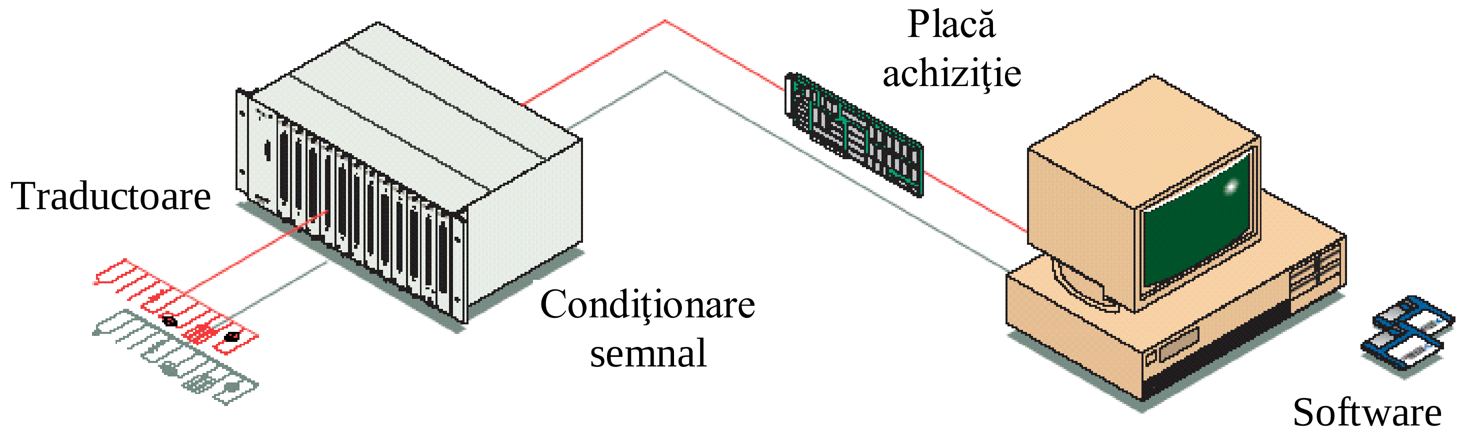
Departamentul de MECATRONICĂ
Facultatea de MECANICĂ
UNIVERSITATEA POLITHENICA TIMIŞOARA

Senzori inteligenti si achizitii de date



Prof. dr. ing. Valer DOLGA,

Cuprins_9
Incertitudini. Design for six sigma

- Introducere
- Analiza incertitudinilor
- Surse potentiale de erori
- Influenta incertitudinilor
- Exemplu de calcul
- Bazele statistice ale incertitudinii
- Relatii de compunere
- Design for six sigma

Introducere

- Mult timp la baza proiectării sistemelor tehnice a stat un criteriu de bază axat pe obţinerea unei durabilităţi cât mai ridicate;
- Deteriorări întâmplătoare reduceau însă durata de funcţionare a sistemelor;
- Echipamentele moderne sunt mult mai complexe;
- Mult mai frecvent pot să apară defectări aleatoare ale elementelor componente sau a sistemului total;
- Elemente sau sisteme aparent identice din punctul de vedere al materialului, formei, tehnologiilor, condiţii de funcţionare prezintă durabilităţi diferite;
- Defectele interne ale materialelor utilizate (chiar în condiţiile aceleiaşi şarje), calitatea suprafeţelor, mărimea abaterilor dimensionale etc. au o repartiţie aleatorie chiar la un proces tehnologic identic;
- Fiabilitatea componentelor şi a sistemelor este afectată printre alţi factori şi de prelucrarea manuală şi operaţiile de asamblare;
- Scăderea complexităţii pieselor, a proceselor de asamblare şi utilizarea unor câmpuri de toleranţe adecvate influentează de asemenea pozitiv fiabilitatea. O proiectare adecvată impune o fiabilitate ridicată.

Analiza incertitudinilor

Incertitudinea - componentă naturală pentru toate sistemele din lumea înconjurătoare;

În domeniul experimental - expresia face referire la variaţia unei mărimi pentru măsurări repetate a aceluiaşi parametru în condiţii identice de lucru;

Se poate anticipa că valoarea măsurată se încadrează într-un interval:

$$valoarea\_medie - incertitudine \leq valoarea\_masurata \leq$$

$$\leq valoarea\_medie + incertitudine$$

Valoarea medie - a unei mărimi aleatoare este defintă ("n" este numărul de măsurători iar x_i este valoarea corespunzătoare din măsurătoarea "i"):

$$\overline{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Surse potentiale de erori

- În multe aplicaţii nu este practic a realiza un număr specificat de măsurători şi a calcula valoarea medie şi deviaţia standard;
- O singură valoare măsurată se echivalează cu valoarea medie;
- *Incertitudinea* - trebuie estimată pe baza surselor potenţiale de erori

❖ *erori de achiziţie*

A. *erori de acurateţe* – sunt erori constante (sistematice) şi se pot elimina;

- *erori de calibrare* a instrumentelor de măsurare – eliminabile prin calibrare proprie pe bază de standarde corespunzătoare;
- *erori de măsurare* datorate senzorului – eliminabile prin calibrarea senzorului şi ridicarea caracteristicii;
- *erori de condiţionarea semnalului* – eliminabile prin calibrarea senzorului cu circuitele de condiţionare conectate;
- *erori de instalare a senzorului* – eliminabile prin instruirea personalului şi experienţă;
- *erori de aranjare spaţială a senzorului*;
- *erori temporale* – eliminabile prin controlul mediului;
- *erori datorate temperaturii* – eliminabile prin

Surse potentiale de erori

B. ***erori de precizie*** – sunt erori aleatoare (se estimează cu o incertitudine)

- erori de citire a instrumentelor de măsurare
- erori datorate modificărilor în condiţiile de experiment

C. ***tehnici de măsurare mediocre*** – erori de operator – *informaţiile obţinute se elimină*

D. ***erori grosolane*** - *informaţiile obţinute se elimină*

❖ *erori de prelucrare a datelor*

- *acurateţea calculului valorilor din măsurători*
- *acurateţea modelului de măsurare instalat*

- *Multiple surse de erori de măsurare ✹ impun definirea unei incertitudini globale:*

$$u_m = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2}$$

unde: u_m este incertidudinea valorii măsurate, n este numărul surselor potenţiale de eroare din măsurători; u_i – este incertitudinea estimată a măsurătorii provenind de la sursa *i.*

Influenta incertitudinii

• ***Dacă*** valoarea măsurată este utilizată pentru compunerea unor noi valori ✹ estimarea incertitudinii valorii rezultate pe baza unei metode adecvate;

• Valoarea se determina astfel:

❖ de la ecuaţia de compunere;

❖ dezvoltarea în serie Taylor cu aproximaţia de ordinal întâi

$$u_f = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2 \cdot u_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2_{x_i = x_{i0}} \cdot u_i^2}$$

unde: - *n* – este numărul de valori măsurate utilizate în compunerea noi valori;

u_i – este incertitudinea valorii măsurate de ordinal *i.*

Exemplu de calcul_1

Măsurarea puterii disipate într-un resistor se realizeaza prin trei metode:

- *Se măsoară curentul prin rezistorul R:* $P = I^2 \cdot R$
- *Se măsoară căderea de tensiune pe rezistorul R:* $P = \dfrac{U^2}{R}$
- *Se măsoară atât curentul cât şi tensiunea pe resistor:* $P = I \cdot U$

Care este incertitudinea fiecareia dintre metode ?

a) $$u_P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial I}\right)^2 \cdot u_I^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial R}\right)^2 \cdot u_R^2} = \sqrt{4 \cdot I^2 \cdot R^2 \cdot u_I^2 + I^4 \cdot u_R^2}$$

b) $$u_P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial U}\right)^2 \cdot u_I^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial R}\right)^2 \cdot u_R^2} = \sqrt{4 \cdot \left(\frac{U}{R}\right)^2 \cdot u_U^2 + \left(\frac{U^2}{R^2}\right)^2 \cdot u_R^2}$$

c) $$u_P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial U}\right)^2 \cdot u_I^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial I}\right)^2 \cdot u_I^2} = \sqrt{I^2 \cdot u_U^2 + U^2 \cdot u_I^2}$$

Exemplu de calcul_2

Rigiditatea unui arc se defineşte ca şi raportul dintre forţa generalizată aplicată şi deformaţia arcului pe direcţia forţei (C- constanta de conversie a unitatii de masura):

$$K = C \cdot \frac{F}{\Delta L}$$

***Experimental - se aplica greutăţi de valori cunoscute şi se măsoara deformaţiile obţinute*:**

- **incertitudinea cunoasterii greutatii (fortei)**
- **incertitudinea cunoasterii deformatiilor**

$$u_K^2 = \left(\frac{\partial K}{\partial F}\right)^2 \cdot u_F^2 + \left(\frac{\partial K}{\partial \Delta L}\right)^2 \cdot u_{\Delta L}^2 = \left(\frac{C}{\Delta L}\right)^2 \cdot u_F^2 + \left(-\frac{C \cdot F}{\Delta L^2}\right)^2 \cdot u_{\Delta L}^2$$

Bazele statistice ale incertitudinii experimentale

Deviatia functionala standard

$$\sigma = \frac{1}{n-1} \cdot \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2\right) - \frac{1}{n} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

Coeficientul functional al variantei

$$\gamma = \frac{\sigma}{\mu}$$

$$\mu - a \cdot \sigma \leq valoarea\_masurata \leq \mu + a \cdot \sigma$$

Nivel de încredere	90 %	95 %	99 %	**99.7 % ***	99.9 %	99.99 %	99.999 %	99.9999 %
a	1.65	1.96	2.58	**3**	3.29	3.89	4.42	4.89

* - limita “six” sigma

Relatii de compunere pentru cunoasterea incertitrudinii

$$y = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + ... + a_n \cdot x_n = \sum_{i=1}^{n} a_i \cdot x_i$$

$$\mu_y = a_1 \cdot \mu_1 + a_2 \cdot \mu_2 + ... + a_n \cdot \mu_n = \sum a_i \cdot \mu_i$$

$$\sigma_y^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} a_i \cdot a_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \cdot \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} a_i \cdot a_j \cdot \rho_{ij} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

unde ρ_{ij} sunt coeficienţii de corelaţie dintre valorile x_i & x_j ($0 \leq \rho_{ij} \leq 1$, $\rho_{ii} = 1$)

Relatii de calcul

Relaţie funcţională	*Valoarea medie (μ)*	*Deviaţia funcţională standard (σ)*	Coeficientul funcţional al varianţei $\left(\gamma = \sigma / \mu\right)$
a (constantă)	a	0	0
x (variabilă)	μ_x	σ_x	$\left(\gamma_x = \sigma_x / \mu_x\right)$
$x + a$	$\mu_x + a$	σ_x	$\gamma_x \approx \dfrac{\sigma_x}{\mu_x + a}$
$a \cdot x$	$a \cdot \mu_x$	$a \cdot \sigma_x$	γ_x
x^2	μ_x^2	$2 \cdot \gamma_x \cdot \mu_x^2$	$2 \cdot \gamma_x$
x^3	μ_x^3	$3 \cdot \gamma_x \cdot \mu_x^3$	$3 \cdot \gamma_x$
$\dfrac{1}{x}$	$1 / \mu_x$	γ_x / μ_x	γ_x
$x \pm y$	$\mu_x \pm \mu_y$	$\dfrac{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}{\mu_x \pm \mu_y}$	$\dfrac{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}{\mu_x \pm \mu_y}$
$x \cdot y$	$\mu_x \cdot \mu_y$	$\mu_x \cdot \mu_y \cdot \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}$	$\sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}$
$\dfrac{x}{y}$	$\dfrac{\mu_x}{\mu_y}$	$\dfrac{\mu_x}{\mu_y} \cdot \sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}$	$\sqrt{\gamma_x^2 + \gamma_y^2}$

Coeficient de siguranta

- ***În Roma antică*** - proiectantul de poduri / punţi utiliza o verificare a durabilităţii construcţiei pentru evitarea defecţiunilor;

- ✸ noţiunea de ***coficient de siguranţă***.

- Coeficientul de siguranţă pentru sistemele structurale propus de ***Philon din Bizanţ*** (mort în 220 BC):

$$N = \frac{capacitate}{sarcina} = \frac{rezistenta\ \ admisibila}{solicitare}$$

  - În *domeniul aerospaţial* – masa minimala ✸ coeficienti redusi;

  - În *domeniul proiectilelor militare* - coeficient de siguranţă unitar - produsul este de funcţionare unică;

  - *Avioanele de luptă* - coeficient de siguranţă de 1.2 - dar echipajul este dotat cu sisteme de aruncare şi paraşute iar sistemul este inspectat şi menţinut periodic în mod riguros;

  - În *domeniul avioanelor de transport* - coeficient de 1.5 - un control periodic extrem de precis.

Variante ale coeficientului de siguranta

- ***Robert L. Norton*** - teoria unui coeficient de siguranţă ridicat;
- ***Coeficientul de siguranţă global*** este o combinaţie a unor coeficienţi de siguranţă care iau în considerare proprietăţi de material, acurateţea modelului ingineresc şi a nivelului probabil a mediului de lucru;
- pentru materiale elastice luându-se în considerare limita de curgere:

$$N_{elastic} \geq \max\left(N_1, N_2, N_3\right)$$

- pentru materiale fragile luându-se în considerare rezistenţa limită la rupere:

$$N_{fragil} \geq 2\left[\max\left(N_1, N_2, N_3\right)\right]$$

unde valorile N_1, N_2, N_3 tin cont de: parametrii de material, acuratetea modelului, mediul de lucru.

R.L. NORTON - coeficientii N_I

Coeficient de siguranţă	N_1 Parametrii de material (test)	N_2 Acurateţea modelului	N_3 Mediu de lucru
1.3	Complet caracterizat	Confirmat prin încercări	Acelaşi ca şi în condiţiile de încercare
2	Aproximaţii bune	Aproximaţii bune	Controlat, temperatura mediului ambiant
3	Aproximaţii corecte	Aproximaţii corecte	Modificări moderate
> 5	Aproximaţii brute	Aproximaţii brute	Modificări majore

Joseph P. Visodic – coeficient de siguranta

- recomanda un coeficient de siguranţă minimal - cunoaştere cumulativa şi experienţa
- pentru materiale elastice şi limita de curgere

Coeficient de siguranţă	*Cunoaşterea sarcinii*	*Cunoaştere a solicitării*	*Cunaşterea parametrilor de material*	*Cunoaşterea mediului*
1.2 – 1.5	Precis	Precis	Foarte bine	Controlabil
1.5 – 2.0	Bine	Bine	Foarte bine	Constant
2.0 – 2.5	Bine	Bine	Mediu	Normal
2.5 – 3.0	Mediu	Mediu	Mai puţin testate	Normal
3.0 – 4.0	Mediu	Mediu	Netestate	Normal

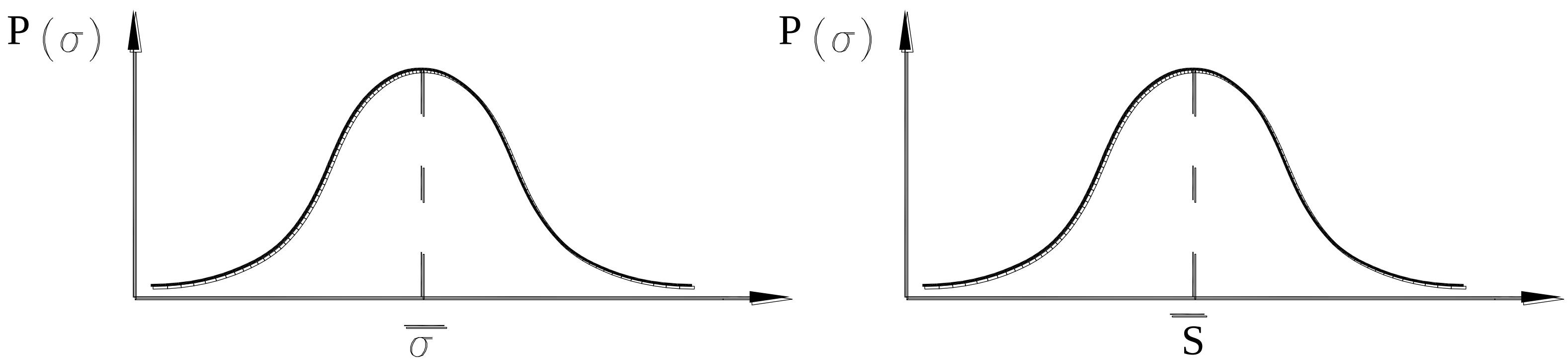
Fiabilitatea la solicitări statice

Coeficientul de siguranţă “c” :

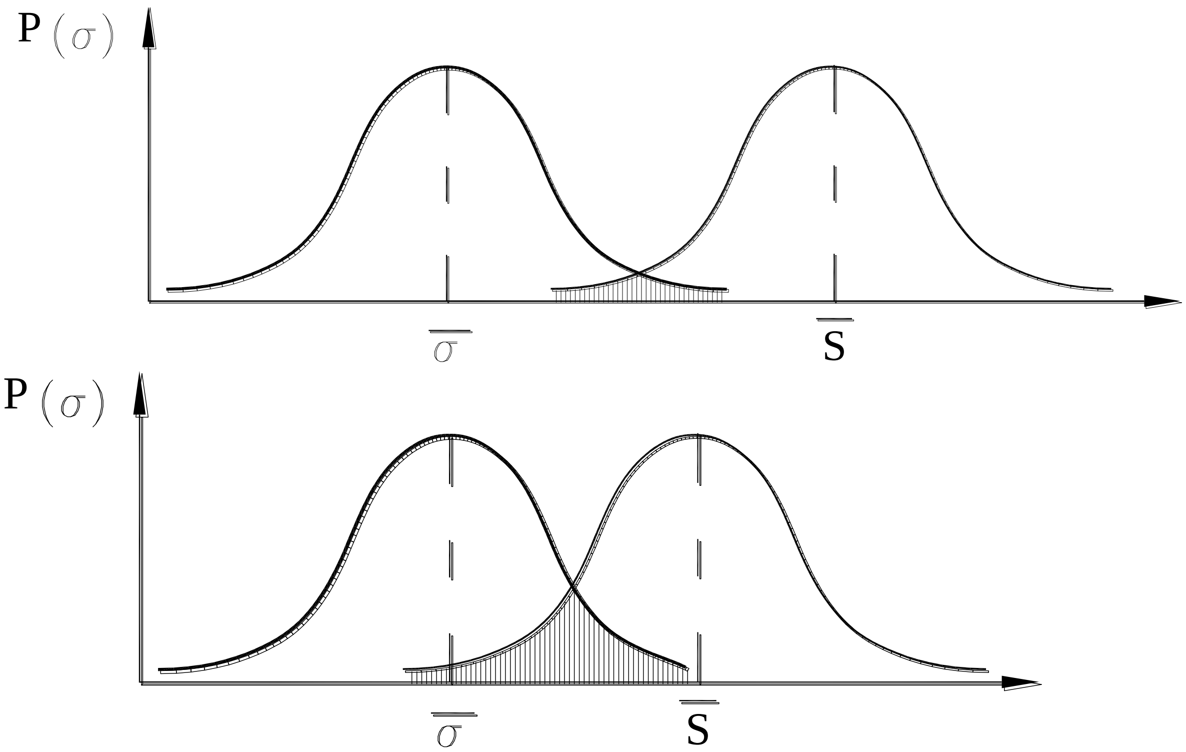
$$c = \frac{S}{\sigma}$$

unde: ***S – este este mărimea limită*** – caracteristica de rezistenţă a materialului secţiunii concret solicitate, uzură limită, temperatură limită, vibraţie (amplitudine, viteză, acceleraţie), presiune acustică limită etc., forţa nominală sau tensiunea admisibilă; ***σ – este mărimea efectivă corespunzătoare, calculată, determinată*** etc.

Parametrii anteriori – ***caracter de marime statistica***



Caracterul statistic in calculul coeficientului de siguranta



• Coeficientul de siguranţă se impune să fie supraunitar;

• Mărimea suprafeţei haşurate indică posibilitatea ca tensiunile efective să fie mai mari decât cele limită şi implicit un coeficient de siguranţă subunitar

Coeficientul de siguranta si fiabilitatea

Coeficientul de siguranta – tinind cont de fiabilitate:

$$c_F = c \cdot \left(\frac{1 - a \cdot \gamma_S}{1 + a \cdot \gamma_\sigma} \right)$$

unde: c - coeficentul de siguranţă mediu bazat pe valori medii sau valori scontate ;
a – este numărul deviaţei standard pentru a asigura nivelul dorit;
γ_σ – este coeficientul de variaţie a valorii tensiunii (estimativ);
γ_S – este coeficentul de variaţie a tensiunii admisibile (publicat sau estimat)

a	***0***	***1.65***	***2.33***	***3***	***3.08***	***3.62***	***4.42***	4.89
Fiabilitate	50 %	95 %	99 %	99.87 %	99.9 %	99.99 %	99.999 %	99.9999 %
Rata defectărilor	50 %	5 %	1 %	0.13 %	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}

DESIGN FOR SIX SIGMA / Introducere

• *Calitatea* sistemelor – înţelese ca produse, procese, servicii – un scop pentru proiectanţi şi beneficiari;

• *Statistica* - un domeniu de bază pentru analiza calităţii;

• **Design For Six Sigma** (**DFSS**

• După 1980 - un puternică schimb de informaţie referitoare la calitate dinspre societatea japoneză spre cea americană;

• Domeniul TQM, Metoda Taguchi, Management şi planificare etc;

• General Electric - după 1990, raportând în 1999 - produsele sale respectă DFSS şi salvând pe această cale 2 bilioane $;

• Firma Motorola se înscrie pe aceeaşi traiectorie.

• **Six Sigma** (sigma provine de la litera grecească care reprezintă deviaţia standard în statistică) - o metodologie de creştere a capabilităţii şi de a reduce defectele în orice proces.

Unitate statistica

• Conceptul fundamental pentru statistică - *unitatea statistică*;
• Unitatea statistică - forma individuală de manifestare obiectivă a fenomenelor şi proceselor supuse statisticii;
• Fiecare unitate statistică - caracteristici cantitative şi calitative;
• Totalitatea unităţilor - printr-o proprietate comună - pot fi considerate o colectivitate statistică;
• Cercetarea unei colectivităţi - se exprima prin variabile aleatoare - variaţia unei caracteristici întâmplătoare ce rezultă din cercetarea colectivităţii respective;
• Această variaţie este pusă în evidenţă de seria statistică de repartiţie (repartiţia variabilei aleatoare).

$$X:\begin{pmatrix} x_i \\ f(x_i) \end{pmatrix}, i=1,2,...,n \qquad X:\begin{pmatrix} x \\ \varphi(x) \end{pmatrix}, x\in[a,b]$$

Forma discreta

unde: x_i reprezintă variantele respective; $f(x_i)$ reprezintă probabilitătile respective $f(x_i)=P(X=x_i)$ (functia de probabilitate); φ(x) este densitatea de probabilitate în punctual x

Unitate statistica

Functia de repartitie a variabilei aleatoare continue:

$$F(x) = P(X < x_0) = \int_a^{x_0} \varphi(x) \cdot dx$$

Repartiţie normală (Gauss) - densitatea de probabilitate:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

unde: m şi σ sunt parametrii repartiţiei (media şi respectiv dispersia), e = 2.71828, π = 3.14159.

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)^2} dt$$

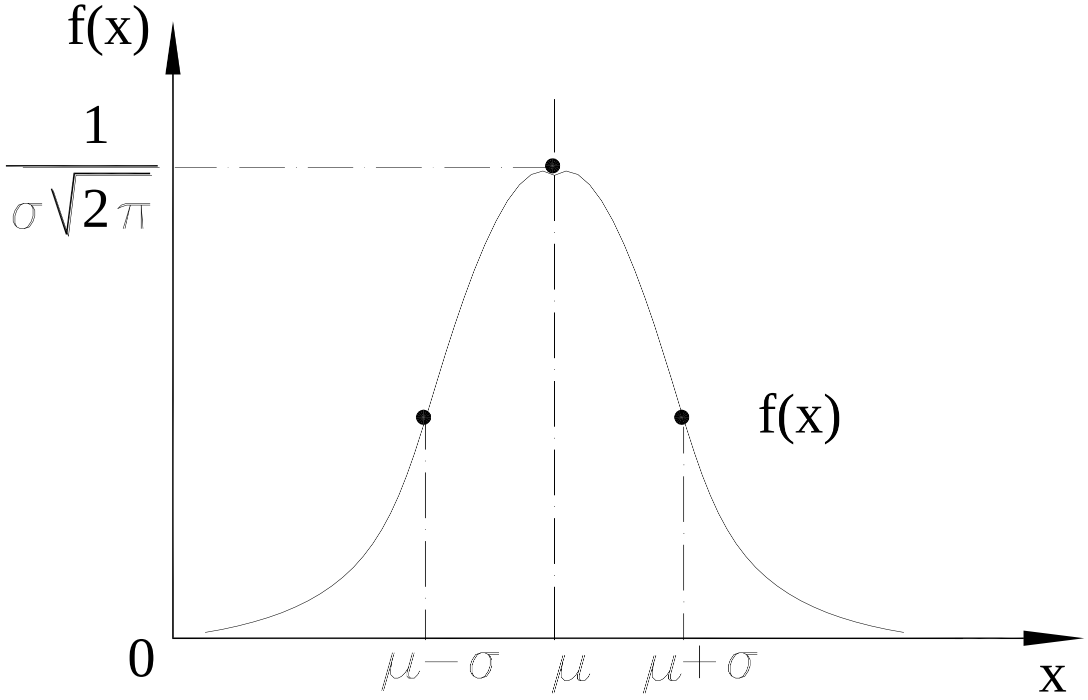
Curba de repartitie normala

• Curba de repartiţie normală - este necesară determinarea punctelor de extreme şi de inflexiune ale funcţiei;

• Pe principiul clasic al analizei matematice se poate determina:

❖ Maximul funcţiei - în punctual $x = \mu$ - de valoare $f_{\max} = \dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$

❖ Punctele de inflexiune se găsesc la abscisa $x = \mu \pm \sigma$



Exemplu de reprezentare

O variabilă urmărită în procesul de măsurare prezintă o variaţie între 23 [U.M.] şi 88 [U.M.] cu o frecvenţă reprezentată în tabel. Se cere să se determine media variabilei respective, dispersia şi să se reprezinte curba densităţii de probabilitate.

***Intervalul* [U.M.]**	***Frecvenţa*** n_i	Frecvenţa relativă $f(x_i)=\frac{n_i}{n}$
20 – 30	6	0.06
30 – 40	12	0.12
40 - 50	16	0.16
50 - 60	32	0.32
60 - 70	15	0.15
70 - 80	13	0.13
80 - 90	6	0.06
Total n = 100		1

- Din observaţia amplitudinii variaţiei [U.M.]

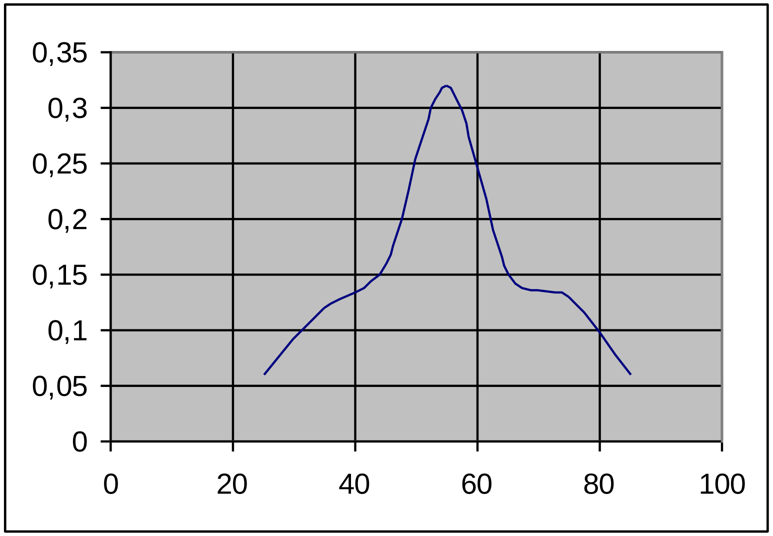
$$R = x_{\max} - x_{\min} = 89 - 23 = 66$$

- se pot admite 7 intervale egale de mărime: $h = 10$

Exemplu

Media: $\mu = 55$ [U.M.]

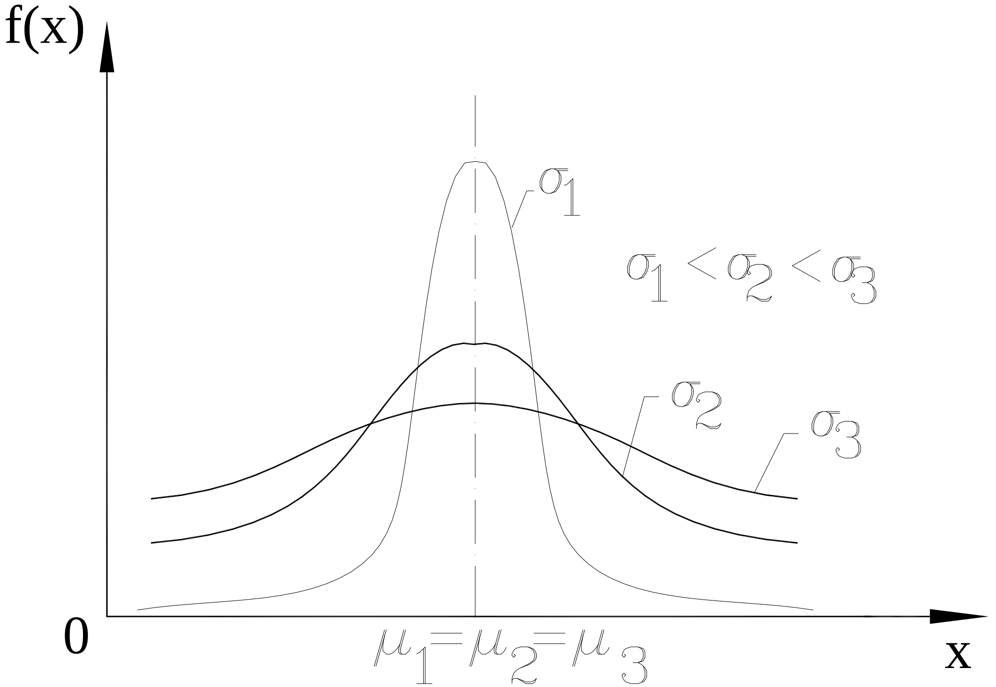
Dispersia: $\sigma = 20$.



Densitatea de probabilitate

Densitatea de probabilitate

• Curba densităţii de probabilitate se localizează prin media μ şi are forma determinată de dispersia σ;



Proportia de observatii in interval centrat