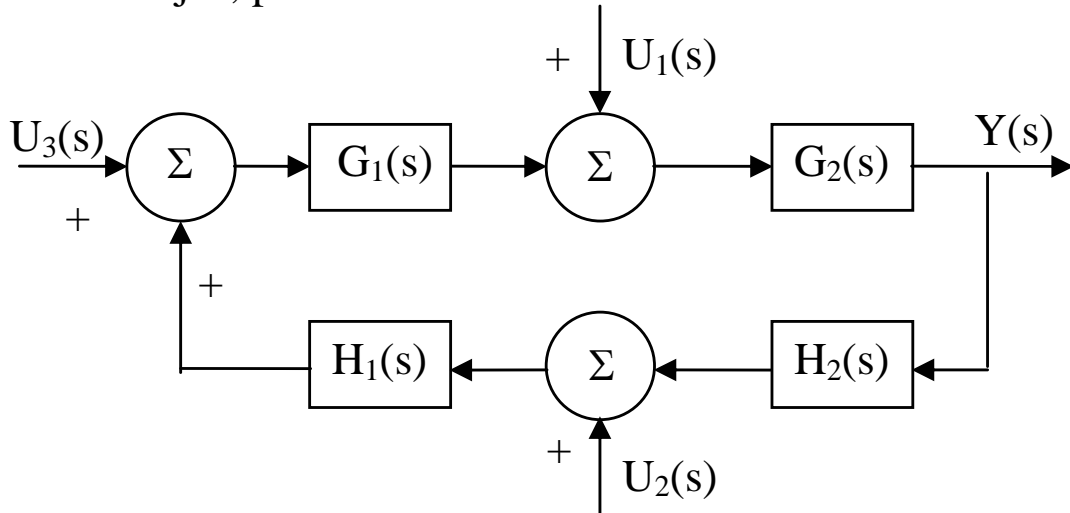


Figura 4

Rezolvare :

Întrucât sistemul dat are mai multe intrări înseamnă că i se va atașa o matrice de transfer de forma:

$$H(s) = [H_{11}(s), H_{12}(s), H_{13}(s)]$$

unde:

$$H_{11}(s) = \left. \frac{U_1(s)}{Y(s)} \right|_{U_2(s)=U_3(s)=0} \quad (\text{adică funcția de transfer})$$

corespunzătoare intrării U_1 și ieșirii Y , atunci când $U_2(s)=U_3(s)=0$);

$$H_{12}(s) = \left. \frac{U_2(s)}{Y(s)} \right|_{U_1(s)=U_3(s)=0} \quad (\text{adică funcția de transfer})$$

corespunzătoare intrării U_2 și ieșirii Y , atunci când $U_1(s)=U_3(s)=0$);

$$H_{13}(s) = \left. \frac{U_3(s)}{Y(s)} \right|_{U_1(s)=U_2(s)=0} \quad (\text{adică funcția de transfer})$$

corespunzătoare intrării U_3 și ieșirii Y , atunci când $U_1(s)=U_2(s)=0$).

Luăm $u_1(t)$ ca semnal de intrare și $y(t)$ semnal de ieșire pentru sistemul dat. Acestui sistem îi corespunde funcția de transfer $H_{11}(s)$.

Refacem structura sistemului de mai sus având de data aceasta intrarea $U_1(s)$ și ieșirea $Y(s)$. Considerăm $U_2(s) = U_3(s) = 0$. Schema echivalentă va fi :

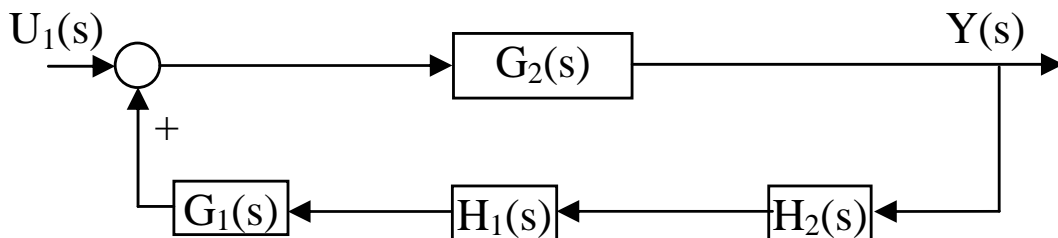


Figura 5

Deci structura noastră a devenit o conexiune paralel opusă cu reacție pozitivă. Pe calea inversă (de reacție) avem o conexiune serie formată din trei obiecte.

Ceea ce avem de făcut acum este să reducem structura noastră la o structură de forma :

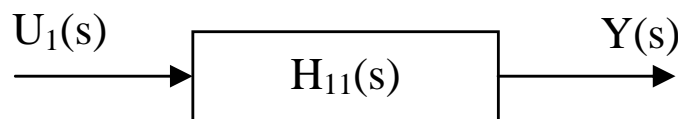


Figura 6

Pentru aceasta vom face reduceri succesive, ținând cont de teoria studiată la conexiunile serie și paralel opus.

Mai întâi înlocuim cele trei obiecte plasate pe calea de reacție (și care sunt conectate în serie) printr-un obiect echivalent.

Schema noastră inițială, devine:

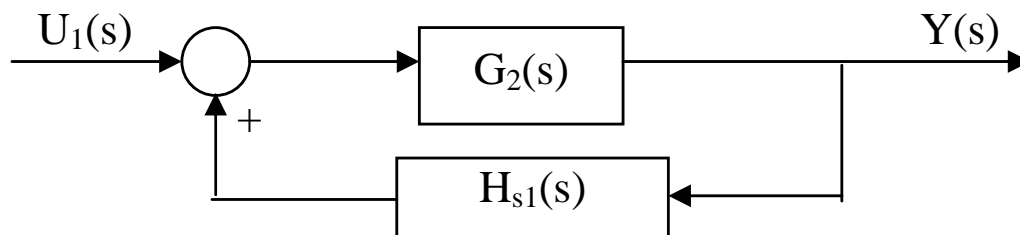


Figura 7

unde $H_{s1}(s) = H_2(s) \cdot H_1(s) \cdot G_1(s)$

Se observă că deja am ajuns la cazul simplu, cunoscut, de structură paralel opus având pe calea directă obiectul cu funcția de transfer $G_2(s)$ și având pe calea de reacție obiectul cu funcția de transfer $H_{s1}(s)$.

Deci schema devine:

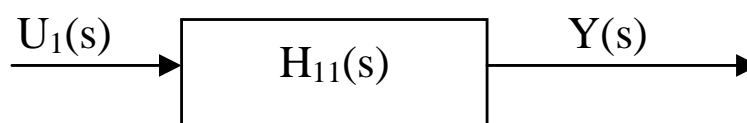


Figura 8

unde $H_{11}(s) = \frac{G_2(s)}{1 - G_1(s)G_2(s)H_1(s)H_2(s)}$

Aceasta este funcția de transfer a sistemului echivalent având intrarea U_1 și ieșirea Y .

Studiem acum cazul în care U_2 este intrarea în sistem și Y ieșirea și considerăm $U_1(s) = U_3(s) = 0$. Acestui sistem îi corespunde funcția de transfer $H_{12}(s)$.

Structura devine:

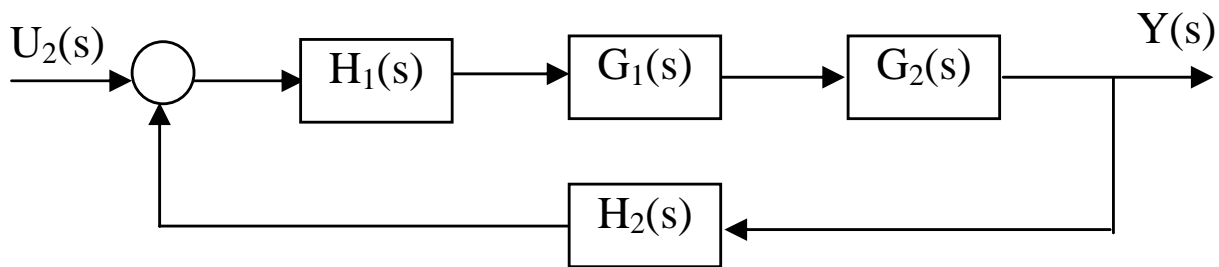


Figura 9

Ceea ce este echivalent cu:

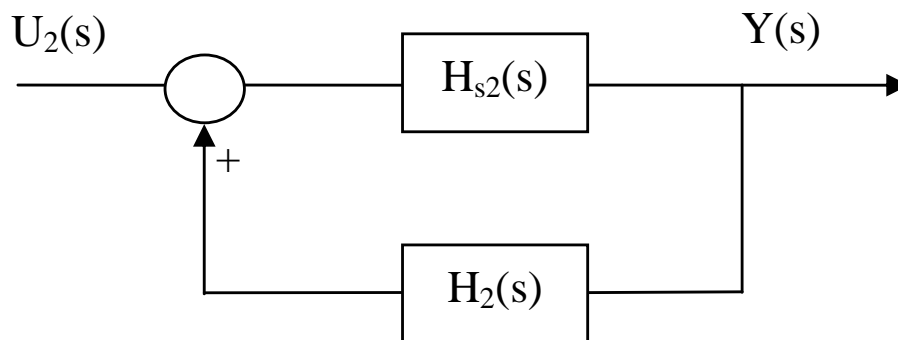


Figura 10

unde: $H_{s2}(s) = H_1(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)$

După ultima reducere vom avea structura :

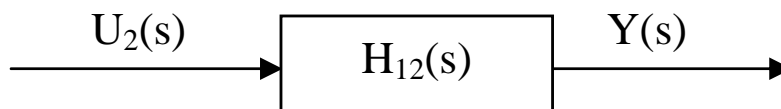


Figura 11

$$\text{Unde: } H_{12}(s) = \frac{H_{s2}(s)}{1 - H_2(s) \cdot H_{s2}(s)}$$

$$\text{Deci: } H_{12}(s) = \frac{H_1(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 - H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

Pentru U_3 intrare si Y ieșire vom avea:

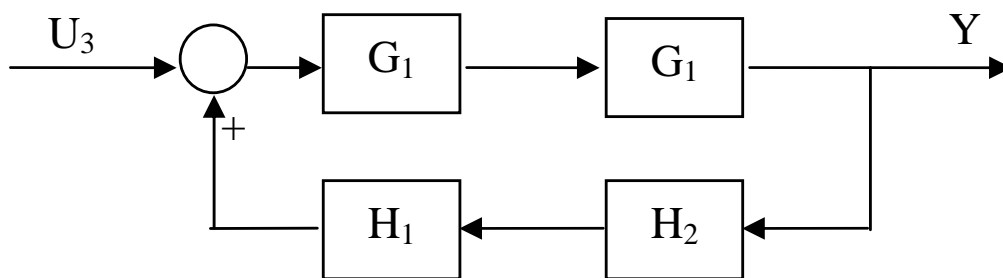


Figura 12

Ceea ce este echivalent cu schema următoare:

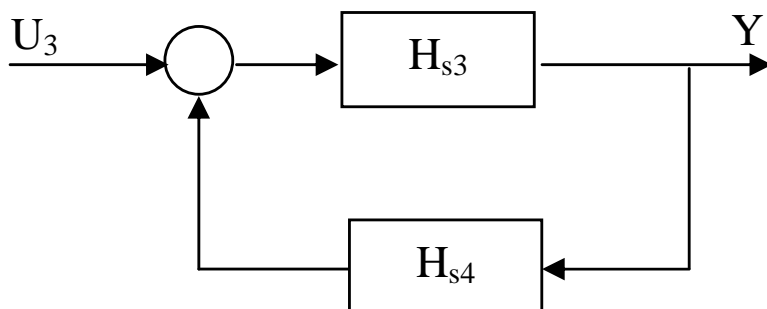


Figura 13

$$H_{s3}(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

$$H_{s4}(s) = H_1(s) \cdot H_2(s)$$

Schema devine echivalentă cu :

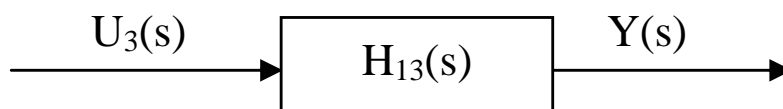


Figura 14

$$H_{13}(s) = \frac{G_1(s) \cdot G_2(s)}{1 - H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s)}$$

Prezentăm în continuare un program, realizat în Matlab, prin care se va simula răspunsul la intrare treaptă, pentru sistemul anterior,

dar presupunem că avem doar o singură intrare. Alegem cazul când U_1 este intrarea sistemului ($U_2=U_3=0$) și presupunem că:

$$H_1(s) = \frac{1}{s+2}, \quad H_2(s) = \frac{1}{s}, \quad G_1(s) = \frac{1}{s+3}, \quad G_2(s) = \frac{s+5}{s+4}$$

$$U(s) = \frac{1}{s} \quad (\text{s-a presupus ca semnalul aplicat la intrare este un}$$

semnal treaptă unitate)

Secvența de comenzi MATLAB este :

```
ng1=1
dg1=[1 3]
ng2=[1 5]
dg2=[1 4]
nh1=1
dh1=[1 2]
nh2=1
dh2=[1 0]
[ag1,bg1,cg1,dg1]=tf2ss(ng1,dg1)
[ag2,bg2,cg2,dg2]=tf2ss(ng2,dg2)
[ah1,bh1,ch1,dh1]=tf2ss(nh1,dh1)
[ah2,bh2,ch2,dh2]=tf2ss(nh2,dh2)
[as1,bs1,cs1,ds1]=series(ah2,bh2,ch2,dh2,ah1,bh1,
,ch1,dh1)
[as,bs,cs,ds]=series(as1,bs1,cs1,ds1,ag1,bg1,cg1,
,dg1)
[a,b,c,d,]=feedback(ag2,bg2,cg2,dg2,as,bs,cs,ds,
+1)
```

```
[num,den]=ss2tf(a,b,c,d)
t=0 :0.1 :10 ;
y=step(num,den,t)
plot(t,y)
```

Întrucât în cadrul programului au fost folosite comenzi Matlab care nu au mai fost utilizate anterior, vom face o scurtă prezentare a lor:

- comanda

```
[a,b,c,d]:series(a1,b1,c1,d1,a2,b2,c2,d2).
```

Se folosește atunci când două blocuri $S_1(a_1, b_1, c_1, d_1)$ și $S_2(a_2, b_2, c_2, d_2)$ sunt legate și serie și se calculează (a, b, c, d) pentru un sistem echivalent.

- comanda

```
[a,b,c,d]=feedback(ad,bd,cd,dd,ar,br,cr,dr,sgn).
```

Calculează a, b, c, d pentru conexiunea paralel înapoi a două obiecte.

S-a presupus că obiectul de pe calea directă este reprezentat prin ad, bd, cd, dd , iar obiectul de pe calea de reacție este reprezentat prin ar, br, cr, dr .

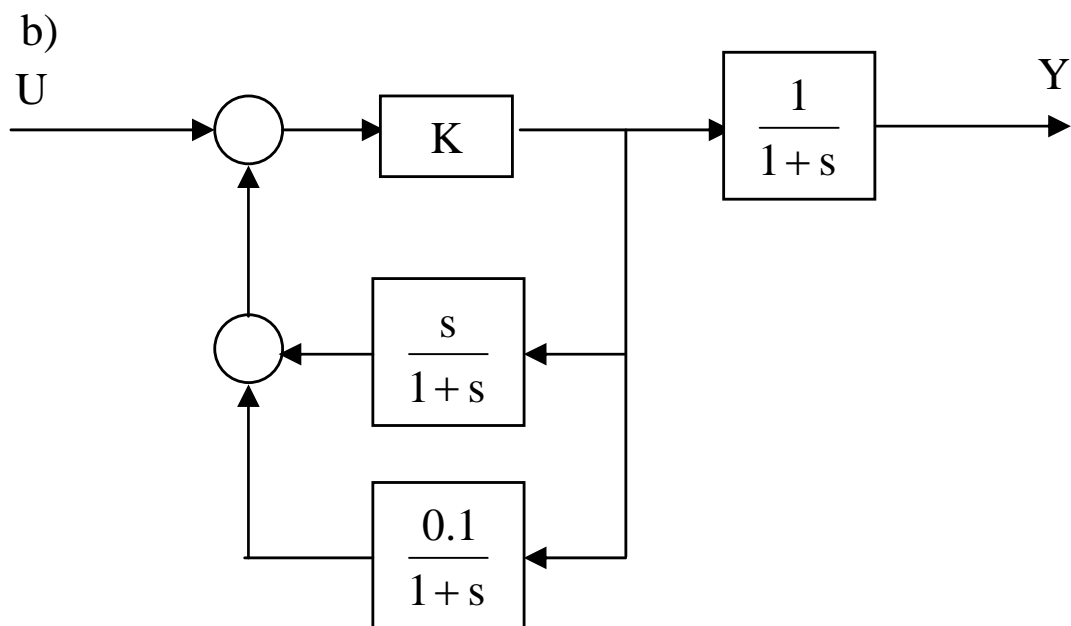
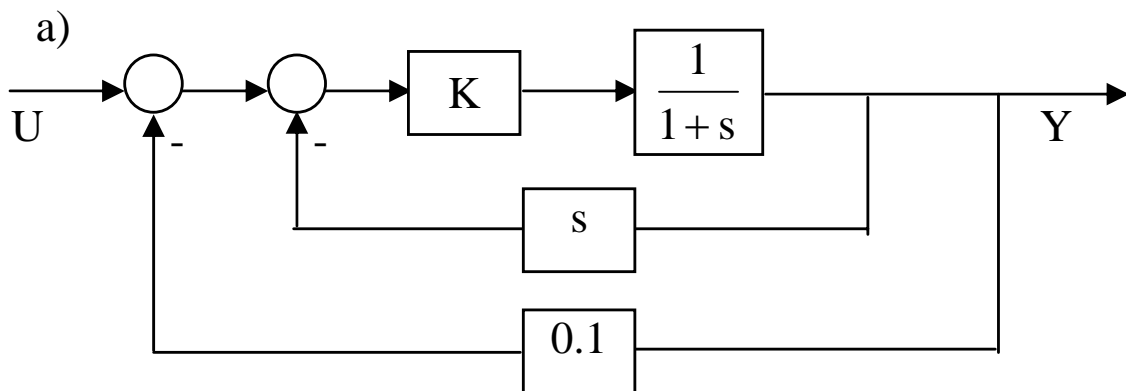
Sgn este semnul reacției. Dacă nu se specifică implicit este -1 .

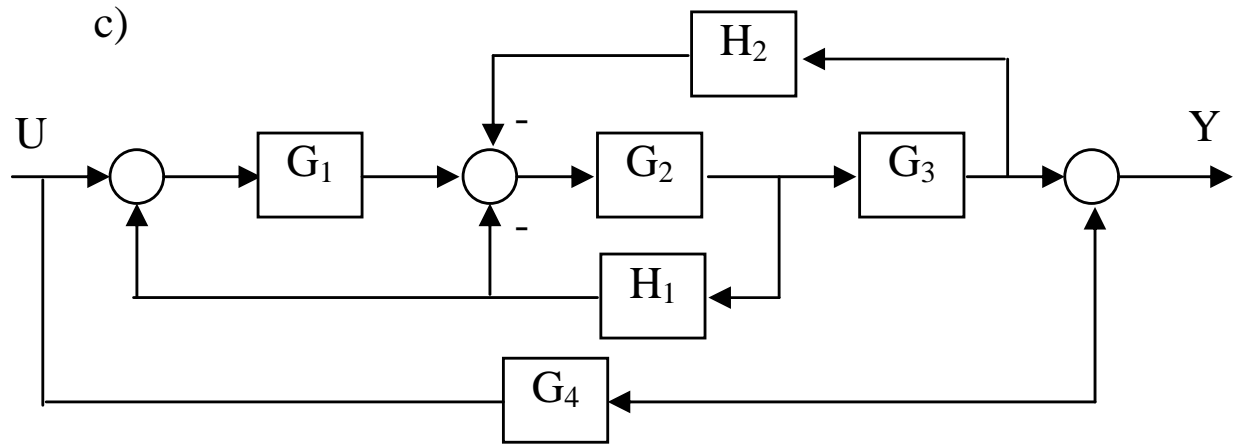
Aceeași simulare poate fi realizată, mult mai simplu, utilizând simulink-ul.

3. Temă pentru laborator

Să se determine componentele matricei de transfer pentru sistemele de mai jos prin transformarea schemelor bloc.

Pentru sistemul echivalent să se afle răspunsurile la intrare treaptă, rampă, sinusoidal și să se realizeze simularea acestora pentru diverse valori ale parametrului k .





$$G_1 = \frac{1}{s}, \quad H_2 = \frac{s+1}{s+2}, \quad G_2 = k, \quad G_3 = \frac{s+5}{(s+2)(s+3)},$$

$$H_1 = \frac{1}{s+2}, \quad G_4 = \frac{1}{s-2}$$