

Semnale si analiza de semnal

Sef Luc. Drd. Petru COTFAS

CURS 7

Filtrarea semnalelor
Generarea semnalelor
Modularea semnalelor

Filtrarea semnalelor

- ❑ Procesul de filtrare altereaza continutul de frecventa a unui semnal
- ❑ Exista doua aplicatii comune a filtrarii:
 - Eliminarea zgomotului
 - Decimarea – filtrarea trece jos si reducerea ratei de esantionare
- ❑ Filtrarea presupune separarea semnalului de interes (util) de semnalul brut (semnalul ingropat in zgomot)
- ❑ Filtrarea liniara clasica presupune:
 - continutul semnalului de interes este distinct de restul semnalului in domeniul frecventei

Filtrarea semnalelor

- ❑ Filtru analog are si la intrare si la iesire semnal analog, $x(t)$ respectiv $y(t)$
- ❑ $x(t)$ si $y(t)$ sunt functii continue de t si pot sa aiba o infinitate de valori
- ❑ Filtrele analogice necesita cunostinte matematice avansate si intelegerea proceselor implicate in sistemul care afecteaza filtru
- ❑ Datorita uneltelor moderne de digitalizare si de procesare de semnal se pot introduce filtrele digitale in locul celor analogice

Filtrarea semnalelor

- Filtrele digitale sunt utile in aplicatii care necesita flexibilitate si programabilitate
 - Audio
 - Telecomunicatii
 - Monitorizare medicala

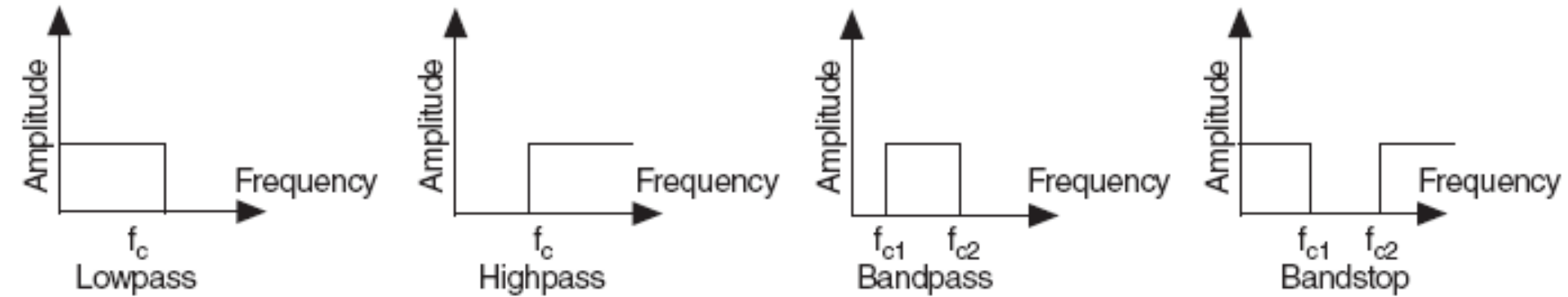
Avantajele filtrării digitale

- ❑ Sunt programabile din soft
- ❑ Necesita doar operații aritmetice: înmulțiri, adunări și scăderi
- ❑ Nu există drift cu temperatura sau umiditatea sau componente precise
- ❑ Nu sunt dependente de timp (uzură)
- ❑ Prezintă o rată cost performanță mai bună decât cele analogice

Tipuri de filtre digitale

1. Filtre cu raspuns finit la impuls RFI
 2. Filtre cu raspuns infinit la impuls RII
 3. Filtre neliniare
- Raspunsul la impuls a unui filtru este raspunsul filtrului la un semnal impuls si depinde de valoarea la care opereaza filtru

Tipuri de filtre digitale



Filtre ideale

Tipuri de filtre digitale

- Iesirea unui filtru RFI depinde doar de valorile de intrare curente si trecute
- Iesirea dintr-un filtru RII depinde valorile de iesire curente si trecute precum si de valorile de iesire curente si trecute

Tipuri de filtre digitale

- Consideram un registru de vanzari pentru care avem:
 - $x[k]$ – costul produsului curent intrat in registrul
 - $x[k-1]$ – pretul produsului precedent
 - $1 \leq k \leq N$
 - N numarul total de produse din regidtru
- Operatii realizate in registru
 - Se aduna costul fiecarui produs pentru a obtine totalul $y[k]$
 - Ecuatia de calcul a lui $y[k]$ este:
 $y[k] = x[k] + x[k-1] + \dots + x[1] \Rightarrow$ totalul pentru cele N produse este $y[N]$
 - $y[k]$ reprezinta totalul primelor k produse \Rightarrow
 $y[k] = y[k-1] + x[k]$
 - Adaugarea unei taxe de 8.25% modifica ecuatiile de mai sus astfel:
 $y[k] = 1.0825x[k] + 1.0825x[k-1] + \dots + 1.0825x[1] \quad (1)$
 $y[k] = y[k] + 1.0825x[k] \quad (2)$
- Ec. (1) descrie registru numai in termeni de intrare in timp ce ec. (2) descrie registru in termeni de intrare si iesire
- Ec. (1) este o operatie nerecursiva (RFI) in timp ce ec. (2) descrie o operatie recursiva (RII)
- In cazul utilizarii ecuatiilor (1) si (2) pentru filtre, acestea sunt ecuatii diferite

Tipuri de filtre digitale

- Daca se aplica la intrarea unui filtru RFI un impuls (si in rest toate subsecventele sunt 0) atunci iesirea din RFI va deveni 0 dupa un timp finit (finit). Timpul necesar pentru ca iesirea filtrului sa ajunga la 0 este dependent de numarul coeficientilor filtrului
- Pentru RII iesirea nu ajunge niciodata la 0 => este infinit

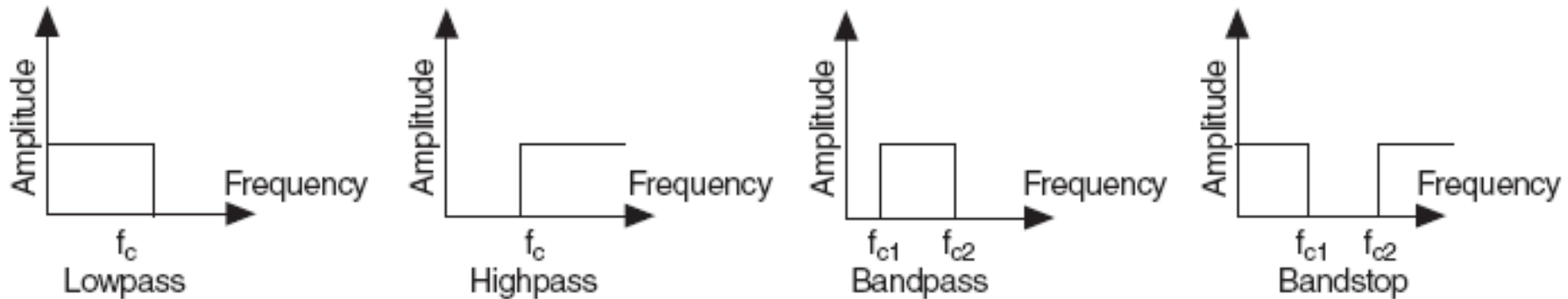
Coeficientii filtrului

- ❑ Constantele din ec. (1) reprezinta coeficientii filtrului
- ❑ Pentru filtru RII, din ecuatie (2) coeficientii lui $x[k]$ se numesc coeficienti de intrare iar cei pentru $y[k]$ coeficientii de intoarcere (iesire)

Caracteristicile filtrelor ideale

- Pentru filtrele ideale se pot specifica domeniul exact al frecventelor care trec si care sa fie blocate
- Tipuri de filtre
 - Filtru trece jos
 - Filtru trece sus
 - Filtru trece banda
 - Filtru opreste banda

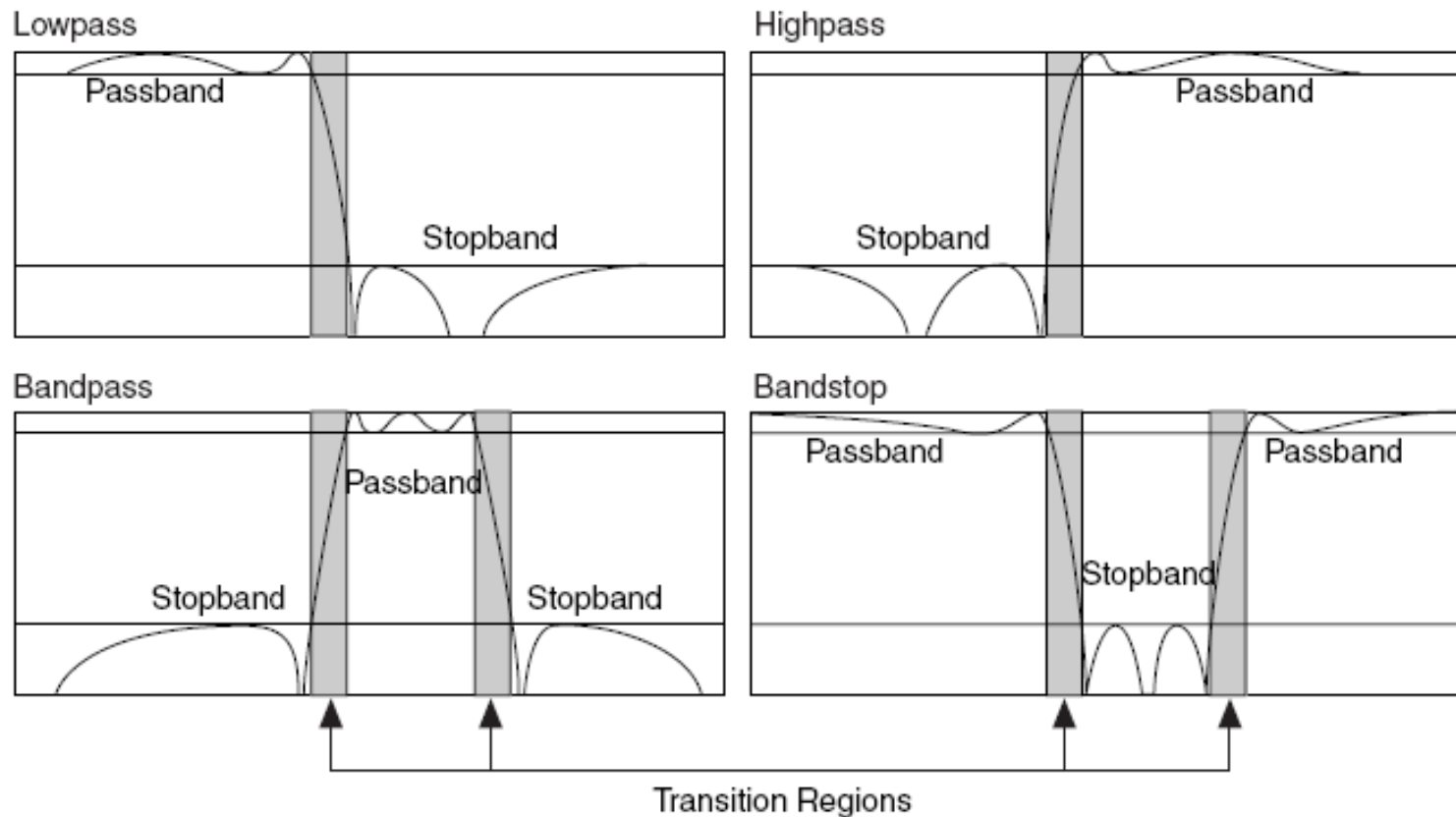
Caracteristicile filtrelor ideale



- ❑ Frecventele f_c , f_{c1} , f_{c2} reprezinta frecventele de taiere pentru filtre
- ❑ Filtrele ideale au castigul 1 (0dB) pentru banda de trecere iar in banda de blocare castigul este 0 ($-\infty$ dB)

Filtrele reale

- In cazul filtrelor reale caracteristica prezinta o banda finita de tranzitie



Oscilatiile in banda de trecere si atenuarea in bada de blocare

- ❑ Variatiile care apar in banda de trecere de la 0 la -3 dB se numesc oscilatii
- ❑ In pactica, atenuarea filtrului in banda de blocare nu poate fi infinita (trebuie specificata atenuarea minima)
- ❑ Masurarea celor doua caracteristici se face in dB

$$dB = 20 \log \left(\frac{A_o(f)}{A_i(f)} \right) \quad (3)$$

- ❑ $A_i(f)$ este amplitudinea semnalului la la frecventa f inainte de filtrare iar $A_o(f)$ dupa filtrare

Oscilatiile in banda de trecere si atenuarea in bada de blocare

- Calculandu-se ratia de transfer cu relatia (3) se poate verifica cat de apropiata este caracteristica filtrului real de cea a filtrului ideal
- Daca oscilatia pentru banda de trecere este de $-0.02 \text{ dB} \Rightarrow$

$$-0.02 = 20 \log \left(\frac{A_o(f)}{A_i(f)} \right) \Rightarrow$$

$$\frac{A_o(f)}{A_i(f)} = 10^{-0.001} = 0.9977$$

- \Rightarrow rezultatul este apropiat de $\sim 1 \Rightarrow$ este apropiata de caracteristica unui filtru ideal

Rata de esantionare

- ❑ Este importanta pentru operatia de filtrare
- ❑ Este dictata de componenta de frecventa maxima a semnalului studiat
- ❑ In general trebuie sa fie de 10 ori mai mare decat componenta de frecventa maxima
- ❑ In cazul in care frecventa de taiere este apropiata de DC sau de frecventa Nyquist
 - $\sim f_{\text{Nyquist}}$ trebuie marita rata de esantionare
 - $\sim f_{\text{DC}}$ trebuie micorata rata de esantionare

Filtrele RFI

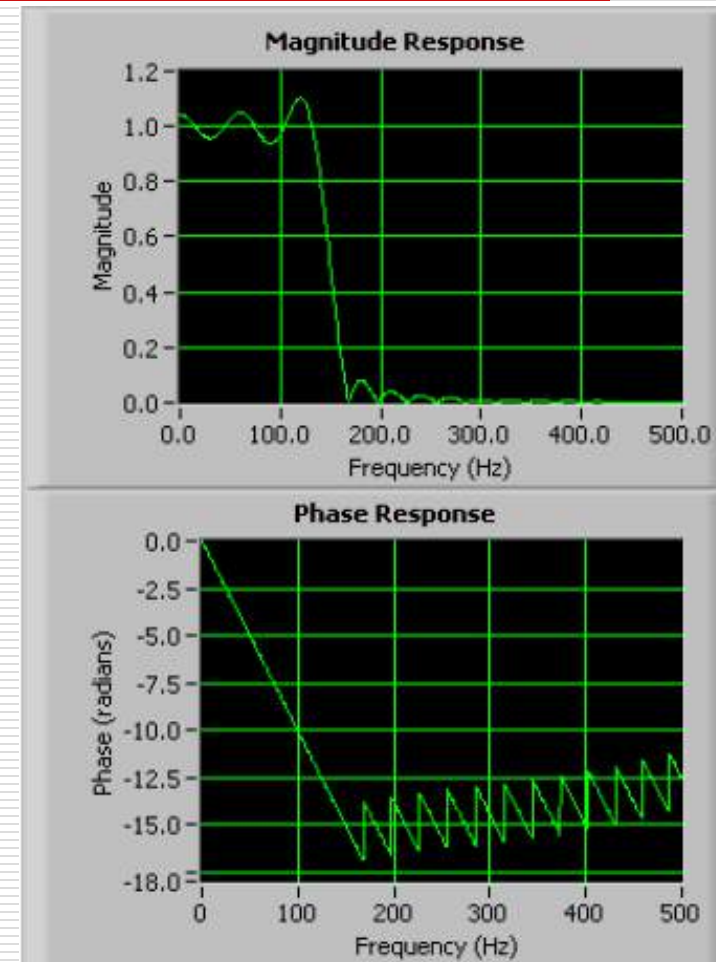
- ❑ Filtru digital cu raspuns finit la impuls
- ❑ Opereaza doar cu valorile de intrare curente si trecute
- ❑ Simplu de implementat
- ❑ Denumit si filtru nerecursiv, filtru de convolutie
- ❑ Realizeaza convolutia dintre coeficientii filtrului si o secventa a valorilor de intrare rezultand acelasi numar de secvente de iesire:

$$y_i = \sum_{k=0}^{n-1} h_k x_{i-k} \quad (5)$$

- ❑ Unde x este secventa de intrare, y este secventa filtrata, iar h reprezinta coeficientii filtrului

Filtrele RFI

- ❑ Se obtine un raspuns in faza liniar
- ❑ Este stabil
- ❑ Permite filtrarea prin utilizarea convolutiei
- ❑ Discontinuitatile din raspunsul in faza se datoreaza discontinuitatilor introduse de utilizarea pentru calcul a valorilor absolute pentru calcularea raspunsului in amplitudine
- ❑ Discontinuitatile in faza sunt de ordinul lui π



Filtrele RII

- ❑ Filtru recursiv
- ❑ Operaza cu valorile de intrare curente si trecute si cu valorile de iesire curente si trecute
- ❑ Teoretic raspunsul la impuls nu atinge valoarea 0 niciodata (raspuns infinit)
- ❑ Ecuatia generala care caracterizeaza un filtru RII

$$y_i = \frac{1}{a_0} \left(\sum_{j=0}^{N_b-1} b_j x_{i-j} - \sum_{k=1}^{N_a-1} a_k y_{i-k} \right) \quad (4)$$

- ❑ Cu
 - b_j – coeficientii de intrare in numar de N_b
 - a_k – coeficientti de iesire in numar de N_a
- ❑ In general coeficientul a_0 se considera 1
- ❑ In practica, raspunsul la impuls pentru filtrele RII stabile scade catre 0 intr-un numar finit de pasi

Filtrele RII

- ❑ Si filtrele RII prezinta oscilatii in banda de trecere sau cea de blocare sau in ambele
- ❑ Are un raspuns neliniar in faza
- ❑ Functia de transfer in forma directa a unui filtru RII este:

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_{N_b-1} z^{-(N_b-1)}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{N_a-1} z^{-(N_a-1)}} \quad (6)$$

- ❑ Filtrele obtinute prin implementarea directa a acestei ecuatii convertind-o la ecuatia generala a filtrelor RII se numesc filtre in forma directa
- ❑ Aceste filtre sunt foarte sensibile la erorile introduse de cuantizarea coeficientilor si de precizia de calcul
- ❑ Stabilitatea scade cu lungimea sirului de coeficienti

Filtrele RFI

- Aceasta sensibilitate a filtrelor la erori poate fi micșorată prin împartirea formei directe a funcției de transfer în secțiuni de ordin mai mic (stadii ale filtrului), ca ratii a transformatei z :

$$H(z) = \prod_{k=1}^{N_s} \frac{b_{0k} + b_{1k}z^{-1} + b_{2k}z^{-2}}{1 + a_{1k}z^{-1} + a_{2k}z^{-2}} \quad (7)$$

- Unde $N_s = [N_a/2]$ cu $N_a \geq N_b$



- Implementarea fiecarui stadiu a filtrului cu forma directă de ordinul doi

Filtrele RFI

- Daca exista n esantioane in secventa de intrare, operatia de filtrare are urmatoarea forma:

$$y_0[i] = x[i]$$

$$s_k[i] = y_{k-1}[i-1] - a_{1k}s_k[i-1] - a_{2k}s_k[i-2], \quad k=1,2,\dots,N_s$$

$$y_k[i] = b_{0k}s_k[i] + b_{1k}s_k[i-1] + b_{2k}s_k[i-2], \quad k=1,2,\dots,N_s$$

pentru fiecare esantion $i=0,1,\dots,n-1$

s_k stari interne pentru fiecare stadiu a filtului

- Pentru filtrele cu o singura frecventa de taiere se folosesc filtre cu stadii de ordin doi (filtre trece jos sau trece sus), iar pentru cele cu doua frecvente de taiere se folosesc cu filtre cu stadii de ordin 4 (filtre trece banda sau opreste banda)

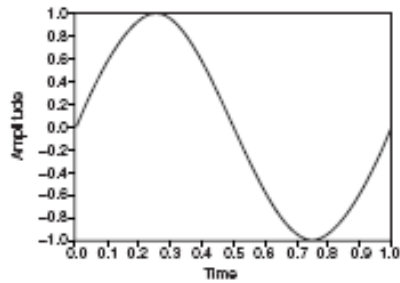
Tipuri de filtrele RFI

- ☐ Filtru Butterworth
- ☐ Filtru Cebisev
- ☐ Filtru Cibisev II (Cebisev invers
- ☐ Filtru eliptic
- ☐ Filtru Bessel

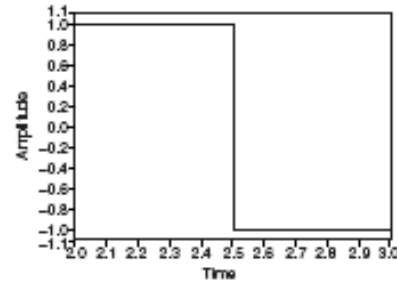
Generarea de semnal

- Este foarte importanta in sistemele de testare si masurare
- Cele mai utilizate tipuri semnale de test sunt:
 - semnale sinusoidale
 - semnale dreptunghiulare
 - semnale triunghiulare
 - semnale dinte de fierastrau
 - semnale sub diferite forme de zgomot
 - semnale multiton

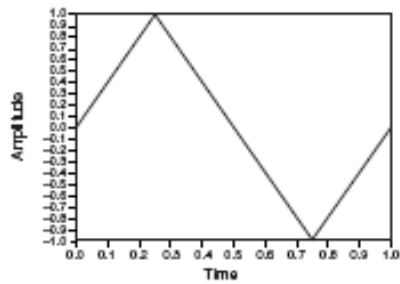
Generarea de semnal



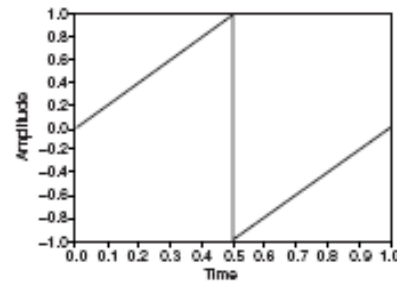
①



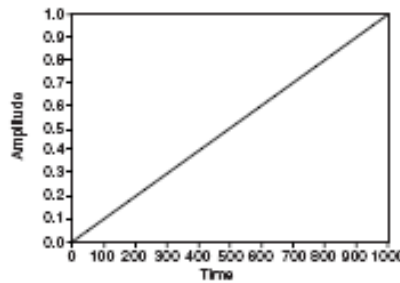
②



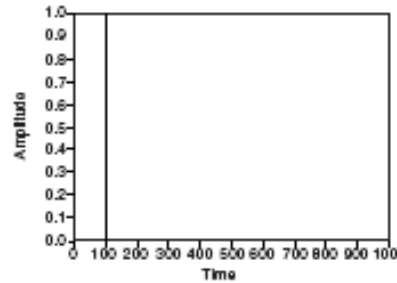
③



④



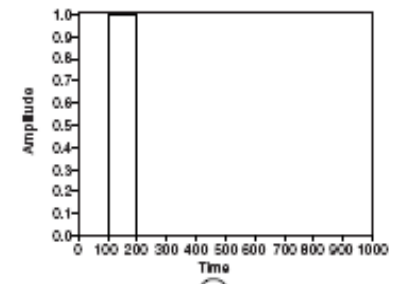
⑤



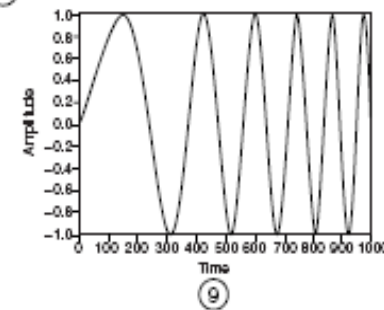
⑥



⑦



⑧



⑨

7 Sinc

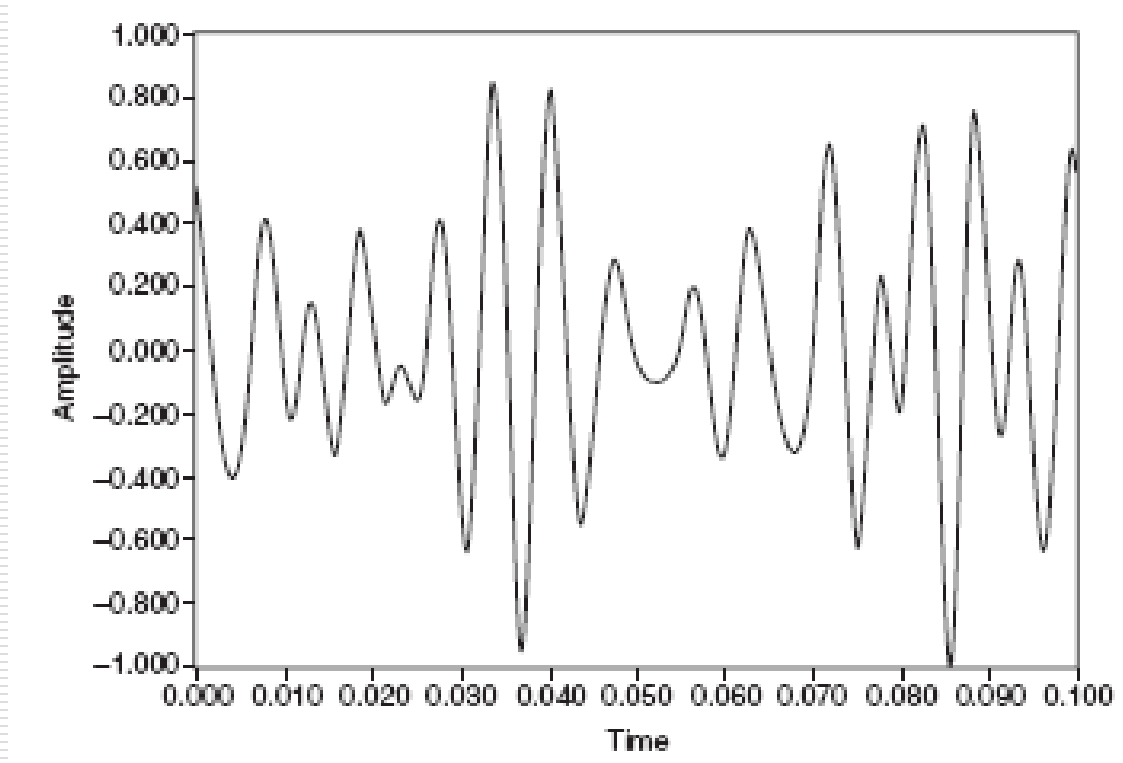
8 Pulse

9 Chirp

Generarea de semnal

- Raspunsul in frecventa a diverselor circuite studiate se face prin stimularea acestora cu o multime de semnale de frecvente diferite
- Se face prin semnale multiton – reprezinta superpozitia a mai multor semnale sinusoidale sau tonuri, fiecare avand amplitudinea, faza si frecventa distincte.
- In general semnalele multiton sunt create astfel incat un numar intreg de cicli a fiecarui ton sa fie continut in semnal
- Generarea de faza se face, pentru generarea de multiton, astfel:
 - Variind diferenta de faza intre tonurile de frecventa adiacenta liniar de la 0 la 360 de grade
 - Variind faza tonurilor aleator (este mai putin sensibil la distorsiunile de faza)

Generarea de semnal



Generarea de semnal

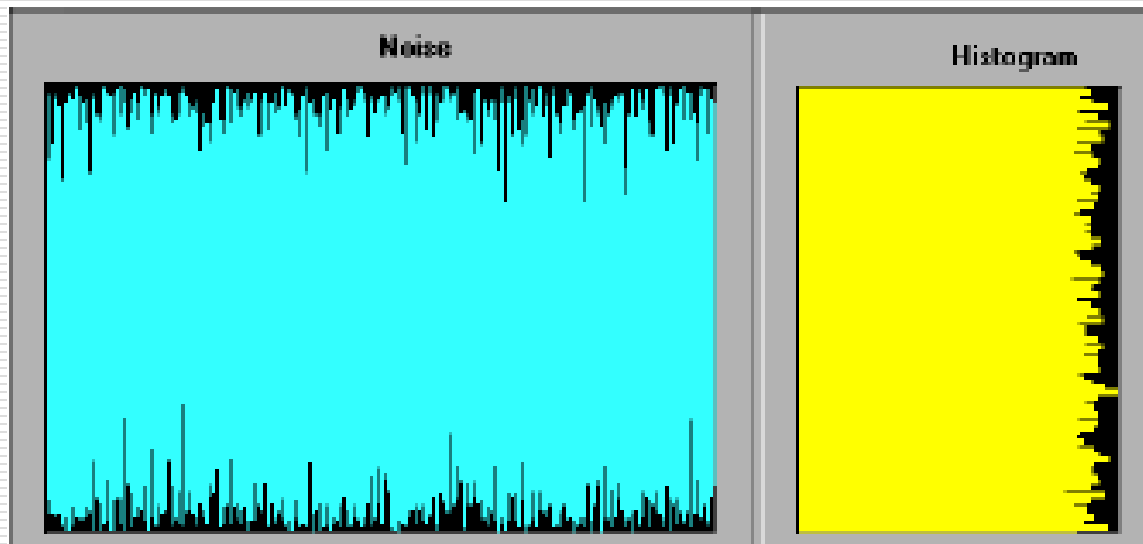
- Alte metode de analiza a raspunsului in frecventa sunt:
 - Baleierea continua cu semnale sinusoidale a domeniului de frecvente cu modificarea fina a frecventei
 - Generarea in trepte – generarea unui semnal sinusoidal cu frecventa fixa pentru o perioada de timp si apoi modificarea frecventei cu o valoarea discreta
- Sunt metode mai lente, dar sunt mai putin sensibile la zgomot

Generarea de zgomote

- Tipuri de zgomote
 - Zgomot alb uniform
 - Zgomot alb Gaussian
 - Zgomot aleator periodic
- Termenul de alb se refera la faptul ca are puterea egala pe banda de frecventa unitara
- Termenii de uniform si gaussian se refera la functia de densitate de probabilitate (PDF) a amplitudinii esantioanelor in domeniu timp

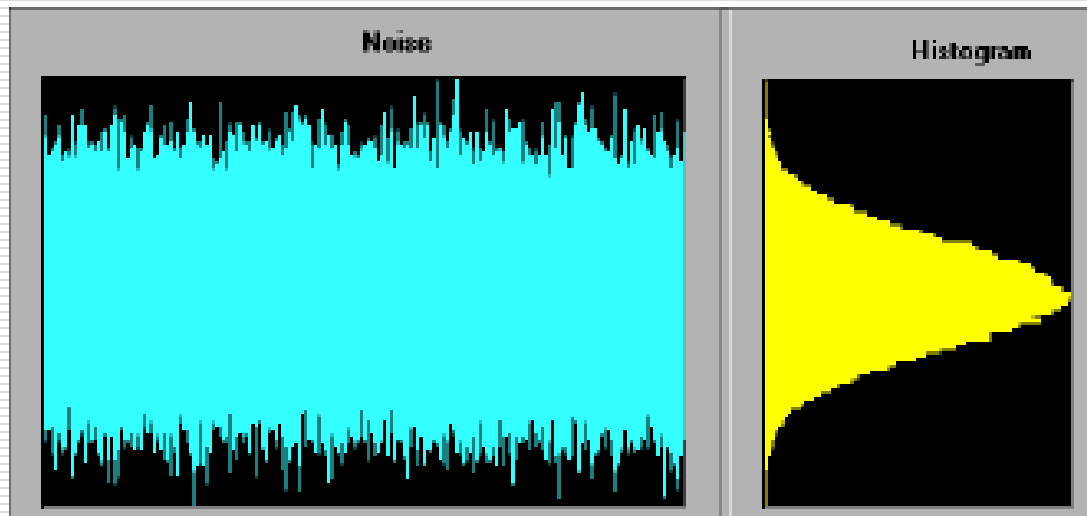
Zgomot alb uniform

- Prezinta o PDF uniforma
(amplitudinile sunt cuprinse intre anumite limite)



Zgomot alb Gaussian

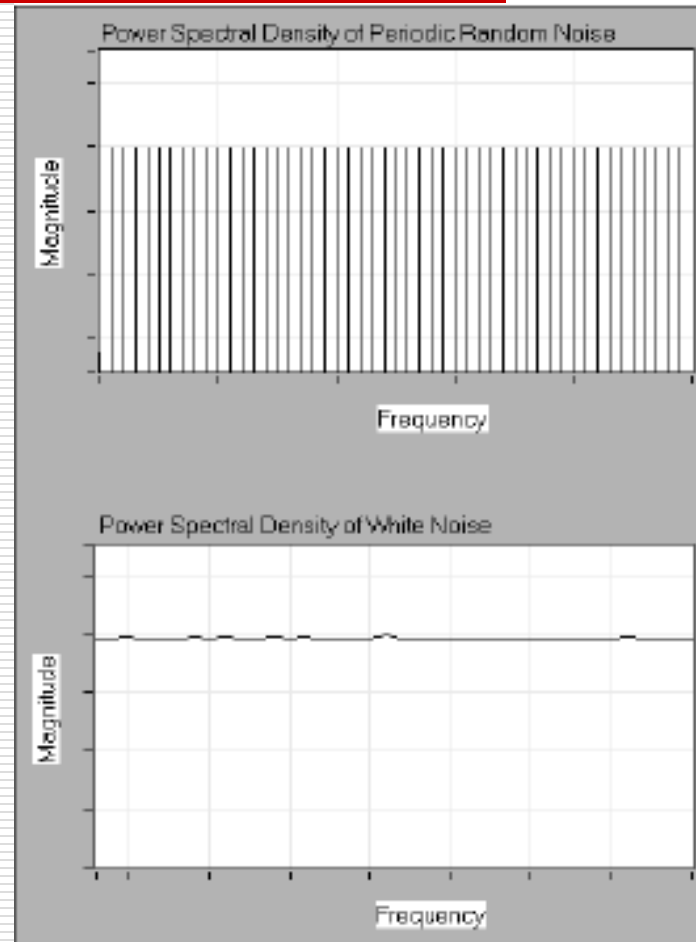
□ Prezinta o PDF Gaussian



Zgomot aleator periodic

- Reprezinta o insumare de semnale sinusoidale cu aceasi amplitudine dar cu faze aleatoare
- Contine toate semnalele sinusoidale cu frecventele care pot fi reprezentate cu un numar intreg de cicluri cu ajutorul numarului de esantioane specificate =>
- Nu are energie pentru toate frecventele ca in cazul zgomotului alb

Zgomot aleator periodic



Frecventa normalizata

- ❑ Analogic – Hz sau cicli/secunda
- ❑ Digital – se utilizeaza frecventa digitala (frecventa normalizata):

$$\text{frecventa digitala} = \frac{\text{frecventa anaogica}}{\text{frecventa de esantionar e}}$$

- ❑ Se masoara in cicli/esantioane

$$\frac{\text{cycles per second}}{\text{samples per second}} = \frac{\text{cycles}}{\text{sample}}$$

Modularea semnalelor

- Prin **modulatie** se intelege transferarea proprietatilor unui semnal, numit **semnal de baza** sau **semnal modulator**, catre alt semnal, numit **purtator** => semnalul **modulat**.
- Este necesara deoarece
 - face posibila transmiterea informatiei printr-un mediu de transmitere (aer, vid, fibre,...)
 - Pe un canal este nevoie de a transmite simultan mai multe semnale (fara a exista interferente intre acestea)
 - Protectie la zgomot

Modularea semnalelor

- In procesul de modulare intervin urmatoarele semnale:
 - Semnalul de baza $x(t)$ (semnalul care contine informatia, semnal modulator)
 - Semnalul purtator $x_p(t)$ (semnalul asupra caruia se transmite informatia)
 - Semnalul modulat $x_M(t)$ (rezultat prin actiunea semnalului modulator asupra purtatorului)
- Semnalul purtator poate sa fie armonic sau tren de pulsuri =>
 - Semnale modulate pe purtator armonic
 - Semnale obtinute prin modulatia impulsurilor

Modularea semnalelor

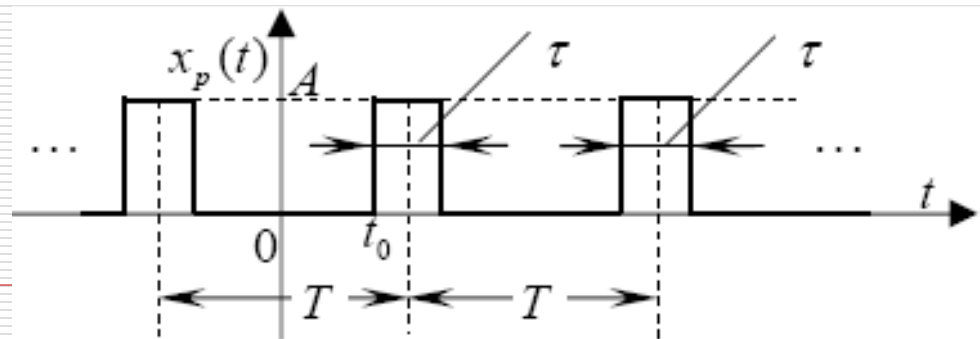
- In cazul purtatorului armonic expresia acestuia este:

$$x_p(t) = A_p(t) \cdot \cos(\omega_p t + \varphi_p) \quad (8)$$

- Proprietatile semnalului de baza pot fi transferate unuia din cei trei parametri ai lui $x_p(t)$: amplitudinea A_p , frecventa $f_p = \omega_p / 2\pi$ si faza initiala φ_p
- => exista trei tipuri de modulatii pe purtator armonic:
 - Modultie in amplitudine (MA)
 - Modultie in frecventa (MF)
 - Modultie in faza (MP)

Modularea semnalelor

- in cazul **modulatiei impulsurilor**, parametrii care definesc un tren de impulsuri sunt:
 - amplitudinea A
 - perioada T (sau frecventa $f=1/T$)
 - faza initiala (data de t_0)
 - durata τ
- Prin varierea fiecaruia din acesti parametri se obtin respectiv:
 - **modulatia impulsurilor in amplitudine (MIA)**
 - **in frecventa (MIF)**
 - **in faza (MIP)**
 - **in durata (MID).**



Semnal purtător sub forma unui tren de impulsuri

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

- Este utilizata in radiodifuziunea clasica pe unde lungi, medii si scurte
- Consideram semnalul modulator de forma:

$$x(t)=1+\cos(\omega_0 t) \quad (9)$$

(o componenta de curent continuu (pentru simplitate=1) si o componenta variabila) => semnalul modulat este ($\varphi_p=0$):

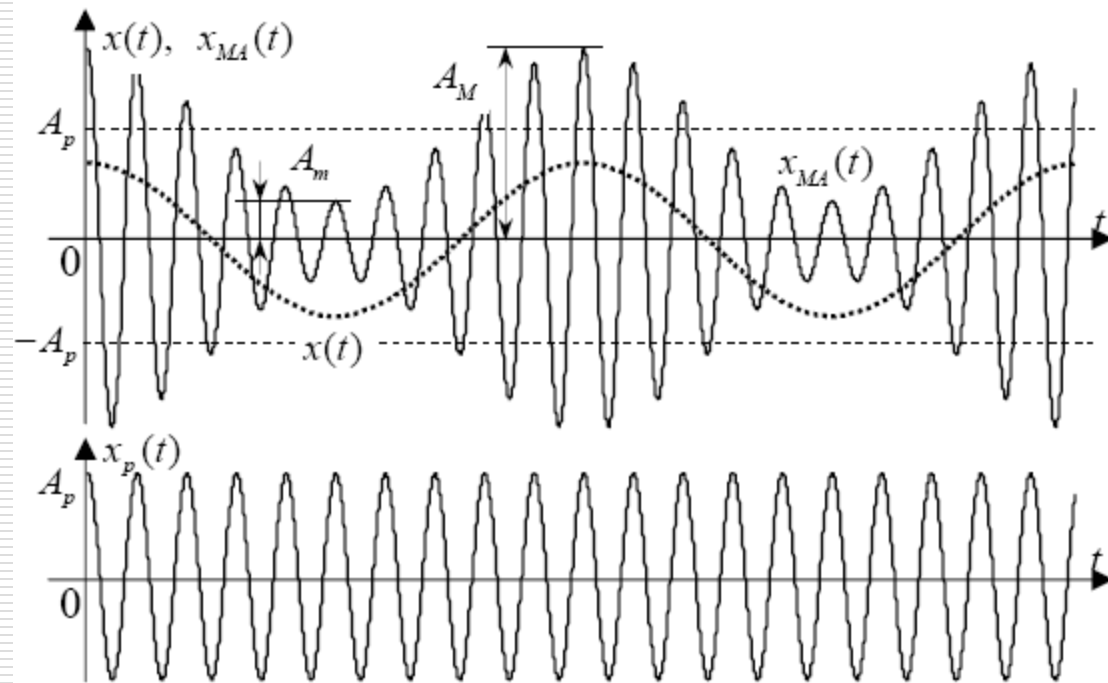
$$x_{MA}(t) = A_p \cdot (1 + m \cdot \cos(\omega_0 t)) \cdot \cos(\omega_p t) \quad (10)$$

unde $m=A/A_p$ s.n. grad de modulatie

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

- Din figura avem ca $m = \frac{A_M - A_p}{A_p} = \frac{A_M - A_m}{A_M + A_m}$
- Teoretic, m apartine intervalului $[0; 1]$
- in telefonie, m apartine intervalului $[0.5; 0.6]$.



Modulația în amplitudine

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

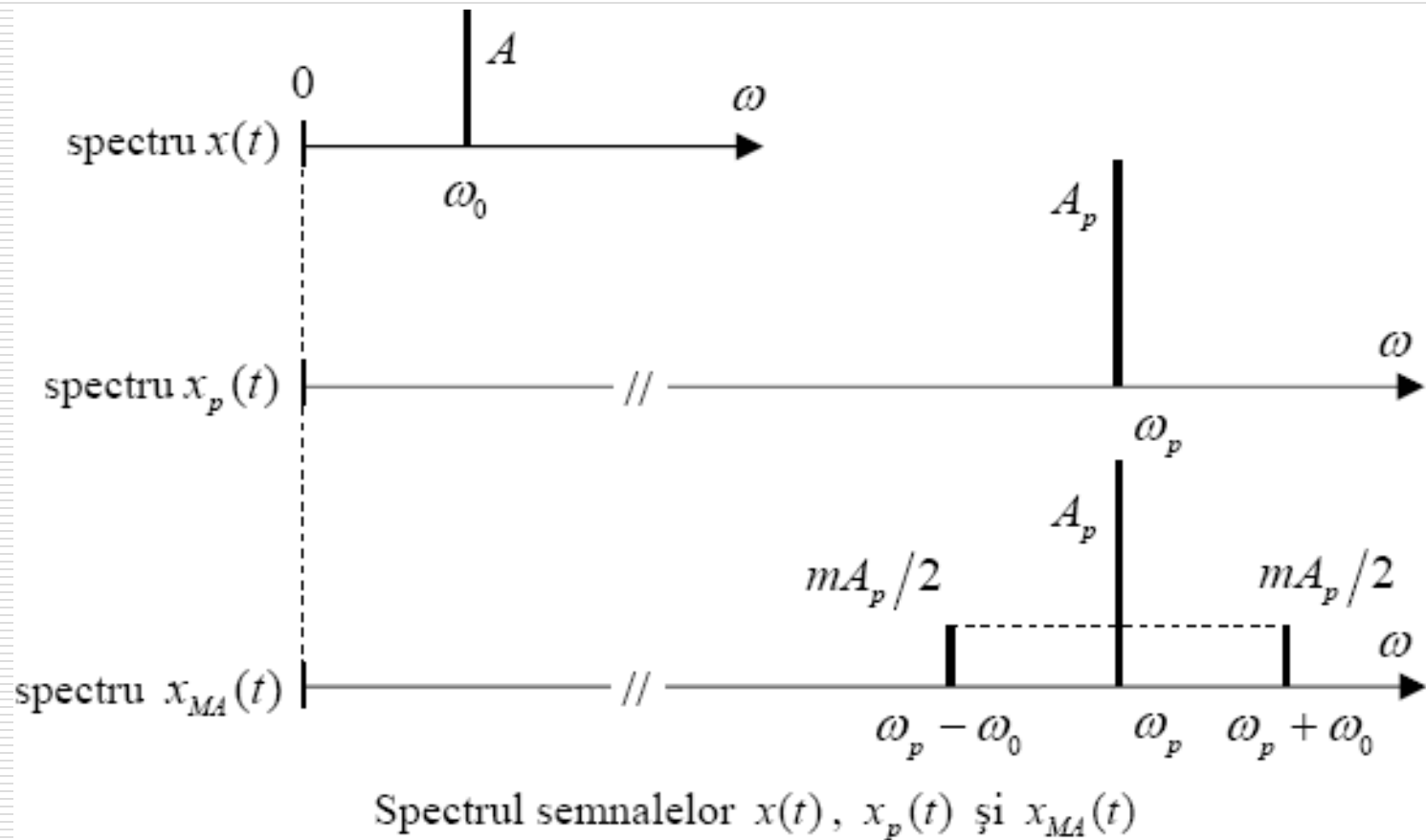
- Relatia (10) se poate scrie sub forma

$$\begin{aligned}x_{MA}(t) &= A_p \cos(\omega_p t) + m \cdot A_p \cdot \cos(\omega_0 t) \cdot \cos(\omega_p t) = \\&= A_p \cos(\omega_p t) + \frac{m \cdot A_p}{2} [\cos(\omega_p + \omega_0)t + \cos(\omega_p - \omega_0)t]\end{aligned}$$

- Spectrele semnalelor $x(t)$ si $x_p(t)$ constau din cate o singura armonica, la frecventele ω_0 si, respectiv, ω_p ($\omega_p \gg \omega_0$)
- Spectrul semnalului modulat contine 3 componente: purtatoarea de amplitudine A_p si doua componente laterale, la frecventele $\omega_p \pm \omega_0$, cu amplitudinile egale cu $mA_p/2$

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale



MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

- Se defineste randamentul modulatiei ca fiind raportul dintre puterea dezvoltata de componentele laterale (utile) din spectru P_u si puterea semnalului modulat, P_{MA} :

$$\eta = \frac{P_u}{P_{MA}} \quad (11)$$

- Considerand ca semnalele $x(t)$ si $x_p(t)$ au amplitudinile A si A_p ($m=A/A_p$), iar semnalul modulat este obtinut pe o rezistenta R , =>

$$\eta = \frac{2 \left(\frac{mA_p}{2 \cdot \sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R}}{\left(\frac{A_p}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R} + 2 \left(\frac{mA_p}{2 \cdot \sqrt{2}} \right)^2 \cdot \frac{1}{R}} = \frac{0.5m^2}{1 + 0.5m^2}$$

Tinand cont de valorile lui m => randamentul modulatiei este redus (pentru telefonie $m=0.5 \Rightarrow \eta=0.111$

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

- Consideram cazul in care $x(t)$ este periodic nesinusoidal \Rightarrow se poate reprezenta prin seria Fourier armonica:

$$x(t) = \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \cos(i\omega_0 t + \varphi_i)$$

\Rightarrow

$$x_{MA}(t) = A_p \left[1 + \sum_{i=0}^{\infty} m_i \cos(i\omega_0 t + \varphi_i) \right] \cdot \cos(\omega_p t) \quad (12)$$

cu $m_i = A_i/A_p$ gradul de modulare aferent armonicii i

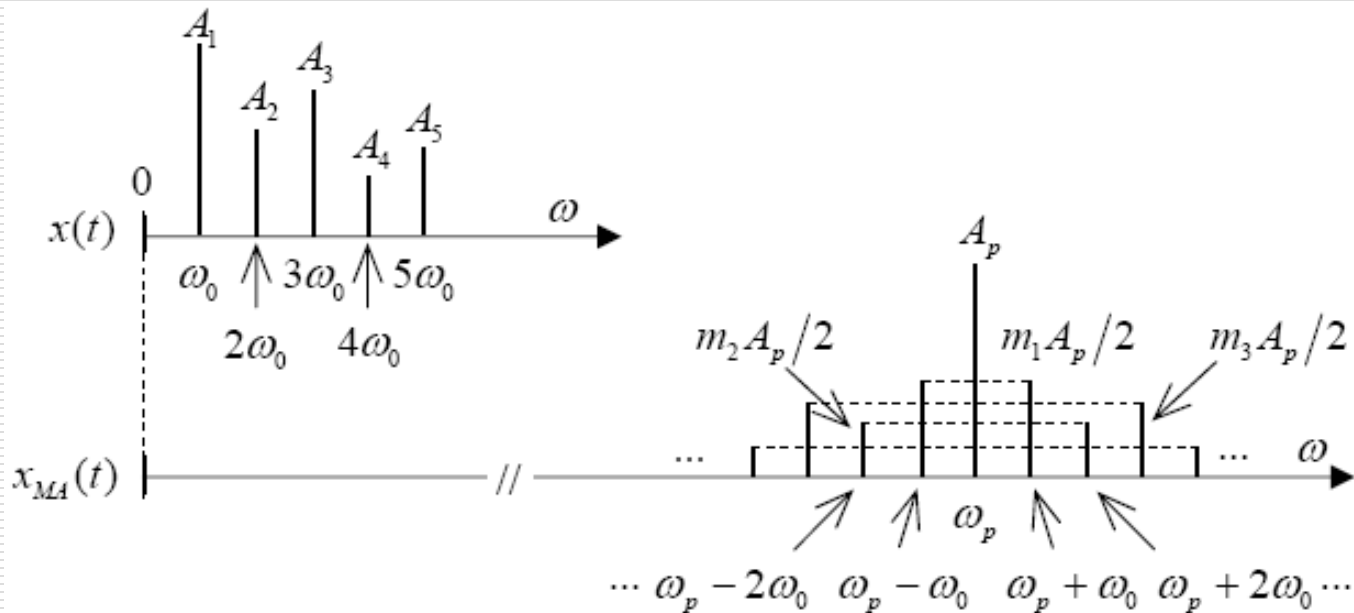
- Relatia (12) poate fi scrisa sub forma:

$$x_{MA}(t) = A_p \cos(\omega_p t) + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{m_i A_p}{2} \cdot \left\{ \cos[(\omega_p - i\omega_0)t + \varphi_i] + \cos[(\omega_p + i\omega_0)t + \varphi_i] \right\}$$

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

- Spectrele semnalelor $x(t)$ si $x_{MA}(t)$ sunt



Spectrul semnalelor

- in spectrul semnalului $x_{MA}(t)$ exista purtatoarea si doua benzi laterale. Fiecare banda laterala are spectrul identic cu spectrul amplitudinilor semnalului de baza, numai ca scara este redusa cu coeficientul $1/2$.

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

- ❑ Semnalul util este continut in cele doua componente laterale => modulatia nu este economica deoarece ocupa o banda de frecventa dubla fata de cea necesara
- ❑ Purtatoarea este mult mai mare decat componentele laterale => pot sa apara probleme (saturatia amplificatoarelor si performante energetice slabe ale modulatiei)

MA pe purtator armonic

MA cu purtatoare si doua benzi laterale

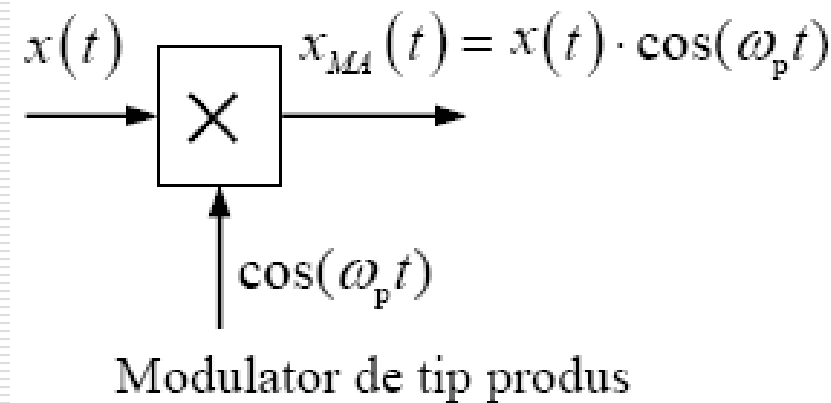
□ Dezavantaje si avantaje:

- Banda ocupata de semnalul modulat este dubla fata de cea minim necesara
- in semnalul modulat se regaseste integral purtatoarea =>
 - probleme de natura energetica (randament scazut)
 - probleme de prelucrare a semnalului (posibilitatea saturarii amplificatoarelor, datorita nivelului ridicat al purtatoarei, in raport cu componentele laterale – utile)
- in schimb, extragerea semnalului de baza din cel modulat se realizeaza foarte simplu, printr-o operatie de detectie/redresare.

MA pe purtator armonic

MA de tip produs

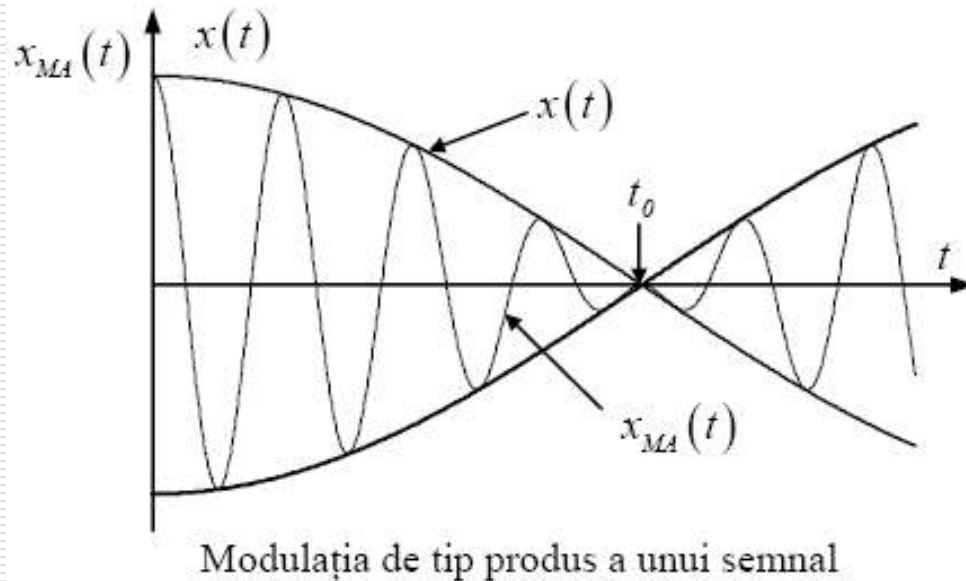
- ❑ elimina cel de-al doilea dezavantaj (nu mai exista purtatoarea)
- ❑ Modelul matematic este:



MA pe purtator armonic

MA de tip produs

- Forma semnalului modulat prin MA de tip produs este:



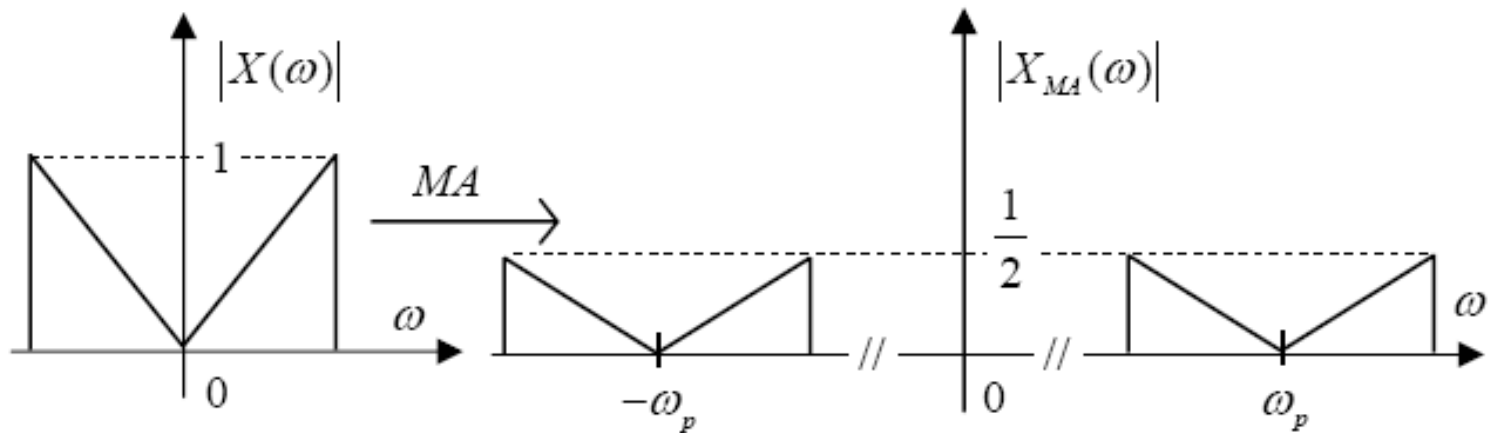
- Atunci când semnalul modulator, $x(t)$, își schimbă semnul, în momentul t_0 semnalul modulat în amplitudine cu modulație de tip produs își inversează faza.

MA pe purtator armonic

MA de tip produs

- Daca se calculeaza transformata Fourier a semnalului $x_{MA}(t)$ se obtine:

$$X_{MA}(\omega) = \frac{1}{2} \cdot [X(\omega - \omega_p) + X(\omega + \omega_p)]$$



Spectrul semnalului MA cu modulație de tip produs

- absenta purtatoarei
- ramane banda semnalului modulat dubla fata de cea minima necesara

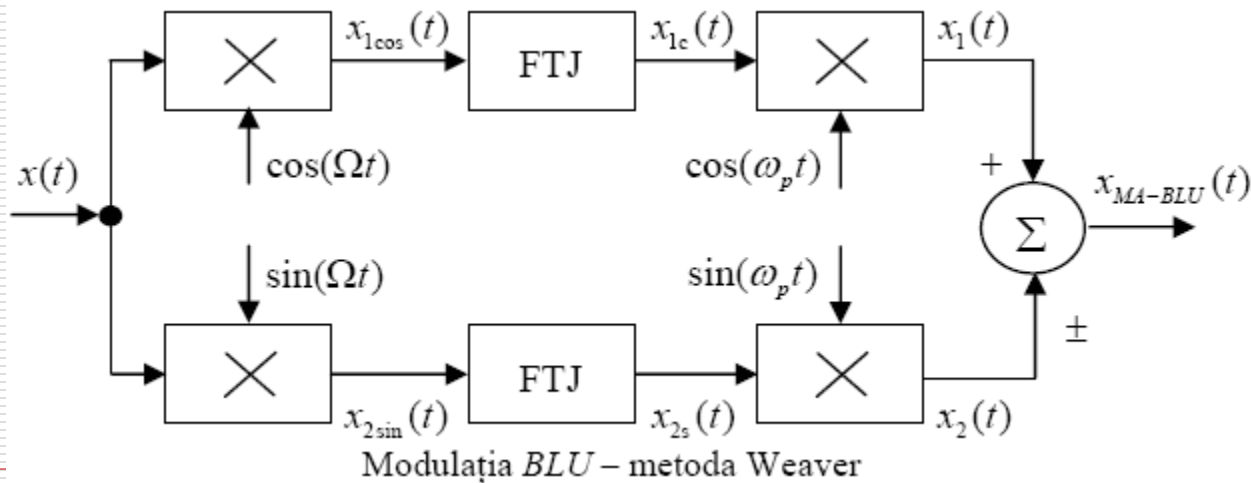
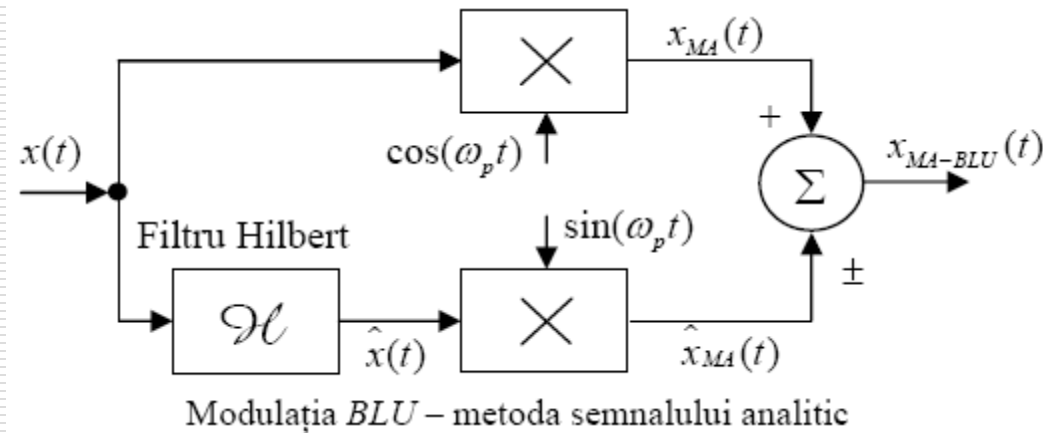
MA pe purtator armonic

MA cu banda laterala unica (BLU)

- ❑ Pentru marirea capacitatii de transmitere a informatiei pe un singur canal fizic => trebuie utilizata o modulatie cu o singura banda (fie cea superioara fie cea inferioara)
- ❑ O solutie ar fi utilizarea filtrelor trece banda cu banda de trecere una din cele doua benzi rezultate din modulatia de tip produs => necesita filtre performante
- ❑ Se utilizeaza: metoda semnalului analitic (bazata pe transformata Hilbert) sau metoda Weaver

MA pe purtator armonic

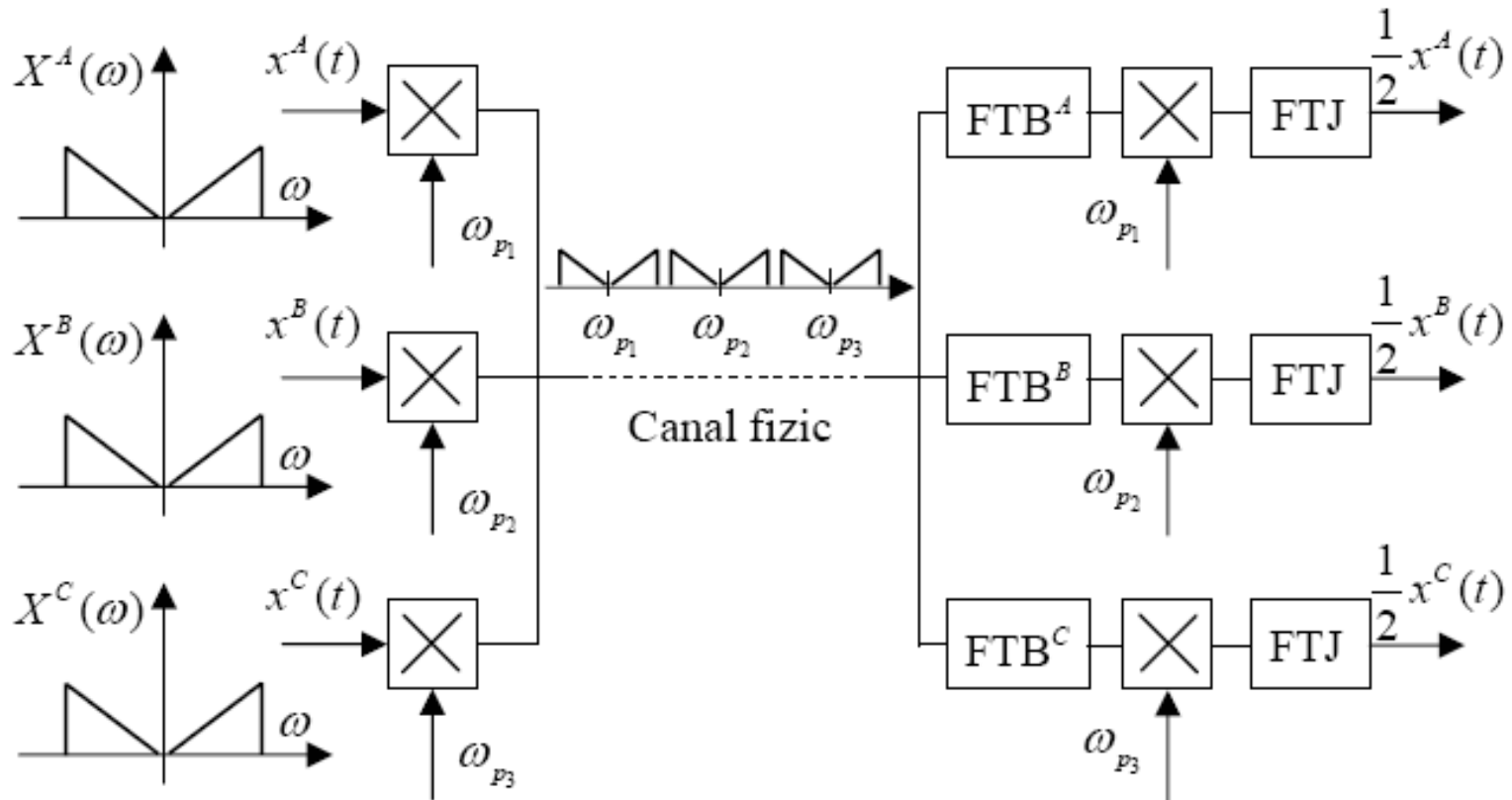
MA cu banda laterala unica (BLU)



Multiplexarea in frecventa

- Multiplexarea semnalelor - transmiterea mai multor semnale pe acelasi canal fizic, fara ca semnalele sa interfereze
- Multiplexarea in frecventa se realizeaza prin modularea semnalelor respective cu semnale purtatoare ale caror frecvente trebuie sa indeplineasca conditiile:
 - Sa fie distincte la fiecare modulator
 - densitatile spectrale ale semnalelor modulate sa nu se suprapuna
 - sa aiba intre ele un ecart in frecventa suficient pentru a selecta (separa) fiecare canal prin intermediul filtrelor

Multiplexarea în frecvență



Principiul multiplexării în frecvență

Semnale cu modulatie unghiulara

- Cuprinde
 - Modulatia in frecventa
 - Modulatia in faza
- Se trateaza la fel avand spectrele similare

Semnale cu modulatie unghiulara

□ Fie semnalul purtator: $x_p(t) = A_p \cdot \cos[\Phi(t)]$

unde relatia dintre faza $\Phi(t)$ si pulsatia semnalului $\omega(t)$ este de forma:

$$\Phi(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau + \Phi_0$$

□ Modulatia in faza este caracterizata de relatia:

$$\Phi(t) = \Phi_p(t) + \Delta\Phi(t)$$

unde $\Phi_p(t) = \omega_p t$, iar deviatia de faza $\Delta\Phi(t)$ este proportionala cu semnalul modulator $\Delta\Phi(t) = K_p \cdot x(t) \Rightarrow$

$$\Phi(t) = \omega_p t + K_p \cdot x(t)$$

$$x_{MP}(t) = A_p \cdot \cos[\omega_p t + K_p \cdot x(t)]$$

Semnale cu modulatie unghiulara

□ Modulatia in frecventa este caracterizata de relatia:

$$\omega(t) = \omega_p + \Delta\omega(t)$$

□ deviatia de frecventa $\Delta\omega(t)$ este proportionala cu semnalul modulator $\omega(t) = \omega_p + K_\omega \cdot x(t)$ atunci $\Phi(t)$ va fi

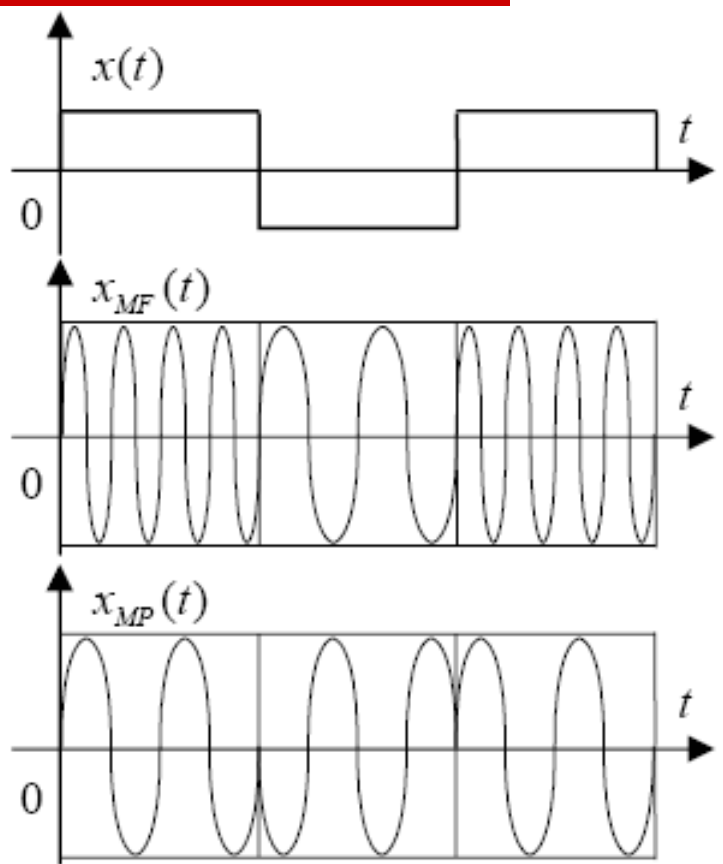
$$\Phi(t) = \omega_p t + K_\omega \int_0^t x(\tau) d\tau$$

cu $\Phi_0 = 0$

□ => semnalul modulat va fi

$$x_{MF}(t) = A_p \cdot \cos \left[\omega_p t + K_\omega \cdot \int_0^t x(\tau) d\tau \right]$$

Semnale cu modulatie unghiulara



Semnale MF și MP, de tip FSK și PSK